

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана»
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Калужский филиал МГТУ имени Н.Э. Баумана»
Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского

НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРИБОРО- И МАШИНОСТРОЕНИИ И РАЗВИТИЕ ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ВУЗЕ

Материалы
Всероссийской научно-технической конференции

Том 2



Москва 2013

УДК 378:001.891
ББК 74.58:72
НЗ4

Руководители конференции

А.В. Царьков (директор КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана);
А.А. Столяров (зам. директора по научной работе)

Оргкомитет конференции

А.А. Столяров (председатель оргкомитета);
В.В. Лебедев (ученый секретарь);
Е.Н. Малышев; Г.В. Орлик; А.П. Коржавый; А.А. Жинов;
Ю.П. Корнюшин; А.И. Пономарев; А.К. Рамазанов; А.А. Анкудинов;
Б.М. Логинов; В.Г. Косушкин; В.В. Андреев; А.В. Мазин; А.А. Шубин;
А.К. Горбунов; А.В. Максимов; М.В. Астахов; Е.Н. Сломинская;
О.Л. Перерва; Г.И. Ловецкий; А.Ю. Красноглазов; В.М. Алакин

НЗ4 Научное **технологии** в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе : материалы Всероссийской научно-технической конференции, 10–12 декабря 2013 г. Т. 2. — М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. — 320 с.

ISBN 978-5-7038-3870-9 (т. 2)
ISBN 978-5-7038-3868-6

В сборнике материалов Всероссийской научно-технической конференции представлены результаты научных исследований, выполненных учеными в течение ряда лет. Систематизированы материалы различных научных школ. Результатами научных исследований являются новые методы, вносящие вклад в развитие теории, а также прикладные задачи, воплощенные в конструкции и материалы.

УДК 378:001.891
ББК 74.58:72

ISBN 978-5-7038-3870-9 (т. 2)
ISBN 978-5-7038-3868-6

© Коллектив авторов, 2013
© Калужский филиал МГТУ
им. Н.Э. Баумана
© Издательство МГТУ
им. Н.Э. Баумана, 2013

СЕКЦИЯ 5

**КЛАССИЧЕСКИЕ И СОВРЕМЕННЫЕ
МЕТОДЫ ТЕОРИИ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ;
АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ
И ПРОИЗВОДСТВОМ**

Чжо Ту Аунг, Д.В. Мельников

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИХ РЕЖИМАХ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается алгоритм метода исследования устройств, динамика которых описывается нелинейными дифференциальными стохастическими уравнениями. Метод исследования основан на замене стохастической задачи эквивалентным семейством детерминированных задач, решения которых позволяют с необходимой точностью вычислять вероятностные характеристики случайных процессов радиотехнических устройств.

Ключевые слова: *стохастическая система, случайный процесс, ортонормированный базис, дисперсия, корреляционная функция, моделирование.*

Устройства, работающие в стохастических режимах, используются в системах радиосвязи и радиолокации, применяются в системах радиопротиводействия и радионавигации, находят широкое применение в измерительной технике. Разработка выделенного класса радиоэлектронных устройств с учетом их возможного использования в стохастических режимах требует решения таких научно-исследовательских задач как: установление количественных характеристик влияния параметров указанных систем на качество выходного сигнала; получение взаимосвязи вероятностных характеристик входного и выходного сигналов; выявление параметров, целенаправленная вариация которых приводит к эффективному управлению такими характеристиками прибора как выходная мощность, коэффициенты усиления и шума, фазовые характеристики и другие [1, 2]. Круг перечисленных задач значительно расширяется с учетом таких применений электронных устройств, когда на вход подается как случайный сигнал, так и детерминированный сигнал на фоне случайной помехи [1, 2]. Именно поэтому анализ стохастических процессов в электронных системах в настоящее время выглядит весьма актуальным.

Существуют различные методы исследования стохастических систем, которые могут быть разделены на точные и приближенные. К точным ме-

тодам относятся такие, которые в принципе позволяют отыскивать характеристики сигналов, определяющие их полностью в статистическом смысле, а именно: n -мерные законы распределения или их моментные характеристики высших порядков. К точным относится, например, метод, основанный на интегрировании уравнений Фоккера-Планка-Колмогорова. Применение для исследования систем этих уравнений позволяет отыскивать одномерные дифференциальные законы распределения фазовых координат либо аналитически, либо численным интегрированием дифференциальных уравнений в частных производных [3].

Существуют и другие точные методы статистического исследования систем автоматического управления [4]. Практическое применение этих методов часто связано с большими трудностями. Это послужило причиной для разработки приближенных методов расчета и проектирования нелинейных систем при случайных воздействиях, направленных на решение инженерных задач, к особенностям которых относится достаточно высокий порядок исследуемых систем и наличие нескольких нелинейных элементов и нескольких случайных воздействий, поступающих на систему.

В инженерной практике для исследования стохастических систем большое распространение получили метод статистических испытаний (метод Монте-Карло) и метод статистической линеаризации. Очевидными достоинствами метода Монте-Карло являются универсальность и простота, возможность применения к любым нелинейным системам, причем степень сложности метода мало зависит от сложности исследуемой системы автоматического управления. К недостаткам метода статистических испытаний следует отнести необходимость накопления больших массивов информации о выходных координатах системы, что связано с выполнением значительного объема вычислений; наличие статистической неопределенности получаемых результатов. Существенным недостатком является громоздкость модели, включающей генераторы случайных возмущений и, следовательно, большая трудоемкость. Причем ошибки моделирования случайных возмущений не самоисправляются, а накапливаются при увеличении числа возмущений, а моделирование случайных возмущений с высокой точностью требует больших объемов дополнительных вычислений. Так же следует, отметить, что на основе данного метода решение задачи синтеза представляет собой значительные трудности [3].

К наиболее часто используемым на практике методам принадлежит метод статистической линеаризации, разработанный И. Е. Казаковым и Р. Бутоном. Но он нашел широкое применение только на класс стационар-

ных систем подверженных случайным воздействиям. Однако при исследовании процессов управления в нестационарных нелинейных системах статистическое исследование значительно усложняется.

В работе предлагается метод детерминированных эквивалентов исследования стохастических систем, который использует замену случайных воздействий эквивалентными неслучайными, и, таким образом стохастическая задача заменяется эквивалентной детерминированной. Такая идеология используется в методе эквивалентных возмущений (метод Б.Г. Доступова), интерполяционном методе (метод В.И. Чернецкого) [4].

В наиболее общем виде, можно предложить следующую математическую формулировку задачи исследования радиотехнических устройств в стохастических режимах:

1. Задана система дифференциальных уравнений относительно выходных координат системы X_1, X_2, \dots, X_n в форме

$$\frac{dX_i}{dt} = g_i(t, X_1, X_2, \dots, X_n, Y_1, Y_2, \dots, Y_m, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r) \quad X_i(0) = 0, \quad (1)$$

где X_1, X_2, \dots, X_n — фазовые (выходные) координаты системы; Y_1, Y_2, \dots, Y_m — случайные функции времени, моделирующие случайные воздействия на систему; $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ — случайные функции времени, моделирующие случайные отклонения параметров системы управления; t — время; g_i — некоторые функции от указанных аргументов.

2. Заданы вероятностные характеристики случайных функций (величин) $Y_1, Y_2, \dots, Y_m, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ в виде моментов или законов распределения вероятностей.

3. Заданы функции от выходных координат $\eta_k(t, X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t))$ $k=1, 2, \dots$, определяющих форму вероятностных характеристик.

Требуется по заданной системе дифференциальных уравнений (1) и заданным вероятностным характеристикам случайных функций $Y_1, Y_2, \dots, Y_m, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ определить математические ожидания функций η_k , т.е. $M[\eta_k]$ $k=1, 2, \dots$.

Математические ожидания $M[\eta_k]$ в частных случаях могут выражать следующие вероятностные характеристики: математические ожидания выходных координат; дисперсии выходных координат; интегральные многомерные законы распределения выходных координат; математические ожидания, дисперсии и интегральные законы для некоторых функций от выходных координат; вероятность того, что некоторая функция от выходных

координат будет в течение выбранного промежутка времени изменяться в заданной области; вероятность того, что несколько функций от выходных координат будут в заданные интервалы времени изменяться в заданных областях и т. д.

Задачу получения реализаций случайной функции по заданным ее вероятностным характеристикам при применении ЭВМ целесообразно решать, используя те или иные представления случайных функций в форме детерминированных функций от случайных величин (представления Карунена, Пугачева, Котельникова, Чернецкого, представления при помощи интерполяционных полиномов и рядов Фурье) [3]. После таких представлений систему (1) можно записать следующим образом

$$\frac{dX_i}{dt} = f_i(t, X_1, X_2, \dots, X_n, V_1, V_2, \dots, V_l) \quad X_i(0) = 0, \quad (2)$$

где X_1, X_2, \dots, X_n — фазовые координаты системы; V_1, V_2, \dots, V_l — некоррелированные случайные величины (индекс l учитывает и все случайные величины, появившиеся в ходе проведенных преобразований) с известными дифференциальными законами распределения $f^{V_1}, f^{V_2}, \dots, f^{V_l}$, t — время.

Таким образом, от общей задачи анализа приходим к следующей, более простой задаче: определить математическое ожидание $M[\eta_k]$ $k = 1, 2, \dots$, если задана система дифференциальных уравнений (2) и плотности распределения независимых случайных величин V_1, V_2, \dots, V_l .

Пусть правые части системы (2) непрерывны относительно параметров V_1, V_2, \dots, V_l и допускают разрывы первого рода относительно аргумента t . Тогда интегралы уравнений (4), можно записать в форме [4]

$$X_i(t) = X_i(V_1, V_2, \dots, V_l; t), \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

В данной работе в качестве аппарата приближения функций (3) предлагается использовать спектральный способ, с разложением решения *в ряд по системам ортонормированных многочленов по каждому аргументу*.

Положим, что $X_i(t; V_1, V_2, \dots, V_l) \in L^2([a_1, b_1] \times [a_2, b_2] \times \dots \times [a_l, b_l])$, $i = \overline{1, n}$, т.е. решение $X_i = X_i(t; V_1, V_2, \dots, V_l)$ интегрируемо с квадратом по переменным V_1, V_2, \dots, V_l ; $[a_z, b_z]$ — область значений аргумента V_z , т.е. $V_z \in [a_z, b_z]$ $z = \overline{1, l}$. Такая функция может быть разложена по ортонормированному базису (ОНБ). Полученный ряд будет сходиться в среднеквадратичном. Для каждого аргумента V_z на сегменте $[a_z, b_z]$ определим систему ортонормирован-

ных полиномов $\mathbf{P}^{V_z} = \{P_0^{V_z}, P_1^{V_z}, P_2^{V_z}, \dots\}$ с весом ρ^{V_z} , $z = \overline{1, l}$. Для аргумента V_1 :

$P_v^{V_1}(V_1) = \sum_{j=0}^v c_{vj}^{V_1} V_1^j$, с весом ρ^{V_1} . Для аргумента V_l : $P_v^{V_l}(V_l) = \sum_{j=0}^v c_{vj}^{V_l} V_l^j$, с весом ρ^{V_l} .

Разложим функцию $X_i(V_1, V_2, \dots, V_l; t)$ по ортонормированным многочленам

$$X_i(V_1, V_2, \dots, V_l; t) \approx \sum_{v_1=0}^{N_1} \sum_{v_2=0}^{N_2} \dots \sum_{v_l=0}^{N_l} c_{v_1 v_2 \dots v_l}^{X_i}(t) P_{v_1}^{V_1}(V_1) P_{v_2}^{V_2}(V_2) \dots P_{v_l}^{V_l}(V_l), \quad (4)$$

где

$$c_{v_1 v_2 \dots v_l}^{X_i}(t) = \int_{a_1}^{b_1} \int_{a_2}^{b_2} \dots \int_{a_l}^{b_l} \rho^{V_1}(V_1) \rho^{V_2}(V_2) \dots \rho^{V_l}(V_l) X_i(V_1, V_2, \dots, V_l; t) \times \\ \times P_{v_1}^{V_1}(V_1) P_{v_2}^{V_2}(V_2) \dots P_{v_l}^{V_l}(V_l) dV_1 dV_2 \dots dV_l, \quad (5)$$

— коэффициенты Фурье; $N_z + 1$ — количество полиномов разложения по переменной V_z , $z = \overline{1, l}$.

Коэффициенты Фурье (5) определяются через неизвестные стохастические решения $X_i(V_1, V_2, \dots, V_l; t)$, поэтому предлагается найти их, т.е. вычислить l -кратные интегралы, численным методом, воспользовавшись формулой прямого произведения соответствующих одномерных формул численного интегрирования (6). При этом остаточные члены аппроксимации одномерных интегралов в значительной мере компенсируются, и вычислительная погрешность не возрастает.

$$c_{v_1 v_2 \dots v_l}^{X_i}(t) \approx \sum_{k_1=1}^{q_1} \dots \sum_{k_l=1}^{q_l} A_{k_1}^{V_1} \dots A_{k_l}^{V_l} X_i(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) P_{v_1}^{V_1}(V_{1k_1}) \dots P_{v_l}^{V_l}(V_{lk_l}), \quad (6)$$

где совокупность чисел $V_{1k_1}, \dots, V_{lk_l}$ — выборки случайных величин V_1, \dots, V_l соответственно; $X_i(V_{1k_1}, \dots, V_{lk_l})$ — реализации случайных функций, полученные в результате численного решения (2) на ЭВМ для всевозможных комбинаций выборок случайных величин; $A_{k_1}^{V_1}, \dots, A_{k_l}^{V_l}$ — некоторые коэффициенты, определяющие методы интегрирования соответствующих одномерных интегралов; q_z — количество выборок случайной величины V_z , $z = \overline{1, l}$.

Общие число интегрирований системы (2) меняется по мультипликативному закону ($N = q_1 q_2 \dots q_l$) в зависимости от количества выборок каждой случайной величины. Поэтому необходимо выбирать такие методы интегрирования соответствующих одномерных интегралов, которые и определяют коэффициенты $A_{k_1}^{V_1}, \dots, A_{k_l}^{V_l}$, чтобы при возможно меньшем количестве выборок случайных величин точнее рассчитать коэффициенты Фурье [5].

Аналогично можно найти спектральное разложение любой функции

$$\eta(t; V_1, V_2, \dots, V_l) \approx \sum_{v_1=0}^{N_1} \sum_{v_2=0}^{N_2} \dots \sum_{v_l=0}^{N_l} c_{v_1 v_2 \dots v_l}^{\eta}(t) P_{v_1}^{V_1}(V_1) P_{v_2}^{V_2}(V_2) \dots P_{v_l}^{V_l}(V_l), \quad (7)$$

$$c_{v_1 v_2 \dots v_l}^{\eta}(t) \approx \sum_{k_1=1}^{q_1} \dots \sum_{k_l=1}^{q_l} A_{k_1}^{V_1} \dots A_{k_l}^{V_l} \eta(t; V_{1k_1}, \dots, V_{lk_l}) P_{v_1}^{V_1}(V_{1k_1}) \dots P_{v_l}^{V_l}(V_{lk_l}), \quad (8)$$

при этом ее реализации находятся через реализации выходных координат при конкретных значениях случайных величин. Так, реализации функций η для математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции фазовой координаты, корреляционного момента между фазовыми координатами $X_i(t)$ и $X_j(t)$, и интегрального закона распределения сигнала $X_i(t)$ при конкретных значениях случайных величин рассчитываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \eta^{m_{X_i}}(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) &= X_i(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}), \\ \eta^{D_{X_i}}(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) &= \left[X_i(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - m_{X_i}(t) \right]^2, \\ \eta^{R_{X_i X_i}}(t_1, t_2; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) &= \left[X_i(t_1; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - m_{X_i}(t_1) \right] \times \\ &\quad \times \left[X_i(t_2; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - m_{X_i}(t_2) \right], \\ \eta^{R_{X_i X_j}}(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) &= \left[X_i(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - m_{X_i}(t) \right] \times \\ &\quad \times \left[X_j(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - m_{X_j}(t) \right], \\ \eta^{F_{X_i}}(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{X_i(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - x_i}{|X_i(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}) - x_i|} \right). \end{aligned}$$

Приближенное представление функций η в виде спектрального представления (7), позволяет вычислить соответствующую вероятностную ха-

рактеристику путем ее интегрального осреднения, с весом равным плотности распределения случайных величин

$$m_{\eta}(t) = M[\eta(t; V_1, V_2, \dots, V_l)] = \int_{a_1}^{b_1} \dots \int_{a_l}^{b_l} \eta(t; V_1, V_2, \dots, V_l) \prod_{z=1}^l f^{V_z}(V_z) dV_z,$$

что можно сделать сколь угодно точно, т.к. подынтегральное выражение является аналитической функцией. Такова идеология метода.

Можно показать, что в зависимости от выбора систем ортонормированных многочленов и численных методов расчета коэффициентов Фурье возникают многочисленные разновидности метода, т. е. конкретные расчетные формулы, условия сходимости, выражения погрешности получаемых результатов.

Наиболее точным и простым с точки зрения реализации на ЭВМ является алгоритм, в котором для каждой случайной величины V_z определяется система многочленов, ортонормированных с весом равным плотности ее распределения f^{V_z} , а коэффициенты Фурье находятся с помощью квадратур Гаусса [5]. Расчетная формула статистических характеристик в этом случае определяется выражением

$$m_{\eta}(t) \approx \sum_{k_1=1}^{q_1} \dots \sum_{k_l=1}^{q_l} A_{k_1}^{V_1} \dots A_{k_l}^{V_l} \eta(t; V_{1k_1}, V_{2k_2}, \dots, V_{lk_l}), \quad (9)$$

и позволяет, в принципе рассчитать приближенно значения любых вероятностных характеристик, необходимых для статистического анализа систем управления и, следовательно, является универсальной. Выборками случайных величин в этом случае являются корни соответствующих полиномов, т.е. определяются детерминированным способом, а гауссовы коэффициенты находятся по формуле [5]:

$$A_{k_z}^{V_z} = \frac{a_{q_z}}{a_{q_z-1}} \frac{1}{P_{q_z}^{V_z}(V_{zk_z}) P_{q_z-1}^{V_z}(V_{zk_z})}, \quad z = \overline{1, l}, \quad k_z = \overline{1, q_z}, \quad (10)$$

В качестве примера рассмотрим простейшую систему автоматического регулирования, на вход которой действует случайный процесс $Y(t)$. Дифференциальное уравнение такой системы имеет вид

$$\frac{dX}{dt} + bX = Y(t), \quad X(0) = 0.$$

Рассмотрим задачу, когда случайная функция $Y(t)$ является стационарной, имеет математическое ожидание равное нулю, а ее корреляционная функция выражается формулой

$$K_Y(\tau) = \sigma_X^2 e^{-h|\tau|}, b=1, h=1, \sigma_X^2 = 4.$$

Требуется определить математическое ожидание и дисперсию выходной координаты X в момент времени $t=1$.

Этот простой пример выбран не случайно – он допускает точное аналитическое решение. Из заданного дифференциального уравнения и начальных условий следует, что

$$X(t) = e^{-t} \int_0^t e^{\tau} Y(\tau) d\tau. \quad M[X(t)] = e^{-t} \int_0^t e^{\tau} M[Y(\tau)] d\tau.$$

По условию задачи $M[Y(\tau)] = 0$, поэтому $M[X(t)] = 0$. Вычислим дисперсию

$$\begin{aligned} D[X(t)] &= M\left[\left(X(t) - M[X(t)]\right)^2\right] = \int_0^t \int_0^t e^{-(t-\tau_1)} e^{-(t-\tau_2)} K_Y(\tau_1 - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= \int_0^t \int_0^t e^{-(t-\tau_1)} e^{-(t-\tau_2)} 4e^{-|\tau_1 - \tau_2|} d\tau_1 d\tau_2. \end{aligned}$$

Разбив область интегрирования на две области: D_1 , где $\tau_1 > \tau_2$, и D_2 , где $\tau_2 > \tau_1$, при $t=1$, из последней формулы получим

$$\begin{aligned} D[X(t)] &= 4e^{-2} \int_0^t \int_0^t e^{\tau_1 + \tau_2} e^{-|\tau_1 - \tau_2|} d\tau_1 d\tau_2 = \\ &= 4e^{-2} \left[\int_0^1 d\tau_1 \int_0^{\tau_1} e^{2\tau_2} d\tau_2 + \int_0^1 d\tau_2 \int_0^{\tau_2} e^{2\tau_1} d\tau_1 \right] = 2 - 6e^{-2}. \end{aligned}$$

Таким образом, в рассматриваемом примере точные значения математического ожидания и дисперсии при $t=1$ соответственно равны

$$m_X(t)\big|_{t=1} = 0, \quad D_X(t)\big|_{t=1} = 2 - 6e^{-2} = 1,1879882.$$

Решим поставленную задачу методом детерминированных эквивалентов. Для этого представим случайную функцию в виде неканонического разложения [4]

$$Y(t) = \sigma_X \left(\sin V_2' t + V_1 \cos V_2' t \right),$$

где V_1, V_2' — независимые случайные величины

$$M[V_1] = 0, \sigma_{V_1} = 2, \quad f(V_2') = \frac{1}{\pi(V_2'^2 + 1)}.$$

Согласно неканоническому разложению случайных функций закон распределения случайной величины V_1 выберем нормальным. Для случайной величины V_2' с плотностью распределения вероятностей $f(V_2')$ используем известное ψ -преобразование к равномерному закону [4]

$$V_2' = \psi(V_2) = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} V_2.$$

В результате неканонического представления случайной функции $Y(t)$ исходное дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{dX}{dt} + bX = 2 \left(\sin \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} V_2 \right) t \right] + V_1 \cos \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} V_2 \right) t \right] \right),$$

где V_1 имеет стандартную форму нормального закона распределения, а V_2 – стандартную форму равномерного закона распределения.

Ортонормированная система многочленов с весовой функцией равной плотности случайной величины V_1 ($f(V_1) = 1/\sqrt{2\pi} \cdot e^{-\frac{V_1^2}{2}}$) представляет собой полиномы Эрмита: $P_0^{V_1}(V_1) = 1$, $P_1^{V_1}(V_1) = V_1$, $P_2^{V_1}(V_1) = 0,707V_1^2 - 0,707$, $P_3^{V_1}(V_1) = 0,408V_1^3 - 1,225V_1$, $P_4^{V_1}(V_1) = 0,204V_1^4 - 1,225V_1^2 + 0,612$.

Ортонормированная система многочленов с весовой функцией равной плотности случайной величины V_2 ($f(V_2) = 1/2$) представляет собой полиномы Лежандра $[-1, 1]$: $P_0^{V_2}(V_2) = 1$, $P_1^{V_2}(V_2) = 1,732V_2$, $P_2^{V_2}(V_2) = 3,354V_2^2 - 1,118$, $P_3^{V_2}(V_2) = 6,6144V_2^3 - 3,9686V_2$, $P_4^{V_2}(V_2) = 13,125V_2^4 - 11,25V_2^2 + 1,125$.

Следует отметить, что для каждой весовой функции, являющейся плотностью распределения вероятности случайной величины, существует единственная ортогональная (ортонормированная) система многочленов [5].

Возьмем для V_1 две выборки $q_1 = 2$, а для случайной величины V_2 – $q_2 = 5$ ($N = q_1 q_2 = 10$), тогда выборки случайных величин (корни соответствующих многочленов) и коэффициенты интегрирования (10) принимают следующие значения:

$$V_{11} = -1, V_{12} = 1, A_1^{V_1} = 0,5, A_2^{V_1} = 0,5.$$

$$V_{21} = -0,90618, V_{22} = -0,53847, V_{23} = 0, V_{24} = 0,53847, V_{25} = 0,90618.$$

$$A_1^{V_2} = 0,11846, A_2^{V_2} = 0,23931, A_3^{V_2} = 0,284444, A_4^{V_2} = 0,23931, A_5^{V_2} = 0,11846.$$

Воспользовавшись (9) легко найти значения математического ожидания и дисперсии в момент времени $t = 1$ (реализации функции $X(t; V_{1k_1}, V_{2k_2})$ можно найти аналитически, а в общем случае численным методом).

$$m_X(t)|_{t=1} \approx -1,137328\text{e-}016, D_X(t)|_{t=1} \approx 1,1551456.$$

При $q_1 = 3, q_2 = 8$ ($N = 24$)

$$m_X(t)|_{t=1} \approx 1,8735013\text{e-}016, D_X(t)|_{t=1} \approx 1,19864787.$$

При $q_1 = 4, q_2 = 9$ ($N = 36$)

$$m_X(t)|_{t=1} \approx -1,367\text{e-}015, D_X(t)|_{t=1} \approx 1,18476801695.$$

Сравнив полученные приближенные значения с найденными выше точными, можно установить, сходимость метода детерминированных эквивалентов к точному значению с увеличением количества выборок случайных величин. Результаты анализа методами детерминированных эквивалентов и статистических испытаний сведены в таблицу 1.

Необходимо отметить, что реализации случайных функций $X_i(V_{1k_1}, \dots, V_{lk_l})$ можно вычислить проекционно-матричным методом [6]. Это оказывается эффективным, если модель радиотехнического устройства задана структурной схемой.

Таблица 1

	Точное решение	Метод детерминированных эквивалентов		
		$N = 10$	$N = 24$	$N = 36$
$m_X(t) _{t=1}$	0	-1,137E-17	1,873E-16	-1,367E-15
$D_X(t) _{t=1}$	1,187988	1,155146	1,198647	1,184768

	Точное решение	Метод статистических испытаний		
		$N = 5000$	$N = 10000$	$N = 15000$
$m_X(t) _{t=1}$	0	0,001106	-0,00867	0,00955
$D_X(t) _{t=1}$	1,187988	1,284333	1,292682	1,268207

По сравнению с применяемыми в настоящее время методами исследования радиотехнических устройств в стохастических режимах метод детерминированных эквивалентов обладают следующими преимуществами:

1) высокая степень универсальности, обусловленная тем, что исходная математическая модель систем управления описывает почти все основные классы систем: непрерывного действия; дискретного действия; системы со случайным запаздыванием; линейные стационарные и нестационарные системы; линейные и нелинейные системы со случайно изменяющейся структурой, учитывающие случайное изменение параметров и входных воздействий; оптимальные и самонастраивающиеся системы; 2) отсутствие принципиальных ограничений на размерность системы, на количество нелинейностей, случайных воздействий и параметров; 3) отсутствие ограничений на стационарность и законы распределения случайных сигналов и случайных параметров системы управления; 4) возможность расчета не только моментных характеристик, но и вероятностей; 5) возможность достижения произвольной точности получаемых результатов путем увеличения количества выборок случайных величин; 6) совместно с методами математического программирования можно рассматривать задачу синтеза стохастических систем.

Список литературы

1. Арсеньев Г.Н., Зайцев Г.Ф. Радиоавтоматика. Ч.2. Теория дискретных и оптимальных систем автоматического управления РЭС. Учебник для вузов.–М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008.– 480 с.
2. Мазин А.В., Гришин Ю.К. Проблемы построения режимно-адаптивных входных устройств приемников дискретной информации. Вопросы радиоэлектроники. 2011. № 5. С. 57-73.
3. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем / К.А. Пупков., Н.Д. Егупов, А.М. Макаренков, А.И. Трофимов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 400 с.
4. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Трофимов А.И. Методы теории автоматического управления. Учебное пособие / под ред. Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998 – 562 с., ил.
5. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. М.: Наука, 1967. – 500 стр. с ил.

Чжо Ту Аунг, аспирант.

E-mail: kyawthuaung310@gmail.com.

Мельников Д.В., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

Kyaw Thu Aung, D.V. Melnikov

RESEARCH ALGORITHM OF NONLINEAR SYSTEMS OF AUTOMATIC CONTROL IN THE STOCHASTIC MODES

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

For regard an algorithm method of the research devices, the dynamics that are described by nonlinear stochastic differential equations. The method of research is based on the replacement of the stochastic problem by equivalent series of deterministic problems, solutions that allow with necessary accuracy to calculate the probabilistic characteristics of random processes of radiotechnical devices.

Keywords: *stochastic system, random process, orthonormal basis, variance, correlation function, modeling.*

Kyaw Thu Aung, graduate student.

E-mail: kyawthuaung310@gmail.com.

Melnikov D.V., associate professor, Ph.D.

E-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

Мин Чжо Ту, Д.В. Мельников

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОНТУРА РЕГУЛИРОВАНИЯ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ РОТОРА ПАРОВОЙ ТУРБИНЫ К-800-130/3000

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В настоящее время в практических приложениях теории автоматического управления широкое применение находят проекционно-матричные методы расчета и проектирования систем, поведение которых описывается нелинейными дифференциальными уравнениями. В статье рассмотрена возможность применения этих методов к решению задачи параметрического синтеза контура регулирования частоты вращения ротора турбоагрегата. Предложенный алгоритм синтеза, в качестве меры близости эталонного и реального переходных процессов использует критерий оптимальности, записанный в терминах матричных операторов. Особенностью алгоритма является использование нескольких итерационных процедур: вычисление спектральных характеристик относительных отклонений положений поршней сервомоторов цилиндров высокого и низких давлений, относительного отклонения давления пара в пароперегревателе, спектральных характеристик подсистем имеющих местные обратные связи. В работе на основе предложенного алгоритма синтеза были найдены параметры гидравлической и электрической частей контура системы регулирования частоты вращения ротора турбины К-800-130/3000.

Ключевые слова: математическая модель, паровая турбина, система регулирования, проекционно-матричный метод, синтез.

Усилиями многих крупных ученых и специалистов теория динамики регулирования турбин развита в настоящее время весьма глубоко. Она базируется главным образом на приложении методов теории автоматического управления к специфическим задачам турбостроения. По мере усложнения задач, выдвигаемых энергетикой, существенно усложняются законы управления турбоагрегатов, используются более сложные математические модели, все шире применяются оптимизационные и стохастические подходы [1]. Все это приводит к тому, что на этапе проектирования систем регулирования турбин, ее динамика описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений высокого порядка. На начальном этапе проек-

тирования остро встает задача расчета параметров системы управления в соответствии с заданными критериями качества и условиями функционирования в классе нелинейных систем [1]. В последнее время в теории автоматического управления для решения задач синтеза широкое распространение получили матричные методы расчета и проектирования систем автоматического управления [2]. Аппарат матричных операторов хорошо зарекомендовал себя для решения задач управления для класса линейных стационарных и нестационарных систем, но до недавнего времени не находил должного применения в турбостроении, так как, динамика регулирования турбины, после процедуры линеаризации, описывалась в классе линейных стационарных систем, для которых хорошо развит классический аппарат передаточных функций. Такой подход на современном этапе развития систем управления энергетическими турбинами уже неправомерен. В последнее время аппарат матричных операторов нашел развитие на класс нелинейных систем автоматического управления [3], что позволяет более точно решать задачи турбостроения на начальном этапе проектирования. В работе приводится алгоритм расчета контура регулирования частоты вращения ротора на примере паровой турбины К-800-130/3000, математическая модель которого представлена в [4], соответствующая структурная схема на рис. 1.

На рисунке обозначены следующие процессы (здесь и далее по тексту переменные модели являются относительными отклонениями от соответствующих номинальных значений): φ – относительное отклонение частоты вращения ротора ω от номинального значения ω_n , $\varphi = (\omega - \omega_n) / \omega_n$; ζ_r – относительное отклонение нагрузки генератора от номинального значения (возмущающее воздействие); $\gamma_{цвд}$, $\gamma_{цнд1}$, $\gamma_{цнд2}$, $\gamma_{цнд3}$, $\gamma_{пп}$ – относительные отклонения расходов пара через цилиндр высокого давления (ЦВД), цилиндры низкого давления (ЦНД1, ЦНД2, ЦНД3), пароперегревателя (ПП) соответственно; $\mu_{цвд}$, $\mu_{цнд1}$, $\mu_{цнд2}$, $\mu_{цнд3}$ – относительные открытия регулирующих клапанов цилиндров высокого и низкого давления ($РК_{цвд}$, $РК_{цнд1}$, $РК_{цнд3}$, $РК_{цнд2}$) соответственно; $\sigma_{цвд}$, $\sigma_{цнд1}$, $\sigma_{цнд2}$, $\sigma_{цнд3}$ – относительные отклонения золотников сервомоторов ЦВД, ЦНД1, ЦНД2, ЦНД3; $\pi_{пп}$, π_0 – относительные отклонения давления в ПП и давления свежего пара соответственно; φ_y – сигнал пропорциональный ускорению ротора турбины; φ_d – выходной сигнал дифференциатора; $\chi_{эмп}$ – ход следящего золотника электромеханического преобразователя; $\chi_{гy}$ – ход следящего золотника гидроусилителя; ζ – относительное приращение выходной координаты

датчика частоты вращения ротора; φ_1 – ход следящего золотника механического регулятора скорости; ψ – сигнал от задатчика частоты вращения (МУТ – механизм управления турбины); η – ход промежуточного золотника; s – символ дифференцирования (переменная Лапласа).

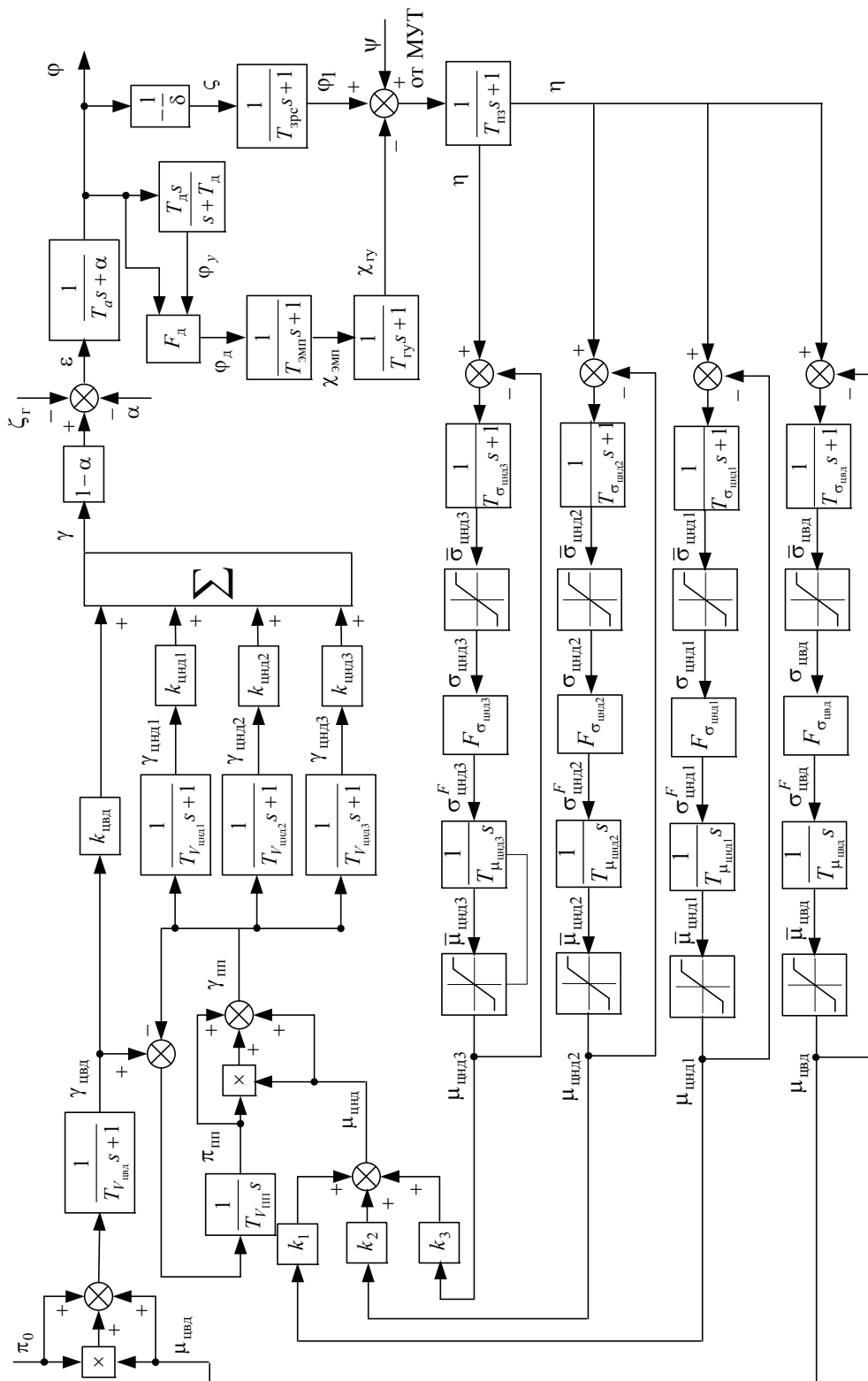


Рис. 1

Известны следующие параметры объекта регулирования и системы управления: $\alpha = 0,04$ – коэффициент самовыравнивания системы регулирования; $T_a = 5,1$ с – постоянная времени ротора; $T_{V_{\text{цвд}}} = 0,05$ с, $T_{V_{\text{цнд1}}} = T_{V_{\text{цнд2}}} = T_{V_{\text{цнд3}}} = 0,08$ с, $T_{V_{\text{пп}}} = 7$ с – постоянные времени эквивалентного объема ЦВД, ЦНД1, ЦНД2, ЦНД3, ПП соответственно; $k_{\text{цвд}} = 0,32$; $k_{\text{цнд1}} = k_{\text{цнд2}} = k_{\text{цнд3}} = 0,2267$ – коэффициенты, учитывающие долю мощности соответствующего отсека турбины; $k_1 = k_2 = k_3 = 1/3$ – коэффициенты, показывающие доли распределения расхода пара между цилиндрами низкого давления; $\delta = 0,04$ – степень неравномерности регулирования; $T_d = 100$ с – константа дифференциатора.

Нелинейные элементы на рис. 1 определяются следующим образом.

$$\varphi_d = F_d(\varphi_y, \varphi) = F_{\text{н.д}}(\varphi_y) F_{\text{п}}(\varphi); \quad F_{\text{п}}(\varphi) = \begin{cases} 1, & \varphi \geq \varphi_{d+}; \\ 0, & \varphi < \varphi_{d+}; \end{cases}$$

$$F_{\text{н.д}}(\varphi_y) = \begin{cases} k_{1д} \varphi_y, & |\varphi_y| \leq \tilde{\varphi}_y; \\ k_{2д} \varphi_y + \text{sign}(\varphi_y)(k_{1д} - k_{2д}) \tilde{\varphi}_y, & |\varphi_y| > \tilde{\varphi}_y, \end{cases}$$

где $F_{\text{н.д}}(\varphi_y)$ – нелинейное преобразование сигнала φ_y , определяющие настройку «крутизны» дифференциатора в широких пределах; $\varphi_{d+} = 0,03$ – величина порога срабатывания дифференциатора; $k_{1д} = 8$, $k_{2д} = 14,3$ – величины, определяющие настройку дифференциатора; $\tilde{\varphi}_y = 0,1$.

Уравнение движения отсечного золотника эквивалентного сервомотора ЦВД с учетом ограничения на его ход имеет вид:

$$T_{\sigma_{\text{цвд}}} \frac{d\bar{\sigma}_{\text{цвд}}}{dt} + \bar{\sigma}_{\text{цвд}} = \eta - \mu_{\text{цвд}}; \quad \sigma_{\text{цвд}} = F_{\text{цвд}}^{\text{ог}}(\bar{\sigma}_{\text{цвд}}) = \begin{cases} \sigma_{\text{цвд}}^+, & \bar{\sigma}_{\text{цвд}} > \sigma_{\text{цвд}}^+, \\ \bar{\sigma}_{\text{цвд}}, & \sigma_{\text{цвд}}^- \leq \bar{\sigma}_{\text{цвд}} \leq \sigma_{\text{цвд}}^+, \\ \sigma_{\text{цвд}}^-, & \bar{\sigma}_{\text{цвд}} < \sigma_{\text{цвд}}^-. \end{cases}$$

где $T_{\sigma_{\text{цвд}}}$ – постоянная времени золотника сервомотора ЦВД; $\sigma_{\text{цвд}}^- = -1,1$, $\sigma_{\text{цвд}}^+ = 0,5$ – величины, ограничивающие смещение золотника (ограничения хода золотника) с целью предотвратить существенное падение в напорных магистралях системы.

Уравнение движения поршня эквивалентного сервомотора ЦВД с учетом нечувствительности системы регулирования, ограничения скорости поршня сервомотора при малых значениях входного сигнала и с учетом ограничения на его ход, имеет вид:

$$T_{\mu_{\text{цвд}}} \frac{d\bar{\mu}_{\text{цвд}}}{dt} = F_{\sigma_{\text{цвд}}}(\sigma_{\text{цвд}}) = \sigma_{\text{цвд}}^F = \begin{cases} 0, |\sigma_{\text{цвд}}| \leq \varepsilon_{\text{цвд}}; \\ 0,5z_{\text{цвд}} + 0,25 \frac{z_{\text{цвд}}^2}{\Delta z_{\text{цвд}}} \text{sign} z_{\text{цвд}}, \text{ при } |z_{\text{цвд}}| \leq \Delta z_{\text{цвд}}; \\ z_{\text{цвд}} - 0,25\Delta z_{\text{цвд}} \text{sign} z_{\text{цвд}}, \text{ при } |z_{\text{цвд}}| > \Delta z_{\text{цвд}}; \end{cases}$$

$$z_{\text{цвд}} = \sigma_{\text{цвд}} - \varepsilon_{\text{цвд}} \text{sign}(\sigma_{\text{цвд}});$$

$$\mu_{\text{цвд}} = F_{\text{цвд}}^{\text{ог}}(\bar{\mu}_{\text{цвд}}) = \begin{cases} \mu_{\text{цвд}}^+, & \bar{\mu}_{\text{цвд}} > \mu_{\text{цвд}}^+, \\ \bar{\mu}_{\text{цвд}}, & \mu_{\text{цвд}}^- \leq \bar{\mu}_{\text{цвд}} \leq \mu_{\text{цвд}}^+, \\ \mu_{\text{цвд}}^-, & \bar{\mu}_{\text{цвд}} < \mu_{\text{цвд}}^-. \end{cases}$$

где $T_{\mu_{\text{цвд}}}$ – постоянная времени сервомотора ЦВД; $\mu_{\text{цвд}}^- = -1,15$, $\mu_{\text{цвд}}^+ = 1,275$ – ограничения хода поршня сервомотора ЦВД; $\Delta z_{\text{цвд}} = 0,3$ – относительная высота профиля кромок отсечного золотника сервомотора ЦВД; $\varepsilon_{\text{цвд}} = 0,0004$ – величина, характеризующая степень нечувствительности сервомотора ЦВД.

Уравнение движения отсечного золотника эквивалентного сервомотора ЦНД:

$$T_{\sigma_{\text{цнд}i}} \frac{d\bar{\sigma}_{\text{цнд}i}}{dt} + \sigma_{\text{цнд}i} = \eta - \mu_{\text{цнд}i}; \sigma_{\text{цнд}i} = F_{\text{цнд}i}^{\text{ог}}(\bar{\sigma}_{\text{цнд}i}) = \begin{cases} \sigma_{\text{цнд}i}^+, & \bar{\sigma}_{\text{цнд}i} > \sigma_{\text{цнд}i}^+, \\ \bar{\sigma}_{\text{цнд}i}, & \sigma_{\text{цнд}i}^- \leq \bar{\sigma}_{\text{цнд}i} \leq \sigma_{\text{цнд}i}^+, \\ \sigma_{\text{цнд}i}^-, & \bar{\sigma}_{\text{цнд}i} < \sigma_{\text{цнд}i}^-. \end{cases}$$

где $T_{\sigma_{\text{цнд}i}}$ – постоянная времени золотника сервомотора ЦНД; $\sigma_{\text{цнд}i}^- = -0,6$, $\sigma_{\text{цнд}i}^+ = 1,2$ – величины, ограничивающие смещение золотника, $i = 1, 2, 3$.

Уравнение движения поршня эквивалентного сервомотора ЦНД с учетом нечувствительности системы регулирования, ограничения скорости поршня сервомотора при малых значениях входного сигнала и с учетом ограничения на его ход, имеет вид:

$$T_{\mu_{\text{цнд}i}} \frac{d\bar{\mu}_{\text{цнд}i}}{dt} = F_{\sigma_{\text{цнд}i}}(\sigma_{\text{цнд}i}) = \sigma_{\text{цнд}i}^F = \begin{cases} 0, |\sigma_{\text{цнд}i}| \leq \varepsilon_{\text{цнд}i}; \\ 0,5z_{\text{цнд}i} + 0,25 \frac{z_{\text{цнд}i}^2}{\Delta z_{\text{цнд}i}} \text{sign} z_{\text{цнд}i}, \text{ при } |z_{\text{цнд}i}| \leq \Delta z_{\text{цнд}i}; \\ z_{\text{цнд}i} - 0,25\Delta z_{\text{цнд}i} \text{sign} z_{\text{цнд}i}, \text{ при } |z_{\text{цнд}i}| > \Delta z_{\text{цнд}i}; \end{cases}$$

$$z_{\text{цнд}i} = \sigma_{\text{цнд}i} - \varepsilon_{\text{цнд}i} \text{sign}(\sigma_{\text{цнд}i});$$

$$\mu_{\text{цнд}i} = F_{\text{цнд}i}^{\text{ог}}(\bar{\mu}_{\text{цвд}}) = \begin{cases} \mu_{\text{цнд}i}^+, & \bar{\mu}_{\text{цнд}i} > \mu_{\text{цнд}i}^+, \\ \bar{\mu}_{\text{цнд}i}, & \mu_{\text{цнд}i}^- \leq \bar{\mu}_{\text{цнд}i} \leq \mu_{\text{цнд}i}^+, \\ \mu_{\text{цнд}i}^-, & \bar{\mu}_{\text{цнд}i} < \mu_{\text{цнд}i}^-. \end{cases}$$

где $T_{\mu_{\text{цнд}i}}$ – постоянная времени сервомотора ЦНД; $\mu_{\text{цнд}i}^- = -1,2$, $\mu_{\text{цнд}i}^+ = 1,275$ – ограничения хода поршня сервомотора ЦНД; $\Delta z_{\text{цнд}i} = 0,3$ – относительная высота профиля кромок отсечного золотника сервомотора ЦНД; $\varepsilon_{\text{цнд}i} = 0,0004$ – величина, характеризующая степень нечувствительности сервомотора ЦНД, $i = 1, 2, 3$.

Постановка задачи. Для модели, представленной на рис. 1, с известными параметрами объекта и некоторых параметров системы управления требуется определить следующие параметры системы регулирования: $T_{\text{зрс}}$, $T_{\text{пз}}$, $T_{\text{эмп}}$, $T_{\text{гу}}$, $T_{\sigma_{\text{цвд}}}$, $T_{\sigma_{\text{цнд}1}}$, $T_{\sigma_{\text{цнд}2}}$, $T_{\sigma_{\text{цнд}3}}$, $T_{\mu_{\text{цвд}}}$, $T_{\mu_{\text{цнд}1}}$, $T_{\mu_{\text{цнд}2}}$, $T_{\mu_{\text{цнд}3}}$, таким образом, чтобы динамика регулирования турбоагрегата отвечала [5].

Согласно [5], зададим эталонный переходной процесс (желаемый закон изменения относительного значения частоты ротора турбины) системы регулирования турбины при резком сбросе нагрузки генератора ($\zeta_{\text{г}} = -1$, $\pi_0 = 0$, $\psi = 0$) в следующем виде:

$$\varphi_{\text{э}}(t) = 0,04 - 0,04e^{-\alpha t} \cos \beta t; \quad \alpha = 2,2, \quad \beta = 5. \quad (1)$$

Для решения задачи воспользуемся проекционно-матричным методом синтеза систем автоматического управления, который основан на представлении сигналов и функций в виде ряда и на весьма эффективном аппарате математического программирования. Для этого представим систему в операторной форме (рис. 2).

На схеме обозначено: \mathbf{C}^x – спектральные характеристики соответствующего процесса; \mathbf{A}_x – матричные операторы соответствующего звена структурной схемы рис. 1, \mathbf{A}_{y2} – матричный оператор умножения функции двух функций.

Спектральные характеристики воздействий и эталонного переходного процесса вычисляются по формуле

$$\mathbf{C}^x = \begin{bmatrix} c_1^x & c_2^x & \dots & c_l^x \end{bmatrix}^T = \int_0^T x(t) \boldsymbol{\Phi}^T(t) dt \quad (2)$$

где $x(t)$ – соответствующий процесс, $\boldsymbol{\Phi}^T(t) = [\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_l(t)]$ – ортонормированный базис (ОНБ); T – время исследования системы; T – знак транспонирования.

Матричные операторы линейных звеньев вычисляются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_\varphi &= (T_a \mathbf{I} + \alpha \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_\alpha = \alpha \mathbf{I}; \mathbf{A}_{k_{цвд}} = k_{цвд} \mathbf{I}; \mathbf{A}_{k_{цнд1}} = k_{цнд1} \mathbf{I}; \mathbf{A}_{k_{цнд2}} = k_{цнд2} \mathbf{I}; \\
\mathbf{A}_{k_{цнд3}} &= k_{цнд3} \mathbf{I}; \mathbf{A}_{\gamma_{цвд}} = (T_{\gamma_{цвд}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\gamma_{цнд1}} = (T_{\gamma_{цнд1}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \\
\mathbf{A}_{\gamma_{цнд2}} &= (T_{\gamma_{цнд2}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\gamma_{цнд3}} = (T_{\gamma_{цнд3}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\pi_{пп}} = \mathbf{A}_и / T_{\pi_{пп}}; \\
\mathbf{A}_{k1} &= k_1 \mathbf{I}; \mathbf{A}_{k2} = k_2 \mathbf{I}; \mathbf{A}_{k3} = k_3 \mathbf{I}; \mathbf{A}_\varsigma = -\mathbf{I} / \delta; \mathbf{A}_{\phi1} = (T_{зрс} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \quad (3) \\
\mathbf{A}_\eta &= (T_{пз} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\phi_y} = (\mathbf{I} + T_{д} \mathbf{A}_и) ^{-1} T_{д}; \mathbf{A}_{\chi_{эмп}} = (T_{эмп} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \\
\mathbf{A}_{\chi_{гу}} &= (T_{гу} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\sigma_{цвд}} = (T_{\sigma_{цвд}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\sigma_{цнд1}} = (T_{\sigma_{цнд1}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \\
\mathbf{A}_{\sigma_{цнд2}} &= (T_{\sigma_{цнд2}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \mathbf{A}_{\sigma_{цнд3}} = (T_{\sigma_{цнд3}} \mathbf{I} + \mathbf{A}_и) ^{-1} \mathbf{A}_и; \\
\mathbf{A}_{\mu_{цвд}} &= \mathbf{A}_и / T_{\mu_{цвд}}; \mathbf{A}_{\mu_{цнд1}} = \mathbf{A}_и / T_{\mu_{цнд1}}; \mathbf{A}_{\mu_{цнд2}} = \mathbf{A}_и / T_{\mu_{цнд2}}; \mathbf{A}_{\mu_{цнд3}} = \mathbf{A}_и / T_{\mu_{цнд3}},
\end{aligned}$$

где $\mathbf{A}_и$ – матричный оператор интегрирования, \mathbf{I} – единичная матрица.

Матричные операторы нелинейных звеньев при конкретных входных воздействиях можно вычислить как матричный оператор умножения функции, определяемой как отношение выходного сигнала к входному сигналу рассматриваемого нелинейного элемента.

$$\mathbf{A}^H = \{a_{ij}^H\} = \int_0^T \frac{F(\Phi^T(t) \mathbf{C}^x)}{\Phi^T(t) \mathbf{C}^x} \phi_i(t) \phi_j(t) dt, \quad (4)$$

где \mathbf{C}^x – спектральная характеристика сигнала, поступающего на вход соответствующего нелинейного элемента; F – нелинейное преобразование соответствующего процесса.

В качестве меры близости эталонного и реального переходных процессов воспользуемся критерием оптимальности, записанным в терминах матричных операторов:

$$J(\mathbf{p}) = \|\mathbf{C}^\Phi(\mathbf{p}) - \mathbf{C}^{\Phi_3}\| = \|\mathbf{E}(\mathbf{p})\| \rightarrow \min_{\mathbf{p}}, \quad (5)$$

где $\mathbf{p} = [T_{зрс}, T_{эмп}, T_{пз}, T_{\sigma_{цвд}}, T_{\sigma_{цнд1}}, T_{\sigma_{цнд2}}, T_{\sigma_{цнд3}}, T_{\mu_{цвд}}, T_{\mu_{цнд1}}, T_{\mu_{цнд2}}, T_{\mu_{цнд3}}]^T$ – вектор искомых параметров регулятора, \mathbf{C}^{Φ_3} – спектральная характеристика

эталонного переходного процесса, $C^{\Phi}(p)$ – спектральная характеристика реального переходного процесса зависящая от параметров регулятора.

Подробно алгоритм синтеза для класса нелинейных систем изложен в [3]. С использованием такого подхода задача синтеза сводится к задаче математического программирования – нахождение минимума функции нескольких переменных.

Алгоритм, определяющий процедуру решения задачи расчета параметров контура системы автоматического регулирования частоты вращения ротора паровой турбины К-800-130/3000, представлен на рис. 3. В рассматриваемом случае можно предложить и более простой алгоритм синтеза с точки зрения его вычислительной реализации, например, можно было бы обойтись всего одной итерационной процедурой (ИТП₁). Но этот алгоритм не гарантировал бы решение задачи с необходимой точностью. Поэтому предпочтительно разбить задачу синтеза на несколько подзадач, точность решения которых мы можем контролировать. Для этого и вводятся дополнительные итерационные процедуры – вычисление спектральных характеристик относительных отклонений положений поршней сервомоторов цилиндров высокого и низких давлений (ИТП₂ – ИТП₅), относительного отклонения давления пара в пароперегревателе (ИТП₆). Точность решения подзадач и будет определять точность решения основной задачи – вычисление параметров системы регулирования. Необходимо отметить, что при реализации алгоритма представленного на рис. 3, при вычислении спектральных характеристик выходных процессов подсистем имеющих местные обратные связи (ИТП₂ – ИТП₆), необходимо на первой итерации задаться их начальными приближениями $C_0^{\mu_{цвд}}, C_0^{\mu_{цнд1}}, C_0^{\mu_{цнд2}}, C_0^{\mu_{цнд3}}, C_0^{\gamma_{пп}}$.

Результаты синтеза иллюстрируются графиками, представленными на рис. 4. Искомые параметры системы регулирования контура частоты вращения в результате расчета принимают следующие значения: $T_{зрс} = 0,0223$, $T_{пз} = 0,0438$, $T_{эмп} = 0,0103$, $T_{гу} = 0,0065$, $T_{\sigma_{цвд}} = 0,0248$, $T_{\sigma_{цнд1}} = 0,0204$, $T_{\sigma_{цнд2}} = 0,0195$, $T_{\sigma_{цнд3}} = 0,0201$, $T_{\mu_{цвд}} = 0,0483$, $T_{\mu_{цнд1}} = 0,0683$, $T_{\mu_{цнд2}} = 0,0685$, $T_{\mu_{цнд3}} = 0,0685$.

При вычислении параметров использовалась евклидова норма критерия оптимальности (5):

$$J(p) = \|E(p)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^l e_k^2(p)} \rightarrow \min_p = 0,0792, \quad (6)$$

где $e_k(\mathbf{p})$ – элементы вектора $\mathbf{E}(\mathbf{p})$. В качестве ОНБ использовались 256 функций Уолша, упорядоченных по Адамару. При поиске минимума целевой функции (6) использовался метод Гаусса-Ньютона, при этом понадобилось 8 итераций (начальные приближения параметров равнялись единице).

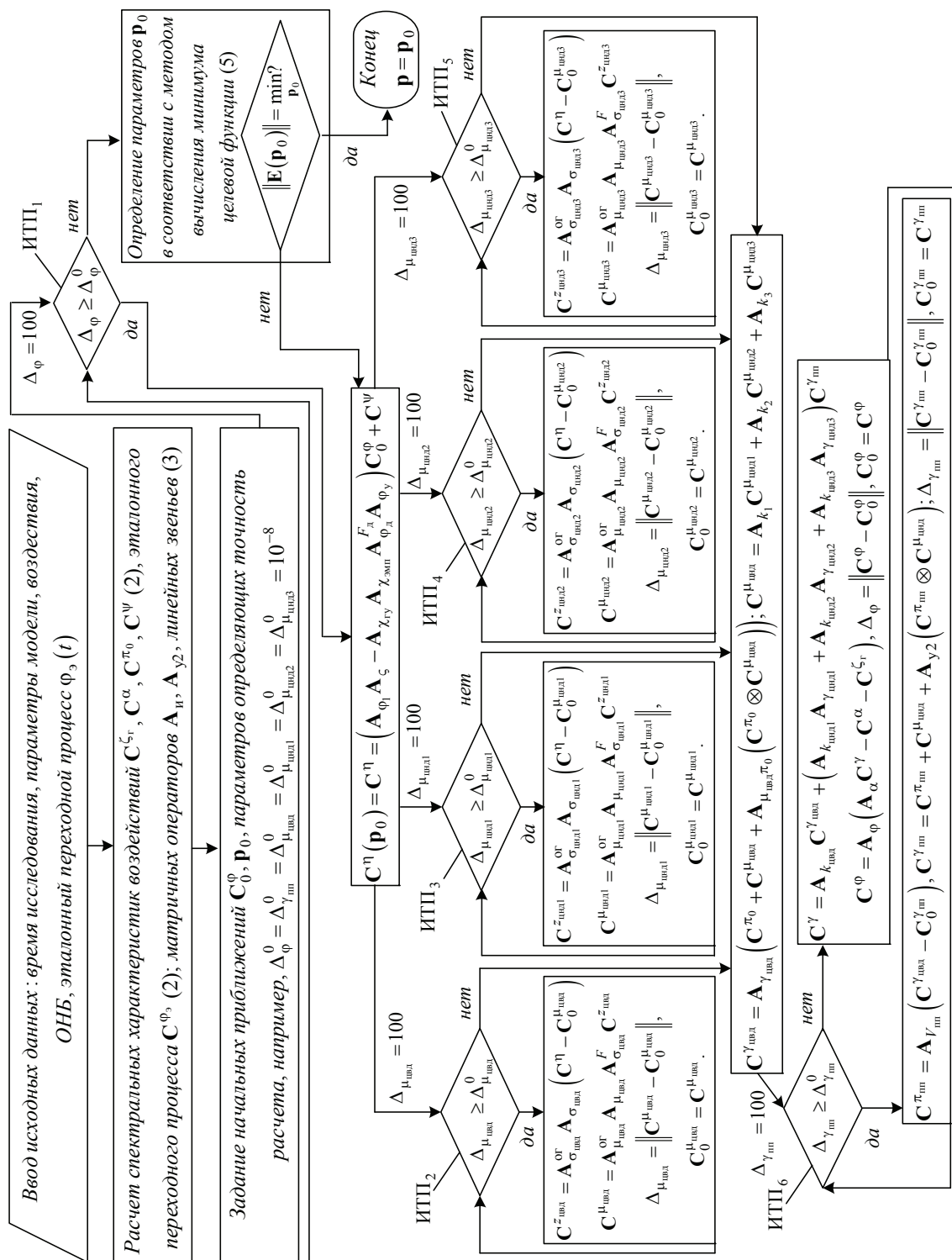


Рис. 3

Следует отметить, что для успешного решения задачи параметрического синтеза необходимо изучить динамику поведения объекта без системы регулирования на начальном этапе ее функционирования, и учитывать ее при выборе эталонного переходного процесса. Это вызвано инерционностью не только самого объекта, но и в первую очередь гидравлической части системы регулирования. Так как метод использует аппарат математического программирования, то можно на искомые значения параметров регулирования наложить ограничения, связанные с их физической реализуемостью.

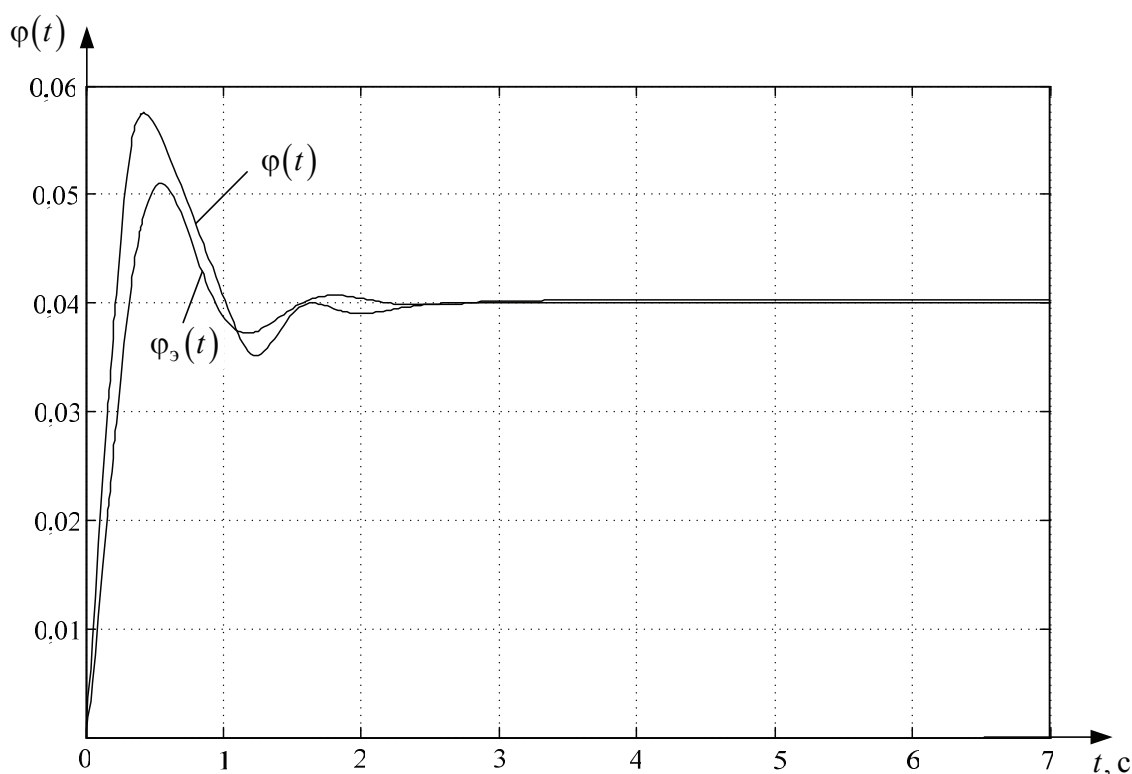


Рис. 4

Анализ результатов показывает, что проекционно-матричный метод может успешно применяться при расчете систем регулирования энергетических турбин, динамика которых описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, что позволяет уже на этапе проектирования учитывать все более «тонкие» конструктивные особенности конкретного турбоагрегата без какого либо упрощения.

Список литературы

1. Калашников А.А. Динамика регулирования турбин. – М. : Энергоатомиздат, 1999. – 328 с.

2. Под. ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация /– М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 632 с.

3. Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 664 с.

4. Мельников Д.В. и Фишер М.Р. Математическая модель контура регулирования частоты вращения ротора паровой турбины К-800-130/3000 / Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение». Специальный выпуск «Энергетическое и транспортное машиностроение». С. 197-215, 2011.

5. Нормы участия энергоблоков ТЭС в нормированном первичном и автоматическом вторичном регулировании частоты. Открытое акционерное общество «Системный оператор - Центральное диспетчерское управление Единой энергетической системы», г. Москва, 2005 г.

Мин Чжо Ту, аспирант.

E-mail: minkyawthu07@gmail.com.

Мельников Д.В., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

Min Kyaw Thu, D.V. Melnikov

ALGORITHM FOR CALCULATING THE REGULATION LOOP OF ROTOR ROTATION FREQUENCY FOR STEAM TURBINE K-800-130/3000

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

At present, the practical applications of the theory of automatic control are widely used projection matrix methods of calculation and design of systems whose behavior is described by nonlinear differential equations. The article considers the possibility of applying these techniques to the problem of parametric synthesis loop rotor speed turbine. The proposed synthesis algorithm, as a measure of proximity to the reference and the actual transients using an optimality criterion, written in terms of matrix operators. Feature of the algorithm is the use of several iterative procedures: calculation of the spectral characteristics of the relative deviations of the provisions of the servo piston cylinders of high and low pressure, the relative deviation of vapor pressure in the pas roperegrevatele, the spectral char-

acteristics of subsystems with local feedbacks. In work on the basis of the proposed synthesis algorithm parameters were found hydraulic and electrical parts loop speed control system of the turbine rotor K-800-130/3000.

Keywords: *mathematical model, the steam turbine, the system of regulation, the projection-matrix method, the synthesis.*

Min Kyaw Thu, graduate student.

E-mail: minkyawthu07@gmail.com.

Melnikov D.V., associate professor, Ph.D.

E-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

Окар Мин, Д.В. Мельников

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКЦИОННО-МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается алгоритм метода параметрического синтеза нелинейных систем автоматического управления. Метод основан на представлении процессов в форме разложения по базисной системе функций, использует аппарат структурных преобразований и методы математического программирования.

Ключевые слова: спектральная характеристика, матричный оператор, ортонормированный базис, система управления.

На сегодняшний день трудно представить любую радиотехническую систему, в которую не входили бы органичной частью устройства автоматического управления, а в систему автоматического управления – устройства радиоэлектроники. Следует отметить, что устройства радиоэлектроники, как правило, содержат нелинейные элементы, поэтому и радиоэлектронные системы автоматического управления относятся к классу нелинейных систем, решение задачи синтеза для которых является чрезвычайно важной и активно развивающейся областью науки во всем мире. Синтез законов управления для таких систем часто связан со значительными трудностями как теоретического, так и вычислительного характера, что приводит к сложности их инженерной реализации.

В настоящее время даже для класса линейных систем для решения проблемы синтеза регуляторов построены не достаточно теоретически обоснованные методы, а лишь более или менее эффективные инженерные рецепты. Задача синтеза регуляторов значительно усложняется, если она решается в классе сложных нелинейных систем. Некоторые методы эффективны при рассмотрении простейших (линейных) систем или систем с одним или двумя нелинейными элементами, в общем же случае необходимо рассматривать весьма сложные уравнения, при этом результат получается в численном виде и пользоваться им в аналитических расчетах, когда это требуется (например, на этапе параметрической оптимизации), затруднительно. Как для класса линейных, так и нелинейных систем в инженерных подходах, ориентированных на проектирование сложных

радиоэлектронных автоматических систем с высокой степенью эффективности, используется аппарат математического программирования как наиболее конструктивный путь решения задач расчета параметров регуляторов, связанных не только с задачей синтеза по заданным показателям качества, но и с необходимостью обеспечения большого числа ограничений, порожденных необходимостью простой физической реализации систем, а также их условиями эксплуатации. В статье предлагается спектральный метод (матричный метод) синтеза систем управления, позволяющий не только получить количественные характеристики соответствующих процессов в исследуемой радиоэлектронной системы с полной математической моделью, но и вскрыть факторы, влияющие на эти характеристики, и целенаправленно менять их, обеспечивая, таким образом, возможность синтеза системы с требуемыми качествами.

Алгоритм синтеза регуляторов в классе нелинейных систем, рассмотрим на примере синтеза радиоэлектронной системы автоматического управления, представленной на рис. 1 [1].

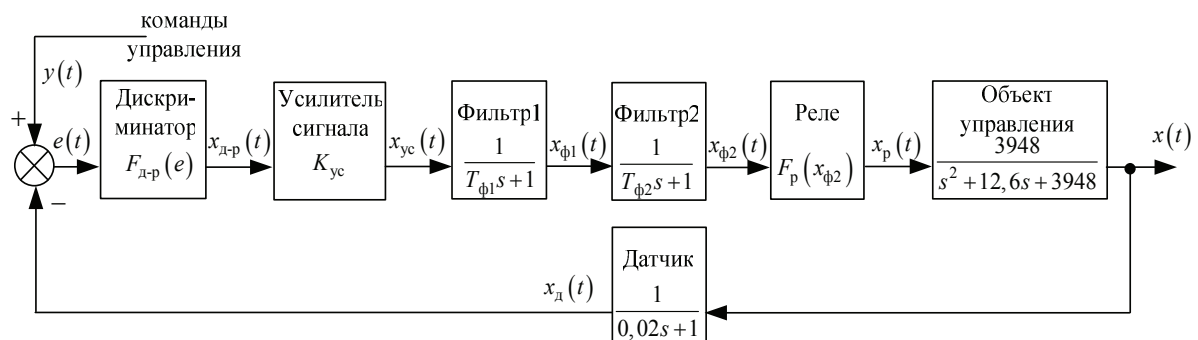


Рис. 1

К нелинейным элементам относятся дискриминатор и реле. Характеристика дискриминатора описывается в виде функции

$$x_{д-р} = F_{д-р}(e) = \frac{10e}{1 + 0,1|e| + 0,02e^2}, \quad (1)$$

ее график представлен на рис. 2.

Реле описывается следующей зависимостью:

$$x_p = F_p(x_{\phi2}) = x_{\phi2} \begin{cases} x_p, & |x_{\phi2}| \leq 1,2 \\ 1,2, & x_{\phi2} > 1,2 \\ -1,2, & x_{\phi2} < -1,2 \end{cases}, \quad (2)$$

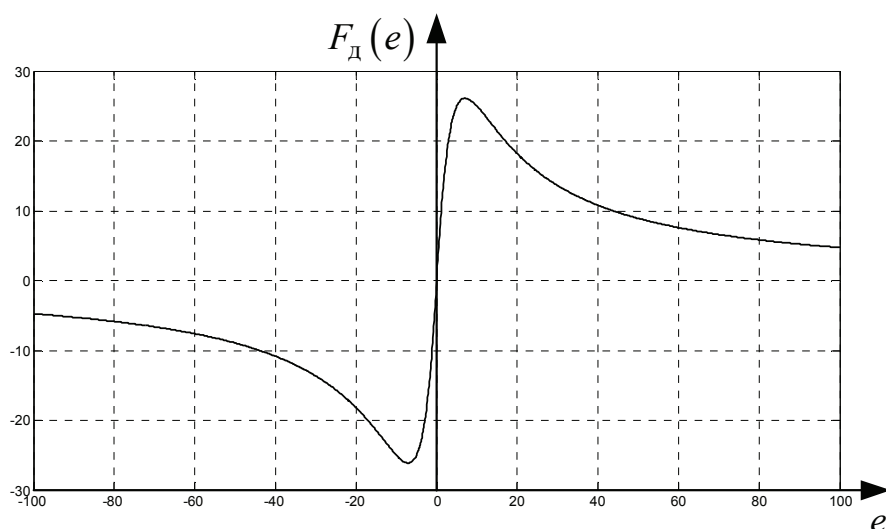


Рис. 2

Задача состоит в расчете параметров фильтров $T_{\phi 1}$, $T_{\phi 2}$ и усилителя сигнала K_{yc} , таким образом, чтобы при подачи на систему команды управления в виде единичной ступеньки, переходной процесс $x(t)$ системы приближался бы к некоторому желаемому (эталонному) процессу. Зададим эталонный выходной процесс в виде

$$x_3(t) = 1 - e^{-1,8t} \cos(2,3t). \quad (3)$$

Алгоритм спектрального метода синтеза систем управления основан на представлении процессов в форме разложения по базисной системе функций. Такой подход позволяет перейти к операторной форме представления системы рис. (3) [2].

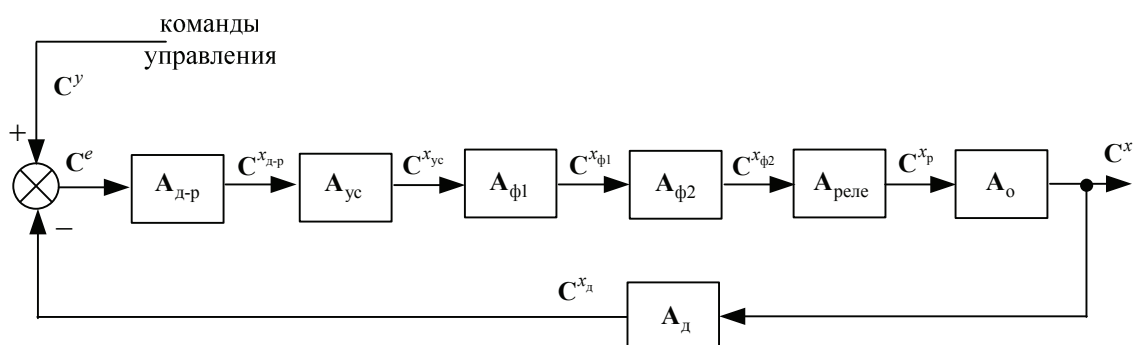


Рис. 3

На рис. 3 обозначено: $A_{д-р}$, A_{yc} , $A_{\phi 1}$, $A_{\phi 2}$, $A_{реле}$, A_o , A_d – матричные операторы соответствующих звеньев; C^y , C^e , $C^{x_{д-р}}$, $C^{x_{yc}}$, $C^{x_{\phi 1}}$, $C^{x_{\phi 2}}$, C^{x_p} , C^x , C^{x_d} – спектральные характеристики соответствующих процессов.

С учетом такого операторного представления системы меру близости эталонного и реального переходных процессов можно записать в терминах матричных операторов

$$J(\mathbf{p}) = \|\mathbf{C}^x(\mathbf{p}) - \mathbf{C}^{x_3}\| = \|\mathbf{E}(\mathbf{p})\| \rightarrow \min_{\mathbf{p}}, \quad (4)$$

где $\mathbf{p} = [T_{\phi 1}, T_{\phi 2}, K_{yc}]^T$ – вектор искомых параметров, \mathbf{C}^{x_3} – спектральная характеристика эталонного переходного процесса, $\mathbf{C}^{\phi}(\mathbf{p})$ – спектральная характеристика реального переходного процесса. На практике в качестве нормы близости (4) удобно использовать евклидову норму

$$J(\mathbf{p}) = \|\mathbf{E}(\mathbf{p})\| = \sqrt{\sum_i e_i^2(\mathbf{p})} \rightarrow \min_{\mathbf{p}}. \quad (5)$$

Задачу синтеза разобьем на этапы.

Этап 1. Выбор ортонормированного базиса (ОНБ). В рассматриваемом примере в качестве ОНБ выберем функции Уолша, алгоритм формирования которых можно найти в [1, 2], или воспользоваться пакетом Matlab: $\mathbf{H} = \text{hadamard}(N)/\text{sqrt}(N)$ – матрица размера $N \times N$ (матрица Адамара), представляющая собой ортонормированный базис функций Уолша, упорядоченных по Адамару; N – количество базисных функций, зададим $N = 512$.

Этап 2. Расчет спектральных характеристик воздействия $y(t)$ и эталонного выходного сигнала:

$$\mathbf{C}^y = \mathbf{H} \cdot \mathbf{Y},$$

$$\mathbf{C}^{x_3} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{X}_3,$$

где \mathbf{H} – ОНБ; \mathbf{Y}, \mathbf{X}_3 – вектора столбцы, элементы которых представляют собой дискретные значения функций $y(t)$ и $x_3(t)$ в определенные моменты времени.

Этап 3. Расчет матричных операторов линейных звеньев, характеристики которых известны:

$$\mathbf{A}_0 = \left(\mathbf{I} + 12,6\mathbf{A}_и + 3948\mathbf{A}_и^2 \right)^{-1} \left(3945\mathbf{A}_и^2 \right), \quad \mathbf{A}_д = \left(0,02\mathbf{I} + \mathbf{A}_и \right)^{-1} \mathbf{A}_и.$$

где \mathbf{I} – единичная матрица; $\mathbf{A}_и$ – матрица интегрирования в базисе функций Уолша, вычислить которую в пакете Matlab можно по листингу, представленному на рис. 4.

```

function P=m_intM(T,N)
% Матрица интегрирования в базисе функций Уолша, упорядоченных по Адамару
% T- время исследования
% N- размер базиса
P=1/2; N2=log2(N);
for i=1:N2
r=length(P/2);
Z=zeros(r);
Z(1,1)=1/(2*2^(N2-i+1));
P0=P;P0(1,1)=0;
P=[P,Z;-Z,P0];
end
P=sparse(P)*T;

```

Рис. 4

Этап 4. Определение набора искомых параметров \mathbf{p}_j в соответствии с методом вычисления минимума целевой функции (4) или (5). В данном примере использовалась функция пакета Matlab `lsqnonlin`, которая ориентирована на минимизацию целевых функций вида (5). На начальном этапе, для старта процедуры минимизации следует задать нулевого приближения параметров (\mathbf{p}_0), например, $T_{\phi 1} = T_{\phi 2} = K_{yc} = 1$.

Этап 5. Вычисление спектральной характеристики выходного сигнала \mathbf{C}^x при наборе параметров \mathbf{p}_j . Эта процедура представляет собой анализ нелинейной системы управления спектральным способом и использует, также как и для линейных систем, аппарат структурных преобразований [2, 3]. Отличительной особенностью здесь является вычисление эквивалентных матричных операторов нелинейных звеньев, которые предлагается вычислить (при конкретных входных воздействиях) как матричный оператор умножения функции, определяемой как отношение выходного сигнала к входному сигналу рассматриваемого нелинейного элемента. Алгоритм вычисления спектральной характеристики выходного сигнала отражен рис. 5.

В алгоритме, представленном на рис. 5 матричный оператор умножения $\mathbf{A}_{ум}$ можно вычислить с помощью листинга, представленному на рис. 6.

Этап 6. Проверка выполнения критерия (4) или (5). Если минимум найден, то при соответствующих параметрах проводим анализ системы, если нет, то переходим к этапу 3, т.е. присваиваем искомым параметрам \mathbf{p}_{j+1} значения в соответствии с выбранным алгоритмом минимизации целевой функции (функции многих переменных).

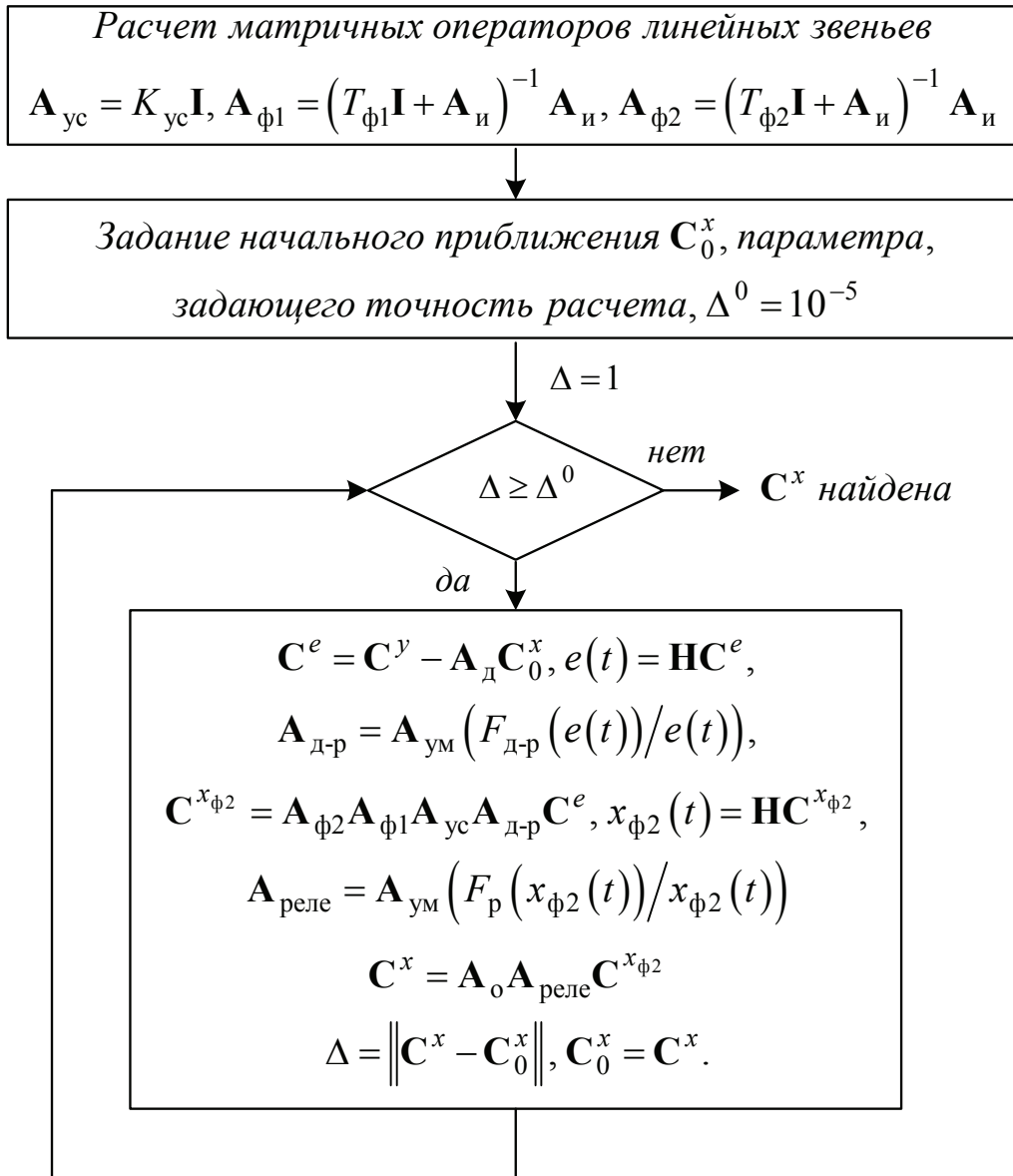


Рис. 5

```
function Ay=m_ymn(H,f)
% Матрица умножения в базисе функций Уолша, упорядоченных по Адамару
% операция умножения на некоторую функцию f - вектор-столбец
% H- матрица Адамара
Ay=H*(H.*kron(ones(1,length(f)),f));
```

Рис. 6

Для рассматриваемого примера за 14 итераций были найдены следующие параметры:

$$K_{yc}^* = 468,9355, T_{\phi 1}^* = 1288,0187, T_{\phi 2}^* = 0,1501, J(K_{yc}^*, T_{\phi 1}^*, T_{\phi 2}^*) = 0,8982.$$

На рис. 7 представлены реальный $x(t)$, и эталонный $x_3(t)$ переходные процессы.

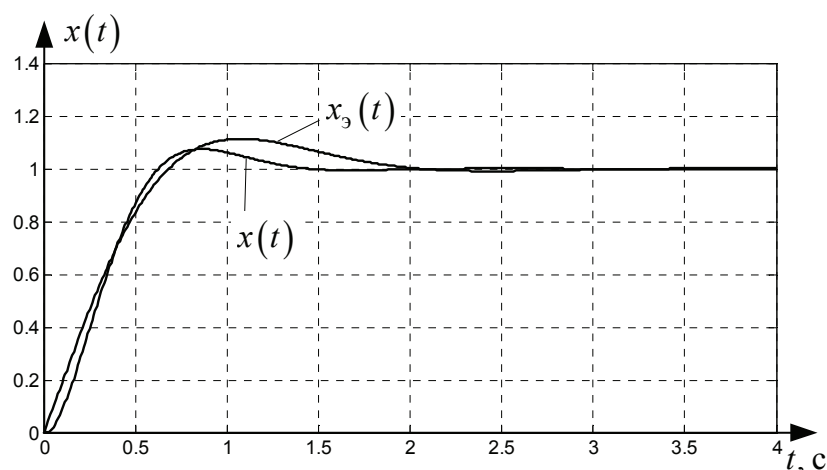


Рис. 7

Для предложенного алгоритма синтеза характерно следующее. Алгоритм применим для исследования и синтеза регуляторов в классе линейных и нелинейных нестационарных систем; не требует нахождения дифференциального уравнения системы, связывающего входной и выходной процессы. Что касается сложных автоматических систем, например класса нестационарных систем высокого порядка, то задача построения уравнения «вход-выход» чрезвычайно трудоемка, требует проведения громоздких преобразований и при решении инженерных задач применения не находит. Алгоритм использует аппарат структурных преобразований, т. е. по существу новый структурный метод представления элементов систем управления различной физической природы матричными операторами. Структурный метод предлагает новые способы расчета, а также позволяет наглядно представить взаимосвязь элементов системы. Здесь нет принципиальных ограничений на размер системы и количество нелинейных элементов. Использование методов математического программирования позволяет решать задачи синтеза с различными ограничениями. В последнее время спектральные методы находят применение для решения задач синтеза робастных систем управления [4].

Список литературы

1. Каганов В.И. Радиоэлектронные системы автоматического управления. Компьютеризованный курс: Учебное пособие для вузов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2009. – 432 с.
2. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 664 с.

3. Мельников Д.В., Корнюшин Ю.П. Проекционно -матричный метод анализа нелинейных систем автоматического управления//Материалы Международной НТК "Наука и Образование -2006". Мурманск: МГТУ, 2006. С. 232 -235.

4. Егупов Н.Д., Корнюшин Ю.П., Акименко Д.А., Корнюшин П.Ю. Синтез робастных регуляторов методом матричных операторов / Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2011. № 5-1. С. 99-108.

Окар Мин, аспирант.

E-mail: okkamin49@gmail.com.

Мельников Д.В., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

Oukar Min, D.V. Melnikov

ALGORITHMS FOR CALCULATING NONLINEAR CONTROL SYSTEMS PROJECTION MATRIX METHOD

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

The algorithm of the method of parametric synthesis of nonlinear systems of automatic control. The method is based on the representation of the processes in the form of an expansion in the basic system functions, the device uses the structural reforms and methods of mathematical programming.

Keywords: *spectral response, the matrix operator orthonormal basis, the control system.*

Oukar Min, graduate student.

E-mail: okkamin49@gmail.com.

Melnikov D.V., associate professor, Ph.D.

E-mail: melnikov-dv@yandex.ru.

З.Г. Широкова, Аунг Чжо Со, А.М. Макаренков

АНАЛИЗ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Описаны алгоритмы статистического анализа систем с распределенными параметрами в постановке задачи Гурса и параметрической идентификации в смысле определения статистических характеристик случайных параметров таких систем, основанные на использовании проекционного метода и аппарата матричных операторов.

Ключевые слова: система с распределенными параметрами, статистический анализ, случайные параметры, статистические характеристики, идентификация, математическая модель, проекционная аппроксимация, матричный оператор.

В работе рассматриваются новые методы моделирования, анализа и параметрической идентификации объектов управления в классе линейных нестационарных систем с детерминированными и случайными распределенными параметрами, основанные на использовании ортогональных разложений и техники матричных операторов.

Модель системы с распределенными параметрами описывается уравнением вида

$$\begin{aligned} A \frac{\partial^2 z(t, x)}{\partial t^2} + 2B \frac{\partial^2 z(t, x)}{\partial t \partial x} + C \frac{\partial^2 z(t, x)}{\partial x^2} + a(t, x) \frac{\partial z(t, x)}{\partial t} + \\ + b(t, x) \frac{\partial z(t, x)}{\partial x} + c(t, x) z(t, x) = y(t, x) \end{aligned} \quad (1)$$

на прямоугольной области $S = [t_0, t_f] \times [x_0, x_f]$. Этот класс уравнений описывает многие физические процессы, протекающие в распределенных объектах управления. Для определенности будем полагать, что рассматривается так называемая задача Гурса, которая формулируется следующим образом. Требуется найти решение уравнения вида (1), в котором $A = C = 0$ и $2B = 1$. При этом задаются следующие дополнительные условия:

$$z(t_0, x) = \alpha(x) \quad x \in [x_0, x_f], \quad z(t, x_0) = \varphi(x) \quad t \in [t_0, t_f], \quad \alpha(x_0) = \varphi(t_0) = k, \quad (2)$$

Задача Гурса возникает, например, при изучении процессов сорбции и десорбции газов, сушки и многих других физических процессов [1]. Коэффициенты $a(t, x)$, $b(t, x)$, $c(t, x)$, входное воздействие $y(t, x)$ и выходной сигнал $z(t, x)$ считаются нестационарными случайными процессами. Дополнительные условия также будем полагать случайными. При этом коэффициенты, дополнительные условия и входное воздействие считаются статистически независимыми и имеющими нормальный закон распределения.

Одним из современных подходов к построению математических моделей и решению задач теории управления является использование методов обобщенной спектральной теории и теории матричных операторов [2]. Эти методы, известные как проекционные или спектральные, основаны на конечномерной аппроксимации математической модели системы с использованием ортогональных разложений. Проекционная аппроксимация исходной модели (1) позволяет перейти от дифференциального уравнения в частных производных к равносильному матрично-операторному уравнению. Важным моментом является то, что в результате удастся получить выражение для решения данного матрично-операторного уравнения, определяющее явную линейную зависимость между проекционными характеристиками выходного и входного сигналов системы. Это позволяет распространить многие проекционные методы решения задач теории управления, разработанные для систем с сосредоточенными параметрами, на системы с распределенными параметрами.

Возможны различные схемы проекционной аппроксимации уравнения (1) в зависимости от типа этого уравнения и вида краевых условий. В некоторых случаях удастся использовать схему, основанную на применении матричных операторов интегрирования и умножения [2]. Универсальной является схема, основанная на использовании матричных операторов дифференцирования и умножения [2]. Ниже рассматривается схема проекционной аппроксимации, которая, в отличие от первой из упомянутых, не требует предварительного интегрирования уравнения (1) и отличается такой же алгоритмической прозрачностью перехода к матрично-операторному уравнению, как вторая, особенно при нулевых краевых условиях, но, в отличие от последней, является вычислительно устойчивой и не требует применения метода наименьших квадратов.

Раскладывая функции в уравнении (1) по двумерному ортогональному базису

$$\Phi_p(t) \Phi_p^T(x) = [\phi_1(t) \dots \phi_p(t)]^T [\phi_1(x) \dots \phi_p(x)]$$

и заменяя каждый оператор в пространстве функций на соответствующий матричный оператор, сведем уравнение (1) к равносильному матрично-операторному уравнению

$$\mathbf{D}^t \mathbf{D}^x \mathbf{C}^z + \mathbf{U}^a \mathbf{D}^t \mathbf{C}^z + \mathbf{U}^b \mathbf{D}^x \mathbf{C}^z + \mathbf{U}^c \mathbf{C}^z = \mathbf{C}^y, \quad (3)$$

где \mathbf{C}^z и \mathbf{C}^y – проекционные характеристики выходного сигнала и входного воздействия; \mathbf{D}^t и \mathbf{D}^x – матричные операторы дифференцирования по переменным t и x ; \mathbf{U} – матричный оператор умножения на функцию, указанную индексом. Матрицы \mathbf{C}^z и \mathbf{C}^y представляют собой вектор-столбцы из последовательности строк квадратных матриц коэффициентов разложения соответствующих функций по двумерному ортогональному базису. Размер этих вектор-столбцов обозначим как pp , где p – число базисных функций. Двойной размер pp означает, что квадратные матрицы размера $p \times p$ растянуты в столбцы длины pp , образованные из последовательности строк указанных квадратных матриц:

$$\mathbf{C}_{p \times p} \rightarrow \mathbf{C}_{pp} = (c_{11}, c_{12}, \dots, c_{1p}, \dots, c_{p1}, c_{p2}, \dots, c_{pp})^T.$$

Матричные операторы \mathbf{D}^t и \mathbf{D}^x действуют на столбцах размера pp и имеют размер $pp \times pp$. Необходимость растягивания матриц в столбцы обусловлена спецификой построения матричного оператора умножения \mathbf{U} , который также имеет размер $pp \times pp$.

Умножая левую и правую часть уравнения (3) на матричные операторы интегрирования по переменным x и t , обозначаемые как \mathbf{P}^x и \mathbf{P}^t , имеем

$$(\mathbf{I} + \mathbf{P}^x \mathbf{P}^t \mathbf{U}^a \mathbf{D}^t + \mathbf{P}^x \mathbf{P}^t \mathbf{U}^b \mathbf{D}^x + \mathbf{P}^x \mathbf{P}^t \mathbf{U}^c) \mathbf{C}^z = \mathbf{P}^x \mathbf{P}^t \mathbf{C}^y + \mathbf{C}^0. \quad (4)$$

Умножение на матричные операторы интегрирования равносильно интегрированию в пространстве функций, поэтому матрично-операторное уравнение (4) равносильно интегральному уравнению второго рода, а добавленный справа вектор-столбец \mathbf{C}^0 , определяемый как

$$\mathbf{C}^0 = (\mathbf{I} + \mathbf{P}^x \mathbf{U}^{a(t_0, x)}) \mathbf{C}^{z(t_0, x)} + (\mathbf{I} + \mathbf{P}^t \mathbf{U}^{b(t, x_0)}) \mathbf{C}^{z(t, x_0)} + \mathbf{C}^k, \quad (5)$$

учитывает дополнительные условия (2).

Обозначив в уравнении (4) сумму матриц в скобках, за исключением единичной матрицы \mathbf{I} , как \mathbf{A}^z , перепишем это уравнение в виде

$$(\mathbf{I} + \mathbf{A}^z) \mathbf{C}^z = \mathbf{P}^x \mathbf{P}^t \mathbf{C}^y + \mathbf{C}^0. \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой результат проекционной аппроксимации исходной модели (1). Существует теорема [2] о единственности решения уравнения (6) при достаточно больших p , из которой также следует обратимость матрицы $(\mathbf{I} + \mathbf{A}^z)$. Это позволяет записать решение данного уравнения в виде

$$\mathbf{C}^z = (\mathbf{I} + \mathbf{A}^z)^{-1} \mathbf{P}^x \mathbf{P}^t \mathbf{C}^y + (\mathbf{I} + \mathbf{A}^z)^{-1} \mathbf{C}^0 = \mathbf{A} \mathbf{C}^y + \mathbf{A}^0 \mathbf{C}^0, \quad (7)$$

где матрица \mathbf{A} представляет собой проекционную характеристику системы с распределенными параметрами, а матрица \mathbf{A}^0 – проекционную характеристику преобразования ее начального состояния.

Выражение (7) определяет явную линейную зависимость между столбцами (растянутыми в столбцы квадратными матрицами) коэффициентов разложения входного воздействия и выходного сигнала системы по двумерному ортогональному базису. Если для детерминированных систем это выражение сразу позволяет определить выходной сигнал системы как функцию $z(t, x)$, восстанавливаемую по проекционной характеристике \mathbf{C}^z , то для систем со случайными параметрами определенную проблему составляет обращение случайной матрицы $(\mathbf{I} + \mathbf{A}^z)$. Для решения указанной проблемы предлагается воспользоваться приемом разложения обратного оператора $(\mathbf{I} + \mathbf{A}^z)^{-1}$ в матричный ряд, который может быть легко усреднен, что удобно для решения задач статистического анализа [2]. Следует отметить, что при этом не возникает необходимости явно учитывать статистическую связь между выходным сигналом системы и ее случайными параметрами, поскольку проекционные характеристики статистических мер выходного сигнала находятся в конечном итоге только через проекционные характеристики статистических мер входного воздействия, случайных коэффициентов и дополнительных условий. При необходимости можно учесть статистическую связь между входным воздействием, случайными коэффициентами и дополнительными условиями.

Если коэффициенты уравнения (1) являются случайными функциями, можно для упрощения процедуры усреднения представить их в виде канонических разложений по двумерным базисам неслучайных координатных функций. В результате матрицы \mathbf{U} в уравнении (4), соответствующие этим случайным коэффициентам, будут заменены суммами произведений гауссовых случайных величин коэффициентов канонических разложений и де-

терминированных матриц \mathbf{U} операторов умножения на координатные функции, а усреднение сведется к выражению моментов упомянутых случайных величин через их единичные дисперсии. Если коэффициенты уравнения (1) являются случайными величинами, то их моменты при усреднении будут выражаться через заданные дисперсии.

Представляя матрицу \mathbf{A}^z в виде суммы детерминированной матрицы $\bar{\mathbf{A}}^z$ и случайной матрицы $\tilde{\mathbf{A}}^z$, что соответствует представлению случайных коэффициентов исходного уравнения в виде суммы детерминированной и случайной составляющих, запишем выражение

$$\left(\mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}}^z + \tilde{\mathbf{A}}^z\right)^{-1} = \mathbf{A}_0 \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \left(\tilde{\mathbf{A}}^z \mathbf{A}_0\right)^i, \quad (8)$$

где $\mathbf{A}_0 = \left(\mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}}^z\right)^{-1}$ – детерминированная обратная матрица. Вопрос сходимости ряда (8) рассмотрен в [2].

Далее рассмотрим задачу анализа, которая состоит в определении математического ожидания $m_z(t, x)$ и корреляционной функции $R_{zz}(t_1, x_1; t_2, x_2)$ выходного сигнала системы по заданным статистическим характеристикам $m_y(t, x)$ и $R_{yy}(t_1, x_1; t_2, x_2)$ входного воздействия и соответствующим статистическим характеристикам случайных коэффициентов $m_a(t, x)$, $R_{aa}(t_1, x_1; t_2, x_2)$; $m_b(t, x)$, $R_{bb}(t_1, x_1; t_2, x_2)$; $m_c(t, x)$, $R_{cc}(t_1, x_1; t_2, x_2)$.

Усреднение выражения (7) позволяет записать выражение для растянутой в столбец матрицы коэффициентов разложения функции математического ожидания выходного сигнала:

$$\mathbf{C}_{pp}^{m_z} = \mathbf{M}[\mathbf{A}_{pp \times pp}] \mathbf{C}_{pp}^{m_y} + \mathbf{M}[\mathbf{A}_{pp \times pp}^0] \mathbf{C}_{pp}^{m_0}. \quad (9)$$

В последнем выражении указаны размеры матриц.

По проекционной характеристике $\mathbf{C}_{pp}^{m_z}$ восстанавливается функция математического ожидания выходного сигнала системы $m_z(t, x)$. Предварительно по этому вектор-столбцу, с использованием процедуры, обратной растягиванию строк в столбцы, восстанавливается квадратная матрица коэффициентов разложения функции $m_z(t, x)$ по двумерному ортогональному базису, и уже по этой матрице восстанавливается сама функция $m_z(t, x)$. В случае выбора в качестве базиса системы функций Уолша, вос-

становленная функция представляется в виде квадратной матрицы своих дискретных значений размера $(p \times p)$.

Проекционная характеристика корреляционной функции выходного сигнала определяется выражением

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{pp \times pp}^{R_{zz}} = & \mathbf{M} \left[\mathbf{A}_{pp \times pp} \left(\mathbf{C}_{pp \times pp}^{R_{yy}} + \mathbf{C}_{pp}^{m_y} \left(\mathbf{C}_{pp}^{m_y} \right)^T \right) \mathbf{A}_{pp \times pp}^T \right] + \\ & + \mathbf{M} \left[\mathbf{A}_{pp \times pp}^0 \left(\mathbf{C}_{pp \times pp}^{R_{00}} + \mathbf{C}_{pp}^{m_0} \left(\mathbf{C}_{pp}^{m_0} \right)^T \right) \left(\mathbf{A}_{pp \times pp}^0 \right)^T \right] - \mathbf{C}_{pp}^{m_z} \left(\mathbf{C}_{pp}^{m_z} \right)^T, \end{aligned} \quad (10)$$

которое получается после подстановки (7) в выражение для корреляционной функции

$$\mathbf{C}^{R_{zz}} = \mathbf{M} \left[\mathbf{C}^z \left(\mathbf{C}^z \right)^T \right] - \mathbf{C}^{m_z} \left(\mathbf{C}^{m_z} \right)^T$$

при условии некоррелированности входного воздействия и дополнительных условий.

При использовании базиса функций Уолша матрица дискретных значений корреляционной функции выходного сигнала, восстановленная по ее проекционной характеристике $\mathbf{C}_{pp \times pp}^{R_{zz}}$ с помощью четырехмерного обратного преобразования Уолша, может быть интерпретирована как клеточная матрица ($p \times p$ клеток размером $p \times p$ каждая), представляющая в двумерном виде четырехмерную матрицу корреляционной функции выходного сигнала системы с распределенными параметрами. Каждый элемент этой матрицы определяется четырьмя индексами: два индекса определяют координаты клетки, и два индекса – координаты элемента внутри клетки. Такую же структуру имеют матрицы дискретных значений корреляционной функции входного воздействия и дополнительных условий.

Процедура усреднения выражений (9) и (10), в которых матричные операторы $\mathbf{A}_{pp \times pp}$, $\mathbf{A}_{pp \times pp}^0$ представлены в виде рядов (8), сводится к представлению моментов гауссовых случайных величин порядка выше второго через моменты первого и второго порядков. Указанная процедура раскрытия моментов выполняется аналитически с использованием известного соотношения

$$\sum_{r=0}^{\infty} \alpha_r \frac{\lambda^r}{r!} = \prod_{r=1}^{\infty} \exp \left\{ \frac{\chi_r \lambda^r}{r!} \right\},$$

которое является тождеством по λ и устанавливает связь между начальными моментами α_r и кумулянтами χ_r порядка r скалярной случайной величины. При этом ограничиваемся только кумулянтами первого и второго порядка, в точности соответствующими моментам первого и второго порядка гауссовой случайной величины. В результате выражения (9) и (10) преобразуются в формулы, в явном виде связывающие статистические характеристики входа, выхода и случайных параметров системы. Процедура раскрытия моментов может быть легко автоматизирована.

Особенностью рассматриваемого метода анализа является представление решения в виде матричного ряда, причем члены этого ряда могут быть вычислены независимо друг от друга, что делает возможным объединение их в группы и параллельное вычисление этих групп на отдельных процессорах. В алгоритме, реализующем данный метод, можно выделить два уровня параллелизма. На верхнем уровне находятся упомянутые группы независимо вычисляемых членов матричных рядов, на нижнем – отдельные матрицы, над которыми выполняются стандартные матричные операции при вычислении членов, входящих в группы. Выполнение этих матричных операций также допускает параллельное вычисление элементов матриц. Возможность использования параллельных вычислений при реализации алгоритма позволяет уменьшить время решения задач анализа, что важно для ускорения работы оптимизационных процедур, широко используемых при автоматизированном проектировании систем управления. Следует также отметить, что матричные операторы для аппроксимации уравнений в частных производных формируются на основе соответствующих матричных операторов, используемых для аппроксимации обыкновенных дифференциальных уравнений, и имеют блочную структуру. Поэтому вместо перемножения матриц размера $pp \times pp$ каждая, можно перемножать p^2 матриц размера $p \times p$, что позволяет уменьшить объем требуемой оперативной памяти.

Рассмотрим метод идентификации, основанный на описанной выше проекционной аппроксимации исходной математической модели распределенной стохастической системы, который сводит задачу идентификации к задаче минимизации функционала, определяемого через статистические характеристики входного воздействия, выходного сигнала и случайных коэффициентов исходной модели.

Задача идентификации рассматривается в следующей постановке. Предположим, что для некоторой реальной распределенной системы из-

вестна структура ее математической модели, которая задается уравнением в частных производных второго порядка вида (1) с дополнительными условиями (2). Начальные условия будем считать нулевыми. Последнее предположение упрощает задачу и не является искусственным, поскольку в большинстве практических задач идентификации предполагается возможность задания не только стандартных входных воздействий, но и начального состояния системы. Считаем, что случайные коэффициенты дифференциального уравнения (1), статистические характеристики которых подлежат определению, состоят из двух составляющих – детерминированной составляющей, которая представляет собой математическое ожидание значения данного коэффициента, и случайной составляющей в виде случайной величины с нулевым средним значением. Случайные коэффициенты полагаются статистически независимыми и имеющими нормальный закон распределения. Требуется определить их математические ожидания и дисперсии. Информация о статистических характеристиках входного воздействия и выходного сигнала системы может быть получена в результате лабораторных или практических испытаний, в ходе которых на вход системы подаются некоторые стандартные воздействия, и измеряется выходной сигнал системы. Статистическая обработка результатов измерений позволяет определить математические ожидания $m_z(t, x)$, $m_y(t, x)$ и корреляционные функции $R_{zz}(t_1, x_1; t_2, x_2)$ и $R_{yy}(t_1, x_1; t_2, x_2)$ этих сигналов, представляющих собой нестационарные случайные процессы. Для входного воздействия предполагается нормальный закон распределения.

При решении задачи идентификации используется выражение для проекционной характеристики одной из статистических мер выходного сигнала системы – второго начального момента. Это выражение имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{C}^{\theta_{zz}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{M} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \left(\tilde{\mathbf{A}}^z \mathbf{A}_0 \right)^i \mathbf{P}' \mathbf{P}^x \left[\mathbf{C}^{R_{yy}} + \mathbf{C}^{m_y} \left(\mathbf{C}^{m_y} \right)^T \right] \times \right. \\ \left. \times \left[\sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \left(\tilde{\mathbf{A}}^z \mathbf{A}_0 \right)^i \mathbf{P}' \mathbf{P}^x \right]^T \right\} \mathbf{A}_0^T, \end{aligned} \quad (11)$$

где \mathbf{A}_0 – матрица проекционной характеристики детерминированной части системы, вычисляемая через математические ожидания коэффициентов уравнения (1); $\tilde{\mathbf{A}}^z$ – матрица случайной составляющей проекционной ха-

рактеристики системы, вычисляемая через случайные составляющие коэффициентов уравнения (1).

После аналитического усреднения выражения (11), процедура усреднения которого аналогична процедуре усреднения выражений (9) и (10), получается матричная формула, в которую в явном виде входят математические ожидания и дисперсии случайных коэффициентов уравнения (1). Это дает возможность представить задачу определения данных статистических характеристик как задачу минимизации функционала

$$J(\mathbf{K}) = \left[\sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s c_{ij}^E(\mathbf{K}) \right]^{1/2}, \quad (12)$$

где $c_{ij}^E(\mathbf{K})$ – элементы матрицы разности проекционных характеристик $\mathbf{C}^E(\mathbf{K}) = \mathbf{C}^{\theta^H} - \mathbf{C}^{\theta^P}(\mathbf{K})$, где \mathbf{C}^{θ^H} – проекционная характеристика второго начального момента измеренного выходного сигнала системы; $\mathbf{C}^{\theta^P}(\mathbf{K})$ – проекционная характеристика второго начального момента выходного сигнала, рассчитанная по проекционной модели (11); \mathbf{K} – вектор искомых статистических характеристик коэффициентов исходной модели; $s = p^2$, p – число базисных функций.

Минимизацию функционала (12) можно выполнить одним из стандартных методов поиска экстремума функций n -переменных. В результате минимизации определяются искомые математические ожидания и дисперсии коэффициентов исходной модели распределенной системы.

Список литературы

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 2004. — 743 с.
2. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Макаренков А.М., Трофимов А.И. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем. — М.: Физматлит, 2003. — 400 с.

Широкова З.Г., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: sh0001@rambler.ru.

Аунг Чжо Со, аспирант.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

Макаренков А.М., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

Z.G. Shirokova, Aung Kyaw Soe, A.M. Makarenkov

ANALYSIS AND IDENTIFICATION OF A CLASS OF SYSTEMS WITH DISTRIBUTED RANDOM PARAMETERS

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

Describes the algorithms of statistical analysis of systems with the distributed parameters in the Goursat problem statement and parametric identification in the context of the definitions of the statistical characteristics of random parameters of these systems based on the use of projection method and matrix operators.

Keywords: *system with distributed parameters, statistical analysis, random parameters, the statistical characteristics, identification, mathematical model, the projective approximation, matrix operator.*

Shirokova Z.G., associate professor, Ph.D.

E-mail: sh0001@rambler.ru.

Aung Kyaw Soe, graduate student.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

Makarenkov A.M., associate professor, Ph.D.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

Нэй Тве, Найнг Аунг Со, М.А. Петровичев, А.А. Козинец

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД СИНТЕЗА РЕГУЛЯТОРОВ В КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БАЗА — НЕПРЕРЫВНОЕ РАВЕНСТВО ПАРСЕВАЛЯ (НАЧАЛО). IV

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье рассматривается применение непрерывного равенства Парсеваля для аналитического метода синтеза регуляторов в классе линейных стационарных систем автоматического управления.

Ключевые слова: непрерывное равенство Парсеваля, линейные стационарные системы, ПИД-регулятор.

В статьях IV и V рассматривается задача разработки единого метода синтеза регуляторов для класса линейных систем, включая стационарного системы и системы с переменными параметрами. Математической базой подхода являются равенства Парсеваля: непрерывное, определяемое интегралом Фурье и дискретное, использующее разложение сигналов по ортонормированным базисам.

1. Постановка задачи синтеза регуляторов.

Постановка задачи в свое время сформирована и энергично развивалась с целью решения инженерных задач крупными специалистами в области теории автоматического управления: Г.В. Щипановым, В.С. Кулебакиным, Б.Н. Петровым, В.В. Солодовниковым, А.А. Красовским, А.А. Фельдбаумом, В.И. Кухтенко, Г.С. Поспеловым и др.

Для того, чтобы отразить степень актуальности проблемы синтеза регуляторов приведем некоторые положения в высказываниях крупных специалистов А.С. Вострикова и Б.Т. Поляка:

А.С. Востриков: «**Центральной задачей в теории автоматического управления всегда была, есть и будет задача синтеза, т.е. проектирование регулятора, который бы обеспечил системе нужные статические и динамические свойства.**»

Б.Т. Поляк: «**Существует множество инженерных приемов синтеза регуляторов, позволяющих приближенно достигать желаемого качества проектируемой системы... Однако четкие аналитические методы решения таких задач... как правило отсутствуют.**»

Б.Т. Поляк обращает внимание на факт широкого использования **инженерных приемов синтеза регуляторов** и отсутствия четких **аналитических методов решения таких задач**. Далее, следуя положениям, изложенным в книге «**Теория линейных следящих систем. Аналитические методы расчета**» американских авторов Дж. К. Ньютона, Л. А. Гулда, Дж. Ф. Кайзера, рассмотрим именно аналитические методы синтеза регуляторов.

Что касается нелинейных систем, то выдающийся ученый Е.П. Попов, результаты исследований которого ориентированы на решение задач расчета и проектирования нелинейных систем, пишет: *«В настоящее время не существует единого математического аппарата проектирования различного рода нелинейных САУ и поэтому многие из разрабатываемых систем оказываются в классе проблемных задач.»*

2. Основные положения Дж. К. Ньютона, Л. А. Гулда и Дж. Ф. Кайзера решения задачи аналитического синтеза регуляторов.

Предварительно укажем, что в советской литературе известен ряд работ по теории качества систем управления, основанных на минимизации интеграла от квадратичной ошибки и принадлежащих А.А. Красовскому, Н.Д. Моисееву, А.А. Фельдбауму, Ф.А. Михайлову и др.

Общая математическая база как в работах указанных авторов, так и в книге ученых США — непрерывное равенство Парсеваля. И сразу же укажем на возможности подхода: **методы применимы для синтеза регуляторов в классе линейных стационарных систем.**

Приведем полную формулировку постановки задачи, которые сделали американские авторы Дж. К. Ньютон, Л. А. Гулд, Дж. Ф. Кайзер как результат опыта исследования и аналитического расчета систем САУ, полученного ими в лаборатории сервомеханизмов Массачусетского технологического института: *«Задаются как функции времени входной и желаемый выходной сигналы и структура САУ. Необходимо определить значения параметров системы, при которых интеграл от квадрата ошибки имеет минимальное значение. Для решения этой задачи используем преобразование Фурье входного и желаемого выходного сигналов. ...интеграл от квадрата ошибки можно легко вычислить на основании теоремы Парсеваля. Если изображение ошибки окажется дробно-рациональной функцией комплексной переменной, то интеграл от квадрата ошибки легко вычисляется при помощи таблицы интегралов. После вычисления интеграла получаем ошибку как функцию параметров. Затем, используя хорошо известные*

методы, находим такие значения параметров, при которых интегральная квадратическая ошибка имеет минимум. ...в типичной задаче неизменяемая часть системы и элемент в обратной связи могут быть, полностью определены, а так же выбраны структура корректирующего элемента. При этом остается выбрать значение коэффициента усиления и постоянных времени корректирующего элемента.» При разработке конкретных систем часто имеет место, вариант, когда, изменением нескольких параметров системы можно добиться почти такого же эффекта, как при свободном выборе структуры регулятора и такой вариант часто используется разработчиками. Для впервые создаваемых систем, а так же в условиях неопределенности, например, сигнального сегмента, важной является задача выбора структуры регулятора.

Учитывая основные факторы, характеризующие работу системы в целом рассматриваются пути обеспечения заданного качества работы САУ в переходном и установившемся режимах:

- введение в прямую и обратную цепи системы дифференцирующих звеньев для обеспечения заданного качества работы в переходном режиме;
- введение в прямую цепь интеграторов для обеспечения заданной точности работы САУ в установившемся режиме;
- введение в прямую цепь усилителя с таким коэффициентом усиления, который рационально влиял бы на качество как в переходном, так и в установившемся режимах и др.;
- введение корректирующих обратных связей.

Имеют место и другие положения принципиального характера.

Для достижения нужного запаса устойчивости используют введение в прямую цепь дополнительных звеньев, например апериодического звена, постоянная времени которого значительно больше постоянных времени имеющихся апериодических звеньев.

В сложные системы автоматического управления вводятся специально элементы, охваченные местными обратными связями.

С помощью указанных обратных связей можно существенно изменять динамические свойства элементов САУ и, таким образом, оказывать влияние на характеристики всей системы. Такой подход широко используется при решении практических задач. Известно, что даже в простейшие отрицательные обратные связи могут существенно изменить свойства типовых динамических звеньев. Еще больший эффект дают сложные отри-

цательные и положительные обратные связи. Следовательно, если основные элементы регулятора по своей физической природе позволяют создать обратные связи, то динамические свойства этих элементов зачастую могут быть изменены в нужном направлении с целью обеспечить заданное качество управления замкнутой системы. Влияние местных обратных связей, реализующих параллельные корректирующие устройства весьма разнообразно, и каждый конкретный случай требует исследования и обоснования при использовании в конкретных системах.

Простейшим является случай, когда синтезируется ПИД-регулятор с передаточной функцией

$$W_{\text{кy}} = K_{\text{п}} + K_{\text{д}} + \frac{K_{\text{и}}}{s}.$$

Напомним, постановка задачи, диктуется содержанием технического задания (ТЗ) на проектирование, поэтому она практически определяет весь процесс создания САУ. Расширенная постановка задачи, отличие от приведенной выше часто формулируется так: найти параметры p_1, p_2, \dots, p_r регулятора, обеспечивающие выполнения условий:

1) функционал

$$I(p_1, p_2, \dots, p_r) = \int_0^{\infty} [x_{\text{э}}(t) - x_{\text{р}}(t, p_1, p_2, \dots, p_r)]^2 dt,$$

где $x_{\text{э}}(t)$ — желаемый (эталонный) выходной сигнал;

$x_{\text{р}}(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$ — аналитическая зависимость, определяющая реальный выходной процесс, принимает минимальное значение;

2) обеспечивается устойчивость системы (в вычислительном отношении для проверки устойчивости системы наиболее удобен критерий Раусса);

3) если $y_{\text{э}}(t) = 1(t)$, то $h_{\text{э}}(t)$ — эталонная переходная характеристика; функция $h_{\text{р}}(t, p)$ должна находиться в «коробочке» Солодовникова, т.е.

$$\text{а) } |h_{\text{р}}(t, p) - h_{\text{уст}}| \leq \Delta,$$

где Δ — постоянная величина, значение которой в техническом задании задается в процентах от установившегося значения выходного процесса

$$h_{\text{уст}} = h_{\text{р}}(t, p) \Big|_{t=\infty};$$

$$\text{б) } \sigma\% = \frac{h_{p \max l}(t, p) - h_{\text{уст}}}{h_{\text{уст}}} \cdot 100\% < \sigma\%_{\text{доп}},$$

т.е. перерегулирование не должно превышать допустимого значения (обычно $\sigma\%_{\text{доп}} = (10 \div 30)\%$);

$$\text{в) } T_y \leq T_{y \text{ доп}}, \text{ т.е. время переходного процесса не должно превышать допустимого значения } T_{y \text{ доп}}.$$

Кроме этого, могут быть заданы ограничения на производные выходного процесса, на число колебаний $h_p(t, p)$ (при проектировании систем допускают число колебаний равным (1–2), реже (3–4); иногда колебания недопустимы) и др.;

- 4) выполнены ограничения, обусловленные требованиями к точности системы в установившемся режиме. Требования к точности должны быть предъявлены в виде ограничений на коэффициенты ошибок:

$$C_0 \leq C_{0 \text{ доп}}; C_1 \leq C_{1 \text{ доп}}; \frac{C_2}{2!} \leq C_{2 \text{ доп}}; \frac{C_3}{3!} \leq C_{3 \text{ доп}}; \dots$$

Область допустимых значений варьируемых параметров обычно ограничена условием их технической реализации:

$$p_{im} \leq p_i \leq p_{iM}, \quad i = \overline{1, r}.$$

Из сказанного легко заключить, что задача синтеза регуляторов в классе линейных стационарных систем сформулирована в терминах математического программирования.

Поскольку оценка качества работы САУ определяется по численным показателям, которые выбираются так, чтобы подчеркнуть наиболее важные требования, предъявляемые к системе, то для **эффективного применения аппарата математического программирования большую роль играет возможность в явной форме выразить указанные показатели через параметры системы, например, колебательного звена с передаточной функцией**

$$W(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}, \text{ например } \xi \text{ и } \omega_0. \text{ Соответствующие зависимости имеют вид:}$$

- а) время переходного процесса с ПФ $W(s)$ определяется формулой

$$T_y \approx \frac{4}{\xi\omega_0},$$

т. е. T_y можно считать равным четырем постоянным времени

$$T = \frac{1}{\xi \omega_0}$$

б) время максимума $h(t)$ определяется выражением

$$T_{\max} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}};$$

в) для максимального значения переходной характеристики

$$h(T_{\max}) = h_{\max 1}$$

определяющей перерегулирование $\sigma\%$, справедлива зависимость

$$h_{\max 1} = h(t) \Big|_{t=T_{\max}} = 1 + e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}};$$

тогда величина относительного перерегулирования находится так:

$$\sigma\% = \frac{h(T_{\max}) - h_{\text{уст}}}{h_{\text{уст}}} \cdot 100\% = 100 \cdot e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \%$$

(заметим, что перерегулирование не зависит от ω_0);

г) число различных колебаний n_c при $0,2 \leq \xi \leq 0,6$ можно рассчитать по формуле

$$n_c = \frac{4\beta}{2\pi\xi} = \frac{4\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\xi} \approx \frac{0,55}{\xi};$$

д) установившаяся ошибка при отработке, например, входного сигнала $y(t) = y_1(t)$ может быть определена с помощью зависимости

$$\varepsilon(t) = c_1 y_1 \left[\frac{d}{ds} (-W(s)) \right] \Big|_{s=0}.$$

С учетом сказанного задача математического программирования может быть сформулирована так: найти параметры ω_0 и ξ обеспечивающие выполнение указанных условий:

$$\text{а) } T_y = \frac{4}{\xi \omega_0} \leq T_{y \text{ доп}}; \quad (1)$$

$$\text{б) } T_{\max} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1 - \xi^2}} \leq T_{\max \text{ доп}}; \quad (2)$$

$$\text{в) } \sigma\% = 100 \cdot e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \% \leq \sigma\%_{\text{доп}}; \quad (3)$$

$$\text{г) } n_c = \frac{4\sqrt{1-\xi^2}}{2\pi\xi} \leq n_{c\text{ доп}}; \quad (4)$$

$$\text{д) } c_1 \leq c_{1\text{ доп}}. \quad (5)$$

Таким образом, основной задачей синтеза системы автоматического управления является выбор ее структурной схемы, характеристик и схемы взаимодействия элементов, а также способа их технической реализации, отвечающего динамическим, энергетическим и эксплуатационным требованиям, предъявляемым к системе. Эту задачу можно разделить на две части. Первая часть задачи заключается в выборе источников энергии и определении принципа действия функционально необходимых элементов на основе изучения условий работы проектируемой системы. Вес, габариты, надежность работы и стоимость системы в значительной мере будут определяться рациональным решением первой части задачи. Вторая часть задачи заключается в выборе структурной схемы и параметров функционально необходимых элементов и корректирующих устройств из условия удовлетворения требованиям, предъявляемым к динамическим, свойствам системы, в соответствии с техническим заданием на проектирование. От решения второй части задачи зависят динамические и статические свойства системы автоматического управления, ее сложность, стоимость, надежность и т. д. Естественно, что обе задачи тесно связаны между собой.

Основными этапами синтеза для класса линейных стационарных систем являются:

- 1) определение эталонной переходной характеристики, удовлетворяющей требованиям качества управления;
- 2) энергетический расчет элементов;
- 3) определение структурной схемы и расчет параметров регулятора.

Сделаем некоторые положения к сказанному, рассматривая класс ЛСС. Структурная схема системы имеет вид (Рис.1)

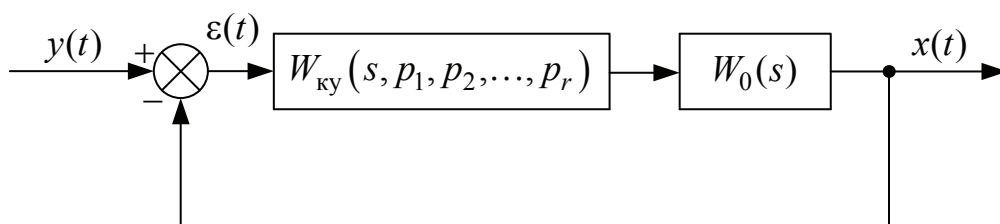


Рис. 1. Структурная схема системы

Рассмотренный выше подход использует преобразование по Фурье сигнала невязка

$$\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = x_s(t) - x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r), \quad (6)$$

которое имеет вид

$$E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r) e^{-j\omega t} dt, \quad (7)$$

при этом

$$E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) = X_s(j\omega) - W(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) \frac{1}{j\omega} \quad (8)$$

Было принято, что $x_s(t) = h_s(t)$ — эталонная переходная характеристика, а аналитическая зависимость для реального процесса определяется

$$x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = L^{-1} \{ W(s, p_1, p_2, \dots, p_r) \}.$$

Воспользовавшись равенством Парсеваля

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t, p_1, p_2, \dots, p_r) dt &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) E(-j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) d\omega = \\ &= I(p_1, p_2, \dots, p_r), \end{aligned}$$

получен рецепт нахождения параметров регулятора $p_1^*, p_2^*, \dots, p_r^*$

$$I(p_1, p_2, \dots, p_r) \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r}, \quad (9)$$

что является решением задачи синтеза. Важным является положение, что функционал определяет факт явной зависимости критерия качества от параметров системы. Формально процедура оптимизации может быть реализована обычным методом, т.е. необходимо приравнять частные производные $I(p_1, p_2, \dots, p_r)$ по параметрам нулю и решить полученную систему уравнений относительно значений параметров. Эта система из r уравнений имеет вид

$$\frac{\partial I(p_1, p_2, \dots, p_r)}{\partial p_k} = 0, k = \overline{1, r}. \quad (10)$$

Однако в большинстве практических задачах формальная процедура определения значений параметров, минимизирующих интегральную квадратичную ошибку приводит к системе нелинейных уравнений, поэтому основной аппарат — нелинейное программирование.

Список литературы

1. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления. – М.: Машиностроение, 1986. – 440 с.

Нэй Тве, аспирант.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Найнг Аунг Со, аспирант.

E-mail: naingaungsoe128@gmail.com.

Петровичев М.А., ассистент.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

Козинец А.А., студент.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Nay Thway, Naing Aung Soe, M.A. Petrovichev, A.A. Kozinets

ANALYTICAL METHOD FOR SYNTHESIS OF REGULATORS IN CLASS LINEAR STATIONARY SYSTEMS: MATHEMATICAL BASIS — CONTINUOUS PARSEVAL EQUALITY (BEGINNING). IV

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

The article discusses the use of continuous Parseval formula for analytical method for the synthesis of regulators in the class of linear stationary systems of automatic control.

Keywords: *continuous Parseval equality, linear time-invariant systems, PID.*

Nay Thway, graduate student.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Naing Aung Soe, graduate student.

naingaungsoe128@gmail.com.

Petrovichev M.A., assistant.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

Kozinets A.A., student.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

А.А. Козинец, Нэй Тве, Найнг Аунг Со, М.А. Петровичев

**АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕГУЛЯТОРОВ
В КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ:
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БАЗА — ДИСКРЕТНОЕ РАВЕНСТВО
ПАРСЕВАЛЯ (ПРОДОЛЖЕНИЕ). V**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье рассматривается применение дискретного равенства Парсеваля для аналитического метода синтеза регуляторов в классе линейных стационарных систем автоматического управления.

Ключевые слова: линейные стационарные системы, синтез регуляторов, дискретное равенство Парсеваля.

Как и многие другие аналитические методы, подход на базе непрерывного равенства Парсеваля не обобщается на класс нестационарных систем. Однако непрерывная форма равенства Парсеваля имеет дискретный аналог, который может быть представлен так:

Положим, что задан ортонормированный базис

$$\Phi(t) = \{\varphi_k(t) : k = 1, 2, \dots\}. \quad (11)$$

Поскольку изображение сигнала ошибки

$$E(s, p_1, p_2, \dots, p_r) = X_{\text{э}}(s) - X_{\text{р}}(s, p_1, p_2, \dots, p_r).$$

Известно, то, что некоторый оператор A , рассмотренный ниже позволяет найти в явной форме разложение сигнала $\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$ по выбранному ортонормированному базису $\Phi(t)$:

$$\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = \sum_{v=1}^{\infty} c_v^{\varepsilon}(p_1, p_2, \dots, p_r) \varphi_v(t).$$

Обратим внимание на следующее: можно рассматривать две зависимости, определяющие невязку $\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$:

- первая форма

$$E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) = X_{\text{э}}(j\omega) - X_{\text{р}}(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r);$$

это форма, определяемая преобразованием Фурье

$$E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r) e^{-j\omega t} dt; \quad (12)$$

- вторая форма определяется зависимостью

$$\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = \sum_{v=1}^{\infty} c_v^{\varepsilon}(p_1, p_2, \dots, p_r) \varphi_v(t). \quad (13)$$

Первая форма основана на тригонометрическом базисе, вторая же использует произвольную, выбранную разработчиком, ортогональную систему, включая, например, сплайн-функции или вейвлеты.

Для первой формы равенство Парсеваля имеет вид (12) и позволяет записать зависимость для критерия качества $I(p_1, p_2, \dots, p_r)$, из которой можно рассчитать оптимальные значения параметров регулятора $p_1^*, p_2^*, \dots, p_r^*$, но только в классе ЛСС.

Для второй формы, записывая равенство Парсеваля (назовем его дискретным) для полных ортонормированных систем, находим ту же зависимость в виде:

$$\begin{aligned} I(p_1, p_2, \dots, p_r) &= \int_0^{\infty} \varepsilon^2(t, p_1, p_2, \dots, p_r) dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) E(j\omega, p_1, p_2, \dots, p_r) d\omega = \sum_{v=1}^{\infty} [c_v^{\varepsilon}(p_1, p_2, \dots, p_r)]^2 \end{aligned} \quad (14)$$

из которой следует

$$I(p_1, p_2, \dots, p_r) \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r} \Rightarrow p_1^*, p_2^*, \dots, p_r^*.$$

Для приближенного нахождения $p_1^*, p_2^*, \dots, p_r^*$ используется неравенство Бесселя:

$$\sum_{v=1}^l [c_v^{\varepsilon}(p_1, p_2, \dots, p_r)]^2 \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r}. \quad (15)$$

Далее детально рассмотрим вопрос применения второй формы для решения задачи синтеза. Но в отличие от непрерывного равенства Парсеваля, дискретный аналог позволяет построить аппарат, ориентированный на аналитическое решение задачи синтеза не только в классе стационарных систем, но и систем с переменными параметрами.

Спектральный метод аналитического синтеза регуляторов в классе линейных стационарных систем

В начале 1960-х годов была поставлена задача разработки методов обращения преобразования Лапласа, ориентированных на применение ЭВМ. Математическая постановка этой задачи и её математическое содержание детально рассматривались крупными математиками академиком В.И. Крыловым и академиком В.М. Амербаевым и их учениками.

Поскольку в указанной постановке задачи содержится положение об ориентации на широкое использование ЭВМ, то она из формулировок звучит так: *если известно преобразование Лапласа (Фурье) функции $f(t)$, то*

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt, \quad (16)$$

то ставится задача разработки исходя требования широкого использования ЭВМ численного метода расчета оригинала $x(t)$, или, что то же, разработки численного метода решения интегрального уравнения Лапласа, причем оригинал находится в форме разложения по выбранной из известных условий ортогональной системы:

$$x(t) = \sum_{v=1}^{\infty} c_v^x \varphi_v(t), \quad (17)$$

где $\Phi(t) = \left\{ \varphi_v(t) : v = 1, 2, \dots; \int_{\Omega} \varphi_i(t) \varphi_j(t) \rho(t) dt = \delta_{ij} \right\}$; δ_{ij} — символ Кронекера; $\rho(t)$ — весовая функция;

$$c_v^x = \int_{\Omega} x(t) \varphi_v(t) \rho(t) dt, \quad v = 1, 2, \dots \quad (18)$$

— коэффициенты Фурье.

Академик **В.И. Крылов** и академик **В.М. Амербаев** проводили исследования по построению и полному математическому обоснованию численных методов обращения преобразования Лапласа.

Как в решении проблемы построения теории численного обращения преобразования Лапласа, над которой работали коллективы математиков под руководством В.И. Крылова и В.М. Амербаева, так и проблемы разработки обобщенного частотного метода, которой занимались сотрудники кафедры «САУ» МВТУ им. Н. Э. Баумана, в качестве аппарата приближе-

ния функций использовались *классические ортогональные многочлены*, т. е. многочлены Чебышева, Лежандра, Чебышева–Лягерра и многочлены Якоби. Эти многочлены применяются в теоретических исследованиях математиков, в математической физике, в вычислительной математике и в квантовой механике. Позже получила развитие *теория сплайн-функций одной переменной* как аппарата численного анализа, при этом имели место:

- хорошая сходимость сплайнов к аппроксимируемым процессам;
- простой в реализации алгоритм построения сплайнов на ЭВМ.

Опыт применения сплайн-функций как аппарата приближения функций показывает, что во всех известных случаях имели место хорошие результаты сходимости. В одних задачах переход от классических многочленов приводит к повышению точности результатов, в других — к сокращению вычислительных затрат.

В конце 1950-х годов были опубликованы результаты исследований, посвященные *решению проблемы численного обращения преобразования Лапласа*; одна из работ — «Некоторые применения ортогональных многочленов к численному обращению интеграла Лапласа» В. М. Амербаева.

Аналитический аппарат обращения преобразования Лапласа и его численная реализация

Постановка задачи: поскольку все рассматриваемые ниже положения направлены на аналитическое решение задачи синтеза, то содержание первого этапа решения этой задачи — построение выходного сигнала проектируемой системы в форме:

$$x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = \sum_{v=1}^{\infty} c_v^x(p_1, p_2, \dots, p_r) \varphi_v(t),$$

а цель реализации второго этапа – минимизация функционала

$$I(p_1, p_2, \dots, p_r) = \int_0^{\infty} [x_{\text{э}}(t) - x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r)]^2 dt. \quad (19)$$

Положим, что рассматривается система (рис.1). Передаточная функция системы имеет вид

$$W(s) = \frac{W_{\text{ку}}(s, p) W_o(s)}{1 + W_{\text{ку}}(s, p) W_o(s)}, \quad (20)$$

а преобразование Лапласа выходного процесса определяется формулой

$$X(s) = W(s) Y(s). \quad (21)$$

Изложим теоретические положения и алгоритмы для построения сигнала

$$x(t) = L^{-1} \{ X(s) \}. \quad (22)$$

Базис – полиномы Якоби

Допустим, что известно преобразование Лапласа вида

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) \rho(t) e^{-st} dt, \quad (23)$$

причем

$$x(t) \in L^2[\rho(t); 0, \infty). \quad (24)$$

Вводя в интеграле (13) замену $\xi = e^{-st}$, получим

$$X(s) = \int_0^1 \xi^s \rho_1(\xi) x_1(\xi) d\xi, \quad (25)$$

где

$$x_1(\xi) = x(-\ln \xi); \quad \rho_1(\xi) = \frac{\rho(-\ln \xi)}{\xi}. \quad (26)$$

Так как в силу условий

$$\int_0^{\infty} \rho(t) x^2(t) dt < \infty, \quad \int_0^{\infty} \rho(t) dt < \infty \quad (27)$$

интегральное равенство (25) справедливо в полуплоскости $\operatorname{Re} s \geq 0$, то придавая последовательно переменной значения, получим так называемые взвешенные моменты

$$\mu_k(p) = x(k) = \int_0^1 \xi^k \rho_1(\xi) x_1(\xi) d\xi, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n$$

функции $x_1(\xi)$ относительно моментной системы.

Построим вычислительную схему разложения оригинала $x_1(\xi)$ по смещенным полиномам Якоби:

$$\tilde{x}_1(\xi, p) = \sum_{k=0}^n \frac{c_k(p)}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi), \quad (28)$$

где

$$c_k(p) = \int_0^1 \rho_1(\xi) x_1(\xi) P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi) d\xi. \quad (29)$$

Перепишем формулу, определяющую смещенные полиномы Якоби, в виде

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(\xi) = \sum_{k=0}^n c_{nk} \xi^k, \quad (30)$$

где

$$c_{nk} = (-1)^{n+k} \binom{n+\alpha}{n} \binom{n}{k} \frac{(n+\alpha+\beta+1) \dots (n+\alpha+\beta+k)}{(\alpha+1)(\alpha+2) \dots (\alpha+k)}, \quad (31)$$

причем

$$\binom{n+\alpha}{n} = \frac{(n+\alpha) \dots (1+\alpha)}{n!}. \quad (32)$$

Учитывая ортогональность многочленов Якоби, коэффициенты c_k , разложения (30) вычисляются по формуле

$$\begin{aligned} c_k &= \int_0^1 \xi^\alpha (1-\xi)^\beta x_1(\xi) P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi) d\xi = \\ &= \sum_{k=0}^n c_{nk} \int_0^1 \xi^\alpha (1-\xi)^\beta x_1(\xi) \xi^k d\xi = \sum_{k=0}^n c_{nk} \mu_k(p), \quad k = \overline{0, n}, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\mu_k = \int_0^1 \rho_1(\xi) x_1(\xi) \xi^k d\xi = \int_0^1 \xi^\alpha (1-\xi)^\beta x_1(\xi) \xi^k d\xi. \quad (34)$$

Но по условию заданной является функция (25) и, следовательно, известны моменты

$$\mu_k(p) = X(s). \quad (35)$$

Теперь можно записать

$$c_n = \sum_{k=0}^n c_{nk} X(k) = \sum_{k=0}^n c_{nk} \mu_k. \quad (36)$$

Последнее соотношение будем рассматривать как расчетную формулу для вычисления коэффициентов c_k искомого многочлена, поскольку числа известны, а моменты $\mu_k = X(s)|_{s=k}$ заданы.

Воспользуемся обозначениями:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} c_{00} & & & & 0 \\ c_{10} & c_{11} & & & \\ c_{20} & c_{21} & c_{22} & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ c_{l0} & c_{l1} & c_{l2} & \dots & c_{ll} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad (37)$$

— матрица ортогонализации, соответствующая полиномам Якоби;
 $\mathbf{M} = (\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_l)^T$ — матрица-столбец «взвешенных» моментов функции $x_1(\xi)$ относительно моментной системы $F = \{\xi^k : k = 0, 1, 2, \dots, l, \dots\}$;
 $\mathbf{C} = (c_0, c_1, c_2, \dots, c_l)^T$ — матрица-столбец коэффициентов Фурье оригинала $x_1(\xi)$ относительно многочленов Якоби.

Теперь можно записать следующее матрично-операторное соотношение для расчета матрицы-столбца \mathbf{C} :

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{M}, \quad (38)$$

или в развернутом виде

$$\begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ c_l \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{00} & & & & 0 \\ c_{10} & c_{11} & & & \\ c_{20} & c_{21} & c_{22} & & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \\ c_{l0} & c_{l1} & c_{l2} & \dots & c_{ll} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_0 \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mu_l \\ \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}. \quad (39)$$

Если обозначить матрицу-столбец полиномов Якоби через:

$$\Phi = \left(P_0^{(\alpha, \beta)}(\xi) \ P_1^{(\alpha, \beta)}(\xi) \ P_2^{(\alpha, \beta)}(\xi) \dots P_l^{(\alpha, \beta)}(\xi) \dots \right)^T, \quad (40)$$

то численная формула обращения принимает вид:

$$\tilde{x}_1(\xi) = \mathbf{M}^T \mathbf{U}^T \Phi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi). \quad (41)$$

Возвращаясь к переменной и учитывая, что

$$\Phi = \left(P_0^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), P_1^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), P_2^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), \dots, P_l^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}) \dots \right)^T, \quad (42)$$

получим

$$\tilde{x}_1(\xi) = \mathbf{M}^T \mathbf{U}^T \Phi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}). \quad (43)$$

Последнее разложение представляет собой искомую функцию. При расчетах используют конечное число членов разложения и, таким образом, имеет место проектирование $x(t)$ на линейную оболочку элементов:

$$P_0^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), P_1^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), P_2^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), \dots, P_l^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), \quad (44)$$

т. е.

$$L_1 \left\langle P_0^{(\alpha, \beta)}, P_1^{(\alpha, \beta)}, P_2^{(\alpha, \beta)}, \dots, P_l^{(\alpha, \beta)} \right\rangle \subset L^2 [0, \infty). \quad (45)$$

Тогда имеет место приближенное равенство

$$\tilde{x}_l(t) = \text{Pr}_{L_1 \langle P_0, P_1, \dots, P_l \rangle} x(t) = P x(t) = \mathbf{M}^T \mathbf{U}^T \Phi = \sum_{k=0}^l \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}), \quad (46)$$

где \mathbf{M} , \mathbf{U} , Φ — матрицы соответствующих размерностей.

О сходимости и оценке погрешности в метрике пространства можно привести следующие положения.

Пусть для функции $x_1(\xi) \leq \xi \leq 1$ выполнено условие:

а) имеют конечное значение интегралы:

$$\int_0^1 \xi^\alpha (1-\xi)^\beta |x_1(\xi)| d\xi; \quad (47)$$

$$\int_0^1 \xi^{\frac{\alpha-1}{2}} (1-\xi)^{\frac{\beta-1}{2}} |x_1(\xi)| d\xi, \quad (48)$$

б) на отрезке, лежащем внутри, $x_1(\xi)$ имеет ограниченное изменение.

Тогда для всякой точки, лежащей внутри, верно равенство

$$\lim_{l \rightarrow \infty} S_l(x_1, \xi) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi) = \frac{1}{2} [x_1(\xi+0) + x_1(\xi-0)]. \quad (49)$$

Если, кроме того, $x_1(\xi)$ непрерывно на, то на всяком отрезке вида равномерно относительно будет верно равенство

$$\lim_{l \rightarrow \infty} S_l(x_1, \xi) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(\xi) = x_1(\xi). \quad (50)$$

Перейдем к переменной t . Пусть с помощью изложенного выше вычислительного процесса построена функция

$$S_l(v, t) = \sum_{k=0}^l \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}). \quad (51)$$

Если выполнены условия:

а) имеют конечное значение интегралы:

$$\int_0^{\infty} e^{-(\alpha+1)t} (1 - e^{-t})^{\beta} |x(t)| dt; \quad (52)$$

$$\int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(\alpha+\frac{3}{2})t} (1 - e^{-t})^{\frac{1}{2}\beta - \frac{1}{4}} |x(t)| dt; \quad (53)$$

б) на отрезке функция $x(t)$ имеет ограниченное значение, то при всяком верно равенство

$$\lim_{l \rightarrow \infty} S_l(e^{-t}) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{c_k}{r_k} P_k^{(\alpha, \beta)}(e^{-t}) = \frac{1}{2} [x(t+0) + x(t-0)]. \quad (54)$$

Если же, кроме того, функция $x(t)$ непрерывна на отрезке, то при всяком равномерно относительно на отрезке имеет место сходимость

$$\lim_{l \rightarrow \infty} S_l(e^{-t}) = x(t). \quad (55)$$

Базис – смещенные полиномы Лежандра

Рассмотрим частный случай полиномов Якоби, когда $\alpha = \beta = 0$, что соответствует $\rho_1(\xi) = 1$, $\rho(t) = e^{-t}$.

Полиномы, имеющие указанную весовую функцию, являются смещенными полиномами Лежандра:

$$P_n(\xi) = \sum_{k=0}^n c_{nk} \xi^k, \quad (56)$$

где

$$c_{nk} = (-1)^{n+k} \binom{n}{k} \frac{(n+k)!}{n!k!}. \quad (57)$$

Численные значения коэффициентов c_{nk} , являющихся элементами матрицы ортогонализации U , имеют вид

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -6 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -12 & 30 & -20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -20 & 90 & -140 & 70 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & -30 & 210 & -560 & 630 & -252 & 0 & 0 \\
 1 & -42 & 420 & -1680 & 3150 & -2772 & 924 & 0 \\
 1 & -56 & 756 & -4200 & 11550 & -16632 & 12012 & -3432 \\
 1 & -72 & 1260 & -9240 & 34650 & -72072 & 84084 & -51480 \quad \dots \rightarrow \\
 1 & -90 & 1980 & -18480 & 90090 & -252252 & 420420 & -411840 \\
 1 & -110 & 2970 & -34320 & 210210 & -7567567 & 1681680 & -2333760 \\
 1 & -132 & 4290 & -60060 & 450450 & -2018016 & 5707712 & -10501920 \\
 1 & -156 & 6006 & -100100 & 900900 & -4900896 & 17153136 & -39907296 \\
 1 & -182 & 8190 & -160160 & 1701700 & -11027016 & 46558512 & -133024320 \\
 1 & -210 & 10920 & -247520 & 3063060 & -23279256 & 116396280 & -399072960 \\
 1 & -240 & 14280 & -371280 & 5290740 & -46558512 & 271591320 & -1097450640 \\
 & 12870 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & 218790 & -480620 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 & 1969110 & -923780 & 184756 & 0 & 0 & 0 & \\
 \rightarrow \dots & 12471030 & -9237800 & 3879876 & -705432 & 0 & \dots \rightarrow \\
 & 62355150 & -64664600 & 42678636 & -76004936 & 2704156 & \dots \rightarrow \\
 & 261891630 & -355655300 & 327202876 & -194699232 & 97603900 & \\
 & 960269310 & -1636014380 & 1963217256 & -1622393600 & 878850700 & \\
 & 3155170590 & -6544057520 & 9816086280 & -10546208400 & 7909656300 & \\
 & & -10400600 & 0 & 0 & & \\
 & & -280816200 & 40116600 & 0 & & \\
 & & -3931426800 & 1163381400 & -155117520 & &
 \end{pmatrix}.$$

Рассуждая так же, как и в предыдущем пункте, найдем проекцию элемента $x_1(\xi)$ на линейную оболочку:

$$L_l \langle P_0(\xi), P_1(\xi), \dots, P_l(\xi) \rangle; \quad (58)$$

$$\tilde{x}_1(t) = \sum_{k=0}^l c_k (2k+1) P_k(\xi). \quad (59)$$

Переходя к переменной, запишем

$$\tilde{x}_1(t) = \sum_{k=0}^l c_k (2k+1) P_k(e^{-t}) \quad (60)$$

Коэффициенты Фурье разложения $x(t)$ по полиномам Лежандра определим путем решения матрично-операторного соотношения

$$\mathbf{C} = \mathbf{U}\mathbf{M}. \quad (61)$$

Обратимся к вопросам сходимости в пространствах $L^2[0, 1]$ и $C[0, 1]$, оценке погрешности в метрике пространства $C[0, 1]$.

Известно, что ряд (60) сходится в пространстве $L^2[0, 1]$. Кроме того, если функция $x_1(\xi)$ на отрезке $[0, 1]$ удовлетворяет условию Липшица порядка $\alpha > 1/2$, то ее ряд Фурье по многочленам Лежандра сходится к ней равномерно на этом сегменте.

Если $x_1(\xi) \in C^k[0, 1]$ и $x_1^k(\xi) \in \text{Lip } \alpha$, то при $k + \alpha \geq 1/2$ справедлива оценка

$$\left| x_1(\xi) - \sum_{j=0}^n (2j+1) c_j P_j(\xi) \right| \leq \frac{c \ln n}{n^{k+\alpha-1/2}}. \quad (62)$$

Отсюда можно заключить, что если $x_1(\xi)$ имеет на сегменте $[0, 1]$ k непрерывных производных ($k \leq 1$), то ряд (60) сходится к функции $x_1(\xi)$ равномерно на сегменте $[0, 1]$, а остаток можно оценить по формуле

$$\left| x_1(\xi) - \sum_{j=0}^n (2j+1) c_j P_j(\xi) \right| \leq \frac{c \ln n}{n^{k-1/2}}. \quad (63)$$

Аналитическая схема синтеза

В качестве ортогонального базиса будем использовать полиномы Лежандра.

Аналитическая схема синтеза включает этапы:

Этап 1. Полагая, что структура регулятора выбрана, а ПФ всех элементов известны (известна неизменяемая часть системы), находимся ПФ замкнутой системы $W(s, p_1, p_2, \dots, p_r)$.

Этап 2. Выбирается желаемая динамическая характеристика или желаемый выходной сигнал.

Если, например $h_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$ – переходная характеристика ЛСС, где p_1, p_2, \dots, p_r – параметры регулятора и функция $x_p(p_1, p_2, \dots, p_r)$ – вы-

ходной сигнал линейной системы на заданное воздействие $y(t)$. В этом случае можно получить решение задачи синтеза регулятора в классе линейных систем, воспользовавшись критериями:

$$I_1(p_1, p_2, \dots, p_r) = \int_0^T [h_y(t) - h_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r)]^2 dt \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r} \quad (64)$$

$$I_2(p_1, p_2, \dots, p_r) = \max_{0 \leq t \leq T} |x_y(t) - x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r)| \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r}, \quad (65)$$

где $h_y(t)$ – желаемая (эталонная) ПХ и $x_y(t)$ – желаемой (эталонный) выходной сигнал на заданное воздействие $y_y(t)$ в классе линейных (стационарных и нестационарных) систем. Среди разработчиков САУ критерии и приемлемы, достаточно широко используются, поскольку имеют место простота физической оценки качества отработки эталонного сигнала.

Задача синтеза может быть сведена к задаче нелинейного программирования.

Если известен эталонный процесс $x_y(t)$, параметры которого гарантируют выполнение требований технического задания (ТЗ), тогда задача оптимизации может быть представлена так:

$$I(p_1, p_2, \dots, p_r) = \int_0^T [x_y(t) - x_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r)]^2 dt \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r}; \quad (66)$$

$$g_i(p_1, p_2, \dots, p_r) \leq b_i, \quad i = \overline{1, k}; \quad g_i(p_1, p_2, \dots, p_r) = b_i, \quad i = \overline{k+1, m}, \quad (67)$$

где $I(p_1, p_2, \dots, p_r)$, $g_i(p_1, p_2, \dots, p_r)$ – некоторые известные функции r переменных; b_i – заданные числа, ограничивающие условия при решении задачи синтеза.

Если выполнение условий ТЗ не достигается, то необходимо усложнить регулятор (с соответствующим обоснованием увеличить порядок левой и правой частей ДУ регулятора) и увеличить число варьируемых параметров. Один из возможных методов при расчете регуляторов сложных систем с высокими требованиями к показателям качества, – задание структуры регуляторов со значительной избыточностью. Исследования синтезированной системы позволяют сделать вывод о сохранении структуры или ее упрощении.

Этап 3. Находится зависимость, определяющая сигнал невязки

$$\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = h_y(t) - h_p(t, p_1, p_2, \dots, p_r) \in L^2[0, \infty). \quad (68)$$

Поскольку

$$H_p(s, p_1, p_2, \dots, p_r) = \frac{W_{\text{кы}}(s, p_1, p_2, \dots, p_r) W_0(s)}{1 + W_{\text{кы}}(s, p_1, p_2, \dots, p_r) W_0(s)} \frac{1}{s},$$

$$H_3(s) = L\left\{k_y(1 - e^{-\alpha_3 t})\right\} = \frac{k_y \alpha_3}{s(s + \alpha_3)},$$

то выражение для преобразования Лапласа функции $\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$ имеет вид

$$\begin{aligned} E(s, p_1, p_2, \dots, p_r) &= \frac{k_y \alpha_3}{s(s + \alpha_3)} - \frac{W_{\text{кы}}(s, p_1, p_2, \dots, p_r) W_0(s)}{1 + W_{\text{кы}}(s, p_1, p_2, \dots, p_r) W_0(s)} \frac{1}{s} = \\ &= \frac{b_{m_1} s^{m_1} + b_{m_1-1} s^{m_1-1} + \dots + b_0}{a_{n_1} s^{n_1} + a_{n_1-1} s^{n_1-1} + \dots + a_0}. \end{aligned}$$

Учитывая факт зависимости коэффициентов правильной дробно-рациональной функции $E(s, p_1, p_2, \dots, p_r)$ от параметров регулятора p_1, p_2, \dots, p_r , т. е. $b_k(p_1, p_2, \dots, p_r)$, $k = \overline{0, m_1}$, $a_v(p_1, p_2, \dots, p_r)$, $v = \overline{0, n_1}$, можно записать формулу, определяющую разложение функции $\varepsilon(t, p_1, p_2, \dots, p_r)$ по полиному Лежандра в виде (см. формулу (46))

$$\tilde{\varepsilon}_l(t, p_1, p_2, \dots, p_r) = \sum_{k=0}^l (2k+1) C_k^\varepsilon(p_1, p_2, \dots, p_r) P_k(e^{-t}) \quad (69)$$

Для расчета коэффициентов $c_k^\varepsilon(p_1, p_2, \dots, p_r)$, $k = \overline{1, l}$ используется формула (61), которая в развернутом виде записывается так

$$\begin{pmatrix} c_0^\varepsilon(p_1, p_2, \dots, p_r) \\ c_1^\varepsilon(p_1, p_2, \dots, p_r) \\ \vdots \\ c_l^\varepsilon(p_1, p_2, \dots, p_r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{00} & 0 & \dots & 0 \\ c_{10} & c_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{l0} & c_{l1} & \dots & c_{ll} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_0(p_1, p_2, \dots, p_r) \\ \mu_1(p_1, p_2, \dots, p_r) \\ \vdots \\ \mu_l(p_1, p_2, \dots, p_r) \end{pmatrix}, \quad (60)$$

причем моменты $\mu_k(p_1, p_2, \dots, p_r)$, $k = \overline{1, l}$ определяется формулой

$$\mu_k(p_1, p_2, \dots, p_r) = E(s, p_1, p_2, \dots, p_r) \Big|_{s=k}, \quad k = \overline{1, l}$$

Формула (64) с учетом зависимости (69) принимает вид

$$I(p_1, p_2, \dots, p_r) = \int_0^\infty \left[\sum_{k=0}^l (2k+1) c_k^\varepsilon(p_1, p_2, \dots, p_r) P_k(e^{-t}) \right]^2 dt =$$

$$= \sum_{k=0}^l (2k+1)^2 (c_k^\varepsilon)^2(p_1, p_2, \dots, p_r) \rightarrow \min_{p_1, p_2, \dots, p_r}. \quad (71)$$

Численная реализация (71) с использованием методов математического программирования позволяет получить оптимальные значения параметров регулятора $p_1^*, p_2^*, \dots, p_r^*$.

Этап 4. Проводится анализ синтезированной системы и делаются соответствующие выводы

Если структура регулятора выбрана (например, используется избыточный вариант), то следующий шаг, как это изложено выше, состоит в том, чтобы определить критерий качества как функцию варьируемых параметров регулятора p_1, p_2, \dots, p_r и минимизировать выбранный критерий. (см. формулу (71)) Существенные достоинства рассматриваемого аналитического метода состоят в следующем:

- возможность достаточно просто обнаружить некорректность в условиях задачи синтеза системы; инженер получает ответ в форме «да» или «нет» на вопрос о том, возможно ли удовлетворить требования ТЗ;
- возможность использования для решения задачи синтеза полных математических моделей как элементов системы, так и системы в целом, а также избыточных математических моделей регуляторов в случае сложных автоматических систем и высоких требований к показателям качества управления;
- возможность решения задачи синтеза системы с высокой степенью адекватности реальным процессам, что значительно уменьшает объем работ и затрат времени на исследование на комплексных стендах новых изделий, а также при переходе к экспериментальным исследованиям.

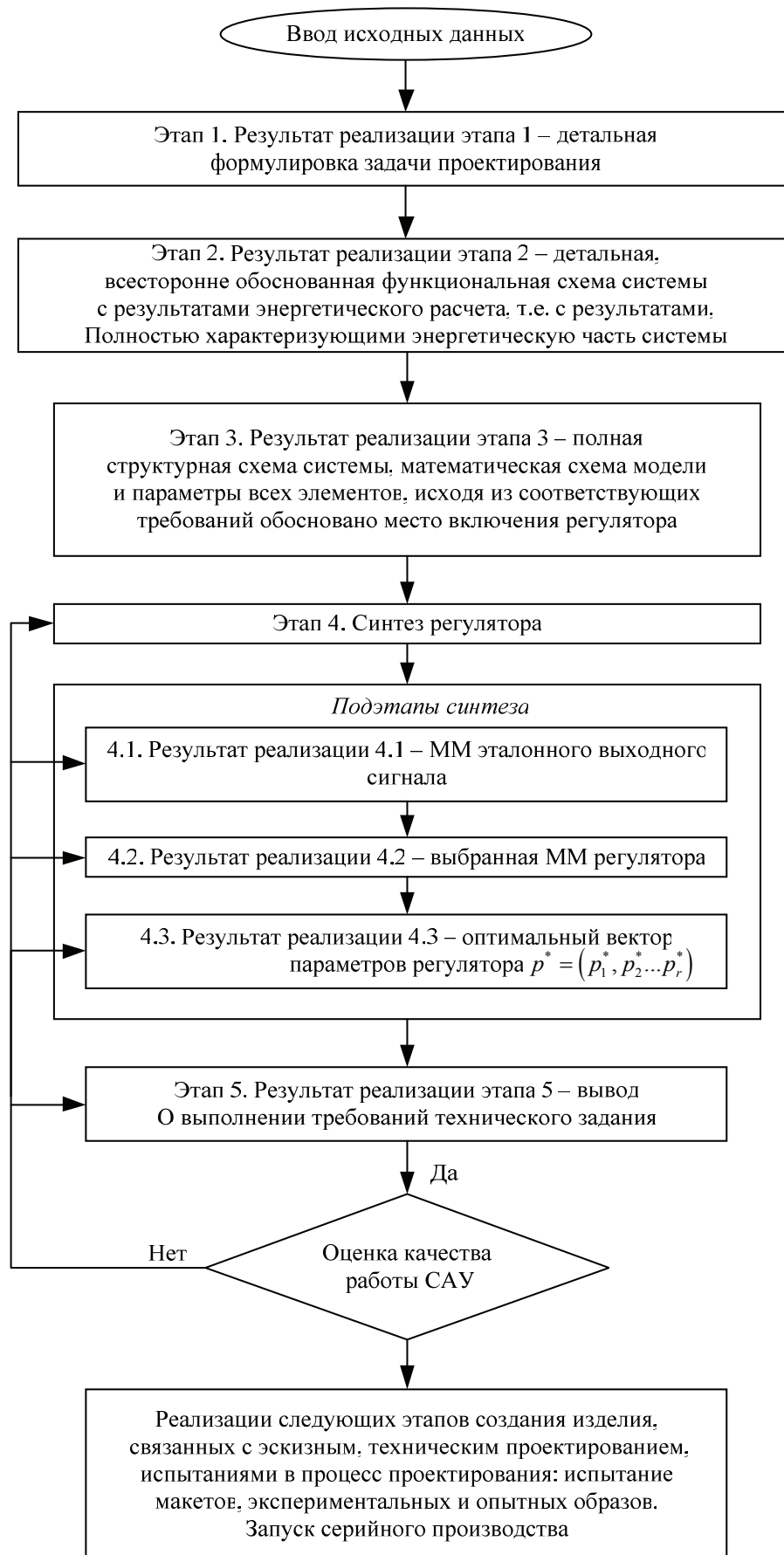


Рис. 1. Структурная схема алгоритма

Относительно критериев, определяемых формулами (64) и (65) можно сказать следующее. В процессе реализации алгоритма необходимо уделять внимание решению задач аппроксимации с помощью ортонормированных систем (ОНС). Ориентация на применение ОНС и на решение соответствующих задач приближения в $L^2[0, T]$ связана с инженерной направленностью. Применение ОНС имеет место при решении широкого спектра инженерных задач, разработаны соответствующее алгоритмическое и программное обеспечение. Это — привычный и весьма эффективный инженерный аппарат. Однако это лишь локальное направление в мощном аппарате, задача которого — изучение актуальных проблем приближения функций: построение и развитие теоретических положений, разработка алгоритмической базы с соответствующими возможностями для решения инженерных задач и т.д.

Проблема же наилучшей (равномерной) чебышевской аппроксимации функции $x_3(t)$ на интервале $[0, T]$ основана на чебышевском принципе минимизации величины меры равномерного приближения $I[x_s] = \max |x_3(t) - x_s(t, p_1, p_2, \dots, p_r)|$ и состоит в нахождении такого аппроксиманта степени s с набором коэффициентов p_1, p_2, \dots, p_r из всей совокупности аппроксимантов x_s степени $\leq s$ который удовлетворяет условию минимакса $I[x_s] = \min$, где $x_3(t)$ — непрерывная на $[0, T]$ функция, $\min I[x_s]$ — наименьшее возможное значение меры равномерного приближения.

Структурная схема алгоритма синтеза представлена на рис. 1.

Список литературы

1. Солодовников В.В., Дмитриев А.Н., Егупов Н.Д. Спектральные методы расчета и проектирования систем управления — М.: Машиностроение, 1986. — 440 с.

Козинец А.А., студент.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Нэй Тве, аспирант.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Найнг Аунг Со, аспирант.

E-mail: naingaungsoe128@gmail.com.

Петровичев М.А., ассистент.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

A.A. Kozinets, Nay Thway, Naing Aung Soe, M.A. Petrovichev

**ANALYTICAL METHOD REGULATORS IN CLASS LINEAR
STATIONARY SYSTEMS: MATHEMATICAL BASIS —
DISCRETE PARSEVAL EQUALITY (CONTINUED). V**

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

The article discusses the use of discrete Parseval formula for the analytical method for the synthesis of regulators in the class of linear stationary systems of automatic control.

Keywords: *linear time-invariant systems, synthesis of regulators, discrete Parseval identity.*

Kozinets A.A., student.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Nay Thway, graduate student.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Naing Aung Soe, graduate student.

naingaungsoe128@gmail.com.

Petrovichev M.A., assistant.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

А.А. Козинец, Нэй Тве, Найнг Аунг Со, М.А. Петровичев

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ В КЛАССЕ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ: МАТЕМАТИЧЕСКАЯ БАЗА — ДИСКРЕТНОЕ РАВЕНСТВО ПАРСЕВАЛЯ. VI

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье рассматривается применение дискретного равенства Парсеваля для аналитического метода синтеза регуляторов в классе линейных нестационарных систем автоматического управления.

Ключевые слова: *синтез регуляторов, линейные нестационарные системы, дискретное равенство Парсеваля.*

1. Общие положения

В предыдущих статьях (см. I, II, III) рассматривались вопросы, связанные с параметрической передаточной функцией нестационарной системы. Такой подход основан на изучении возможностей ПФ-основной динамической характеристике САУ, относящейся к классу линейных стационарных систем (ЛСС) для решения задач анализа и синтеза систем с переменными параметрами. Широкому внедрению интеграла Лапласа в процессе создания линейных нестационарных систем (ЛНС) препятствуют математические факторы, представленные в таблице 1.

Таблица 1. Сравнение степени эффективности интеграла Лапласа

Понятие	Стационарная система	Нестационарная система
Дифференциальное уравнение системы	$\sum_{v=0}^n a_v x^{(v)} = \sum_{v=0}^m b_v y^{(v)}$	$\sum_{v=0}^n a_v(t) x^{(v)} = \sum_{v=0}^m b_v(t) y^{(v)}$
Правомерность применения преобразования Лапласа	Если $v(t)$ — оригинал, то $x(t)$ — всегда оригинал, и применение преобразования Лапласа правомерно	В общем случае $x(t)$ — не оригинал, т.е. не преобразуема по Лапласу, следовательно, применение преобразования Лапласа не всегда правомерно
Формулы, определяющие передаточные функции систем	Передаточная функция определяется по дифференциальному уравнению системы: $W(s) = \frac{b_m s^m + \dots + b_0}{a_n s^n + \dots + a_0}$	Передаточная функция является решением дифференциального уравнения: $\sum_{v=0}^n \frac{1}{v!} \frac{d^v}{ds^v} A(s, t) \frac{d^v}{dt^v} W(s, t) = B(s, t),$ где $A(s, t) = \sum_{v=0}^n a_v(t) s^v; \quad B(s, t) = \sum_{v=0}^m b_v(t) s^v$

Формула, определяющая изображение выхода системы	$X(s) = W(s)Y(s)$	$X(s, t) = W(s, t)Y(s)$
Степень сложности нахождения оригинала по изображению выхода	В подавляющем большинстве случаев $X(s)$ — дробно-рациональная функция, и для нахождения оригинала может быть использована 2-я теорема разложения	Для нестационарных систем $X(s, t)$ не относится к классу дробно-рациональных (часто имеет трансцендентный вид). Поэтому задача перехода к оригиналу очень сложна
Степень эффективности применения преобразования Лапласа к уравнениям с постоянными и переменными коэффициентами	Уравнение $\sum_{v=0}^n a_v x^{(v)} = \sum_{v=0}^m b_v y^{(v)}$ с помощью преобразования Лапласа переходит в алгебраическое $X(s) = W(s)Y(s)$, и, следовательно, подход очень эффективен	Уравнение $\sum_{v=0}^n a_v(t) x^{(v)} = \sum_{v=0}^m b_v(t) y^{(v)}$ с помощью преобразования Лапласа переходит или в интегральное, или в дифференциальное в комплексной области (для полиномиальных коэффициентов $a_v(t) = \sum_{k=0}^N a_{vk} t^k$), или в разностное (для экспоненциальных коэффициентов $a_v(t) = \sum_{k=0}^N a_{vk} t^k$). Подход малоэффективен
Выводы	Для класса стационарных систем аппарат очень эффективен	Сделаны обобщения некоторых положений теории стационарных систем на системы с переменными параметрами (работы Л. Заде, В.В. Солодовникова, Ю.И. Бородин, А.Б. Ионниса, И.П. Бриккера, В.А. Карабанова, Б.Е. Рудницкого и др.). Для некоторых классов ЛНС этот аппарат может оказаться достаточно эффективным. В общем случае его применение встречает принципиальные трудности, порожденные свойствами дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами

2. Параметрическая передаточная функция нестационарной системы.

Системы, динамика которых описывается ДУ вида

$$\sum_{v=0}^n a_v x^{(v)} = \sum_{v=0}^m b_v y^{(v)} \quad (1)$$

передаточная функция определяется проведением элементарных преобразований и имеет вид

$$W(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}.$$

Для класса ЛНС, описываемых уравнением

$$\sum_{v=0}^n a_v(t) x^{(v)} = \sum_{v=0}^m b_v(t) y^{(v)} \quad (2)$$

передаточная функция определяется параметрическим дифференциальным уравнением того же вида, что и исходное ДУ (2):

$$\sum_{v=0}^n A_v(s, t) W^{(v)}(s, t) = B(s, t), \quad (3)$$

где

$$\sum_{v=0}^n A_v(s, t) = \frac{1}{v!} \frac{d^v}{ds^v} \left(\sum_{k=0}^n a_k(t) s^k \right), \quad B(s, t) = \sum_{v=0}^m b_v(t) s^v \quad (4)$$

ДУ (3) в некотором роде сложнее исходного ДУ (1).

Поэтому Ю.И. Бородин и А.В. Иоаннисиан пишут: «частотные методы проектирования САУ нашли широкое применение в инженерной практике. Эти методы обладают большой наглядностью и хорошо разработаны: существуют специальные шаблоны и программы, позволяющие быстро выполнять необходимые графические построения. Однако область применения этих методов ограничивалась в основном системами с постоянными параметрами. Естественно использовать накопленный опыт и для расчета некоторых систем с переменными параметрами... К подобным схемам сводятся после линеаризации часто встречающиеся на практике следящие системы некоторых типов, САУ летательных аппаратами, а так же системы управления конечным состоянием». Авторы приведенного высказывания получили крупные результаты по обобщению частотного метода на класс систем управления конечным состоянием с экстраполятором конечного состояния первого порядка (рис. 1).

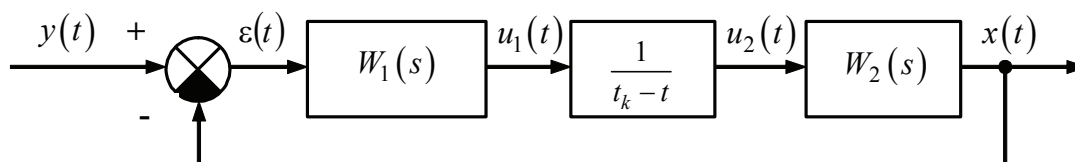


Рис. 1 Структурная схема САУ конечным состоянием

Наиболее трудный этап расчета систем из класса ЛНС является нахождение ППФ, поскольку этот процесс сводится к решению ДУ (3).

Как указывалось выше, наиболее часто применяется метод последовательных приближений, трудно реализуемый в инженерной практике. Мы в частях II и III рассмотрели численно-аналитический метод решения указанного уравнения, который применительно к ДУ (1) и (2) применяется для решения широкого спектра задач при реализации конкретных проектов.

3. Ортогонализированные экспоненциальные функции – базисы для спектрального представления сигналов.

Если рассматривать систему

то она является полной в $L^2[0, \infty)$.

Если система $f_k(t) = e^{-\alpha_k t}$, $k = 1, 2, \dots$ удовлетворяет условиям (5) то на ее основе можно построить ортонормированный базис (ОНБ), для чего необходимо воспользоваться процессом ортогонализации

$$\left.\begin{aligned}\tilde{\varphi}_1(t) &= f_1(t); \\ \dots\\ \tilde{\varphi}_{n+1}(t) &= f_{n+1}(t) - \sum_{i=1}^n \frac{(f_{n+1}(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{\|\tilde{\varphi}_i(t)\|^2} \tilde{\varphi}_i(t)\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

В последней формуле $(f_{n+1}(t), \tilde{\varphi}_i(t))$ – скалярное произведение в $L^2[0, \infty)$, $\|\tilde{\varphi}_i(t)\|$ – норма в $L^2[0, \infty)$.

Из (6) следует

$$\begin{aligned}\tilde{\varphi}_i(t) &= \sum_{j=1}^i \tilde{c}_{ij} f_j(t), \quad i=1,2,\dots,l, \\ \tilde{c}_{ij} &= \sum_{v=j}^i \frac{\sum_{l=1}^v (f_i(t), f_l(t)) c_{vl}}{d_v} \tilde{c}_{vj}, \quad (i \neq j) \\ d_v &= \sum_{i=1}^v \sum_{j=1}^v \tilde{c}_{vi} \tilde{c}_{vj} (f_i(t), f_j(t)).\end{aligned}$$

Нормируя, получим ортонормированный базис (ОНБ):

$$\Phi(t) = \left\{ \varphi_n(t) = \sum_{v=1}^n c_{nv} f_v(t) : n=1,2,\dots,l,\dots \right\} \quad (7)$$

Элементы построенного ОНБ определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= \sqrt{2\alpha} e^{-\alpha t}, \\ \varphi_2(t) &= \sqrt{\alpha} (6e^{-2\alpha t} - 4e^{-\alpha t}), \\ \varphi_3(t) &= \sqrt{6\alpha} (10e^{-3\alpha t} - 12e^{-2\alpha t} + 3e^{-\alpha t}), \\ \varphi_4(t) &= \sqrt{2\alpha} (70e^{-4\alpha t} - 120e^{-3\alpha t} + 60e^{-2\alpha t} - 8e^{-\alpha t}), \\ \varphi_5(t) &= \sqrt{10\alpha} (126e^{-5\alpha t} - 280e^{-4\alpha t} + 210e^{-3\alpha t} - 60e^{-2\alpha t} + 5e^{-\alpha t}), \\ &\dots\end{aligned}$$

Систему $\Phi(t) = \left\{ \varphi_i(t) : i=1,2,\dots; \int_0^\infty \varphi_i(t) \varphi_j(t) dt = \delta_{ij} \right\}$ можно записать

в форме

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \varphi_3(t) \\ \varphi_4(t) \\ \varphi_5(t) \\ \vdots \end{pmatrix}}_{\Phi(t)} = \underbrace{\begin{pmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & 0 & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & 0 & 0 \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & 0 \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}}_U = \underbrace{\begin{pmatrix} e^{-\alpha t} \\ e^{-2\alpha t} \\ e^{-3\alpha t} \\ e^{-4\alpha t} \\ e^{-5\alpha t} \\ \vdots \end{pmatrix}}_{F(t)} \quad (8)$$

Находит применение система

$$\Phi(t) = \left\{ \varphi_i(t) = e^{-a_k t} : a_k = 0,5; 1,5; 2,5; \dots \right\},$$

которая в матричной форме имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \varphi_3(t) \\ \varphi_4(t) \\ \varphi_5(t) \\ \varphi_6(t) \\ \varphi_7(t) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3} & 2\sqrt{3} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{5} & -\sqrt{5} & 6\sqrt{5} & 0 & 0 \\ -\sqrt{7} & 12\sqrt{7} & -30\sqrt{7} & 2\sqrt{7} & 0 \\ \sqrt{9} & -20\sqrt{9} & 90\sqrt{9} & -140\sqrt{9} & 70\sqrt{9} \\ \sqrt{11} & 30\sqrt{11} & -210\sqrt{11} & 560\sqrt{11} & -630\sqrt{11} \\ \sqrt{13} & -42\sqrt{13} & 420\sqrt{13} & -1680\sqrt{13} & 3150\sqrt{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \dots = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dots & 0 \\ 252\sqrt{11} & 0 \\ -2772\sqrt{13} & 924\sqrt{13} \\ \vdots & \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-0,5t} \\ e^{-1,5t} \\ e^{-2,5t} \\ e^{-3,5t} \\ e^{-4,5t} \\ e^{-5,5t} \\ e^{-6,5t} \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (9)$$

4. Спектральное представление ИПФ нестационарной системы в базисе ортогонализированных экспоненциальных функций.

Положим, что ППФ нестационарной системы определяется формулой

$$W(s, t) = \int_0^{\infty} k(t, \tau) e^{-s(t-\tau)} d\tau. \quad (10)$$

Сделав замену переменной $\lambda = t - \tau$ в уравнении (10), получим

$$W(s, t) = \int_0^{\infty} k(t, t - \lambda) e^{-s\lambda} d\lambda. \quad (11)$$

Воспользуемся ортонормированной системой вида (8) или (9) для разложения $k(t, t - \lambda)$ в ряд по переменной λ вида

$$k(t, t - \lambda) = \sum_{v=1}^l c_v^k(t) \varphi_v(\lambda). \quad (12)$$

Формула для коэффициентов Фурье $c_v^k(t)$ имеет вид

$$c_v^k(t) = \int_0^{\infty} k(t, t - \lambda) \varphi_v(\lambda) d\lambda, \quad v = 1, 2, \dots, l, \dots \quad (13)$$

Поскольку для расчета $\varphi_v(\lambda)$ имеет место зависимость

$$\varphi_v(\lambda) = \sum_{k=1}^v c_{vk} e^{-\alpha_k \lambda}, \quad (14)$$

подставляя которое в (13), получим

$$c_v^k(t) = \sum_{k=1}^v c_{vk} \int_0^{\infty} k(t, t - \lambda) e^{-\alpha_k \lambda} d\lambda. \quad (15)$$

Сравнивая (11) и (15), находим выражение, определяющее коэффициенты разложения $c_v^k(t)$, $v = 1, 2, \dots, l, \dots$ в формуле (12):

$$c_v^k(t) = \sum_{k=1}^v c_{vk} W(s, t) \Big|_{s=\alpha_k} \quad (16)$$

Запишем выражение для выходного сигнала системы $x(t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_{-\infty}^t k(t, \tau) y(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} k(t, t - \lambda) y(\lambda) d\lambda = \int_0^{\infty} \left[\sum_{v=1}^l c_v^k(t) \varphi_v(\lambda) \right] y(\lambda) d\lambda = \\ &= \sum_{v=1}^l c_v^k(t) \int_0^{\infty} y(\lambda) \varphi_v(\lambda) d\lambda = \sum_{v=1}^l c_v^k(t) c_v^y. \end{aligned} \quad (17)$$

Учитывая зависимость (16), соотношение (17) можно переписать в форме

$$x(t) = \sum_{v=1}^l c_v^y \left[c_{vk} W(s, t) \Big|_{s=\alpha_k} \right]. \quad (18)$$

Так как $W(s, t) \Big|_{s=\alpha_k} = \int_0^{\infty} k(t, t - \lambda) e^{-\alpha_k \lambda} d\lambda = \mu_k(t)$ — экспоненциальный момент k -ого порядка ИПФ нестационарной системы, зависящий от времени.

Таким образом, зависимость (18) может быть представлена в виде

$$x(t, p_1, \dots, p_r) = \sum_{v=1}^l c_v^y \left[\sum_{k=1}^v c_{vk} u_k(t, p_1, \dots, p_r) \right],$$

где p_1, \dots, p_r – параметры регулятора.

Если построена структура регулятора, то его параметры находятся в результате реализации процедуры параметрической оптимизации

$$I(p_1, \dots, p_r) = \int_0^{\infty} [x_{\text{э}}(t) - x_p(t, p_1, \dots, p_r)]^2 dt \rightarrow \min_{p_1, \dots, p_r}.$$

Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. И доп. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления/Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с., ил.

Козинец А.А., студент.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Нэй Тве, аспирант.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Найнг Аунг Со, аспирант.

E-mail: naingaugsoe128@gmail.com.

Петровичев М.А., ассистент.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

A.A. Kozinets, Nay Thway, Naing Aung Soe, M.A. Petrovichev

ANALYTICAL SYNTHESIS REGULATORS IN THE CLASS OF LINEAR TIME-VARYING SYSTEMS: MATHEMATICAL BASIS — DISCRETE PARSEVAL EQUALITY. VI

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

The article discusses the use of discrete Parseval formula for the analytical method for the synthesis of linear regulators in the class of non-stationary systems of automatic control.

Keywords: *synthesis of regulators, linear time-dependent system, discrete Parseval identity.*

Kozinets A.A., student.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Nay Thway, graduate student.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Naing Aung Soe, graduate student.

naingaungsoe128@gmail.com.

Petrovichev M.A., assistant.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

Нэй Тве, Найнг Аунг Со, М.А. Петровичев, А.А. Козинец

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И СИНТЕЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМИ АППАРАТАМИ. VII

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В данной статье рассматривается проектирование системы автоматического управления летательными аппаратами с использованием вычислительного и натурного эксперимента.

Ключевые слова: проектирование САУ, система с ЭВМ, математическое моделирование, вычислительный эксперимент.

Лишь кратко проследим цепочку двух этапов создания систем управления летательными аппаратами, включая решение таких задач, как анализ и синтез.

Проектирование систем автоматического управления (САУ) задается заказчиком, который разрабатывает «Техническое задание на проектирование» (ТЗ на проектирование), в котором детально отражены все требования, предъявляемые к системе. На предприятии, которое является исполнителем, изучается ТЗ и после процесса согласования соответствующие структуры предприятия ведут разработку аванпроекта. Содержание аванпроекта:

- анализируются различные принципы построения системы в целом и выбирается оптимальный из известных соображений вариаций;
- рассматривается вопрос изыскания технических средств, которые могут обеспечить выполнение требований, сформулированных в техническом задании на проектирование;
- изучаются варианты структурной схемы системы, т. е. осуществляется завязка её звеньев, при этом процесс выявления поисковых работ, направленных на достижение основного условия — удовлетворение требованиям технического задания, по соответствующим параметрам (точность, надежность и др.);
- процесс моделирования строится на базе математических моделей элементов, при этом операторные уравнения, описывающие их поведение, выбираются так, чтобы с достаточно высокой полнотой была отражена динамика всех элементов системы.

Работа начинается с выбора структурной схемы и технических средств ее реализации. Осуществляется предварительная «завязка» системы с учетом удовлетворения основных требований технического задания: по точности, надежности, габаритно-массовым показателям, энергопотреблению и др. На этапе эскизного проектирования производится дальнейшее уточнение и конкретизация структурной схемы системы. Уточняется состав подсистем и выполняемые ими функции, определяются их основные характеристики, подсистемы и системы в целом разбиваются на составляющие их функциональные части — приборы и блоки. Все это позволяет определить детальный приборный состав системы, включающий как основные составляющие системы, так и вспомогательные, и утвердить его у руководителя проекта.

1. Построение математической модели в форме дифференциального уравнения с переменными коэффициентами.

Изложение вопросов аналитического и экспериментального исследования будет иллюстрировать на элементарном примере — системе самонаведения, структурная схема которой имеет вид

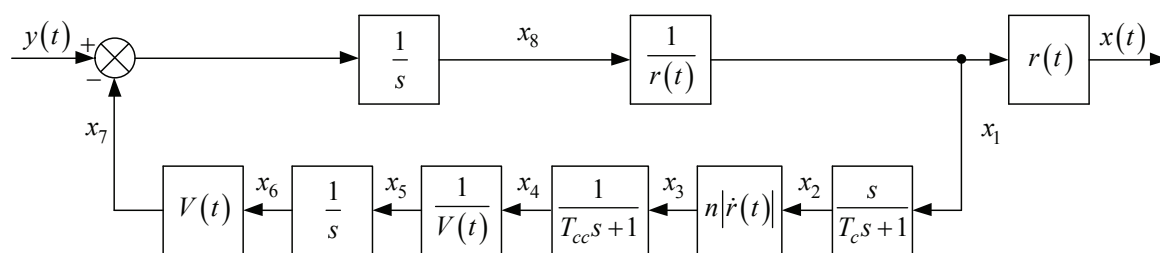


Рис. 1 Расчетная схема системы управления самонаводящейся ракетой

Приведем сразу же содержание положения: проектирование технических средств и ракеты невозможно осуществлять от проектирования ракетной системы в целом (принцип целостности системы). А решения по управлению ракетой всегда затрачивают характеристики системы в целом, тем более на этапе испытаний. Крупный специалист В.Я. Мизрохи по этому вопросу, а так же о эффективности аналитических методов говорит следующее: «...как правило, аналитические методы доведены до конечных формул, связывающих основные конструктивные параметры проектируемой ракеты и бортовой аппаратуры с динамическими характеристиками ракеты. Это позволяет быстро и с достаточной точностью оценивать рассматриваемые варианты и принимать решения, что особенно важно на наиболее ответственном этапе выбора облика ракеты.»

Приведем еще одно высказывание В.Я. Мизрохи: «На всех этапах создания ракеты вопросы ее управления являются наиважнейшими: будь то этап выбора облика ракеты , этап технического проектирования или этап летных испытаний.»

[illegible]

Результатом применения этого метода к (1) при выполнении условий:

- $$g(t) = V_{\text{н}} \Delta \theta_{\text{н}}(t) - V(t) \Delta \theta_0(t) = V_{\text{н}} 0,05 - V(t) 0,05,$$

$$Lh(t) = Dg(t), \quad (4)$$

84

$$\begin{aligned}
& a_4(t) \frac{d^4 h(t)}{dt^4} + a_3(t) \frac{d^3 h(t)}{dt^3} + a_2(t) \frac{d^2 h(t)}{dt^2} + a_1(t) \frac{dh(t)}{dt} + a_0(t) h(t) = \\
& = b_3(t) \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + b_2(t) \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b_1(t) \frac{dy(t)}{dt} + b_0(t) y(t).
\end{aligned} \tag{5}$$

Коэффициенты дифференциального уравнения имеют вид:

$$\begin{pmatrix} a_0(t) \\ a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \\ a_4(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \mathbf{L} \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ \vdots \\ t^8 \end{pmatrix}, \tag{6}$$

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 0,54/n & 2,16/n & 3,42/n & 2,72/n & \\ -17,31 + 4,05n & -44,89 + 14,31n & -29,87 + 18,63n & 2,7 + 10,41n & \\ 17,31 & 62,21 & 74,77 & 27,17 & \dots \rightarrow \\ 10,935 & 34,55 & 35,89 & 10,45 & \\ 0,911 & 2,79 & 2,81 & 0,78 & \\ 1,14/n & 0,24/n & 0,02/n & 0,00/n & 0,00/n \\ 3,56 + 1,79n & -0,0125 - 0,39n & -0,0815 - 0,15n & -0,005 - 0,01n & 0,00 \\ -6,26 & -3,55 & 0,094 & 0,087 & 0,005 \\ -3,27 & -1,42 & 0,055 & 0,036 & 0,002 \\ -0,26 & -0,11 & 0,0045 & 0,0027 & 0,00015 \end{pmatrix} \tag{7}$$

$$\begin{pmatrix} b_0(t) \\ b_1(t) \\ b_2(t) \\ b_3(t) \\ b_4(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \mathbf{D} \begin{pmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ \vdots \\ t^8 \end{pmatrix}, \tag{8}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} -17,3 & -44,89 & -29,87 & 2,7 & 3,56 \\ 17,31 & 62,2 & 74,77 & 27,17 & -6,26 \\ 10,935 & 34,55 & 35,89 & 10,45 & -3,27 \\ 0,911 & 2,79 & 2,81 & 0,775 & -0,261 \\ -0,0125 & -0,082 & -0,005 & 0,00 & \\ -3,55 & 0,094 & 0,087 & 0,005 & \\ -1,42 & 0,055 & 0,0357 & 0,002 & \\ -0,11 & 0,0045 & 0,0027 & 0,00015 & \end{pmatrix} \dots \rightarrow \quad (9)$$

где n — константа навигации.

2. Аналитический анализ и синтез

Как известно, дифференциальному уравнению 4-го порядка с непрерывными коэффициентами

$$\sum_{v=0}^4 a_v(t) x^{(v)} = \sum_{k=0}^3 b_k(t) y^{(k)} \quad (10)$$

эквивалентно интегральное уравнение Вольтера 2-го рода:

$$x(t) + \int_0^t k_x(t, \tau) x(\tau) d\tau = \int_0^t k_y(t, \tau) y(\tau) d\tau,$$

где

$$\begin{cases} k_x(t, \tau) = \sum_{k=0}^3 \frac{(-1)^k}{3!} \frac{d^k}{d\tau^k} [a_k(\tau)(t-\tau)^3]; \\ k_y(t, \tau) = \sum_{k=0}^3 \frac{(-1)^k}{3!} \frac{d^k}{d\tau^k} [b_k(\tau)(t-\tau)^3]. \end{cases}$$

Если выбран ортонормированный базис (ОНБ)

$$\Phi(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_l(t) \dots)^T$$

то представляя в форме разложения по ОНБ соответствующие функции

$$x(t) = \Phi^T(t) \mathbf{C}^x; \quad y(t) = \Phi^T(t) \mathbf{C}^y;$$

$$k_x(t, \tau) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^x \Phi(\tau); \quad k_y(t, \tau) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^y \Phi(\tau),$$

легко получить операторное уравнение с матричным оператором, эквивалентное приведенным выше ДУ и ИУ:

$$\mathbf{C}^x + \mathbf{A}_0^x \mathbf{C}^x = \mathbf{A}^y \mathbf{C}^y, \quad (11)$$

или $C^x = AC^y$, где $A = (I + A_0^x)^{-1} A^y$.

Приведем развернутую форму

$$\underbrace{\begin{pmatrix} c_1^x \\ c_2^x \\ \vdots \\ c_l^x \end{pmatrix}}_{C^x} = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1l} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{l2} & a_{l1} & \cdots & a_{ll} \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} c_1^y \\ c_2^y \\ \vdots \\ c_l^y \end{pmatrix}}_{C^y} \quad (12)$$

В рассмотренной аналитической схеме хорошо изучены вопросы обоснования сходимости приближенного решения к точному, задача решения интегральных уравнений с вырожденными ядрами имеет глубокое теоретическое обоснование.

Выдающийся математик Л.В. Канторович в его знаменитой статье «Функциональный анализ и прикладная математика», построил общую теорию приближенных методов решения функциональных уравнений. Естественной базой построения общей теории явился функциональный анализ, поскольку все многообразие уравнений, которые реально приходится решать, может быть объединено термином «функциональное уравнение». В настоящее время существуют различные общие схемы приближенных методов решения линейных уравнений, но идейный источник у них один – схема Л.В. Канторовича.

В настоящей статье так же применена схема Л.В. Канторовича.

Эта схема позволяет решать вопрос алгебраизации математических моделей элементов систем управления и перейти от их описания дифференциальными или интегральными уравнениями **к уравнениям с матричными операторами и при расчетах, связанных с анализом и синтезом систем воспользоваться аппаратом алгебры матриц.**

Аппарат, построенный на уравнении (12) позволяет с использованием структурных преобразований проводить исследование и синтез сложных САУ. Важным является тот факт, что при расчетах с высокими размерностями матриц и векторов отсутствует накопление ошибок.

Напомним, что больше число инженерных задач при решении на ЭВМ неустойчивы к малым изменениям исходных данных. Для этих задач характерно то, что сколь угодно малые изменения исходных данных могут приводить к произвольно большим изменениям решений. Эти задачи принадлежат к классу некорректно поставленных задач []. Если исходные данные известны приближенно, то неустойчивость, о которой было сказа-

но выше, приводит к практической не единственности решения в рамках заданной точности и к большим трудностям в выяснении содержания получаемого приближенного решения []. Важным является необходимость разработки методов решения таких задач. При этом приближенные решения, получаемые по приближенным исходным данным, должны быть устойчивыми к малым изменениям последних. В рассматриваемом случае это свойство имеет место.

Рассмотренный аналитический метод анализа и синтеза дает возможность на аналитическом уровне понять и численно оценить взаимное влияние решающих факторов, определяющих основные характеристики контура наведения ракеты.

Аналитический подход имеет известные недостатки:

- используется относительная простая математическая модель (ММ) системы;
- упрощение ММ приводит к искажению физических процессов, протекающих в системе, что иногда делают неверные выводы о качестве работы системы;
- неполное аналитическое исследование приводит к необходимости реализации дорогостоящих натурных испытаний на полигонах. Например, испытания авиационных комплексов радиолокационного дозора и наведения привели к существенным временным и материальным затратам. Время испытаний (АК РЛДН) А-50 и А-50У превысило 5 лет, потребный налет для проверки тактико-технических характеристик (ТТХ) составил более 800ч.

В связи с этим, с целью устранения хорошо известных недостатков, имеющих место при создании сложных систем, типа систем самонаведения, применяется математическое моделирование.

3. Математическое моделирование: решение задач детерминированного и статистического исследования и синтеза сложных автоматических систем.

«В настоящее время математическое моделирование и вычислительный эксперимент с использованием ЭВМ стали составной частью общих подходов, характерных для современных информационных технологий. Принципиально важно то, что математическое моделирование позволило объединить формальное и неформальное мышление и, как отмечал академик РАН Н. Н. Моисеев, естественным образом сочетать способность ЭВМ «во много раз быстрее, точнее и лучше человека делать формальные,

арифметические операции, отслеживать логические цепочки, с удивительными свойствами человеческого интеллекта – интуицией, способностью к ассоциациям и т.д.» Можно сослаться на авторитетное мнение профессора МГУ им. М. В. Ломоносова В. Ф. Дьяченко, возможно, несколько категоричное: «Благодаря компьютерам в математику вернулось число. Сегодня с их помощью можно решить практически любую отдельную задачу. Все-таки математика – это числовая модель мира. И если бы у Ньютона был компьютер, он, возможно, не стал бы изобретать дифференциальное исчисление». Не менее важно и то, что современные средства отображения информации дают возможность вести с ЭВМ диалог – анализировать альтернативы, проверять предположения, экспериментировать с математическими моделями.

•**первый этап:** исследования, связанные с понятиями «содержательная модель, концептуальная модель» направлены на создание модели, учитывающей свойства объекта, являющиеся ключевыми в изучаемом процессе, условия функционирования объекта и его особенности. Важным является получение модели, которая позволит изучать объект в соответствии с постановкой задачи без излишнего усложнения или ее сильной идеализации.

•**второй этап:** разработка упрощенной математической модели (ММ) и проведение соответствующих исследований. Реализация этого этапа часто сводится к модификации известных моделей.

•**третий этап:** создание рабочей математической модели. На этой модели проводится весь спектр исследований. Практика применения вычислительного эксперимента (ВЭ) показывает, что его можно отнести наиболее важному и по содержанию имеющему высокую степень трудности. Трудность порождается противоречием между желанием построить ММ наиболее полной, с другой стороны (из известных соображений) – достаточно простой. Важно, чтобы степень сложности ММ была такой, которая позволила бы сохранить те динамические свойства системы, которые определяют её эффективность, показатели качества.

Проектировщикам необходимо помнить: **основным недостатком вычислительного эксперимента является то, что применимость его результатов ограничена рамками принятой математической модели.**

В связи с этим ВЭ никогда не сможет полностью заменить **натурный эксперимент (НЭ)**, поэтому при создании систем управления уникальной сложности будущее за теоретически и инженерно обоснованным сочетанием ВЭ и НЭ.

Надо сказать, что на предприятиях, которые разрабатывают конкретные изделия, существуют банки ММ, что упрощает реализацию этого этапа. Однако и в этом случае всегда имеет место необходимость проведения существенной модификации известной ММ. Более того, при применении новых принципов построения систем, с помощью которых достигаются высокие показатели качества, указанные в ТЗ, а также новых принципов построения технических средств, возникает необходимость в построении принципиально новой математической модели системы.

Рабочая ММ должна отражать с нужной глубиной влияние элементов и их параметров на динамические свойства системы в целом, а проектировщики — владеть соответствующим уровнем знаний в конкретных областях математики и инженерными знаниями в предметных направлениях.

Приведем пример. Рулевой привод (РП) ракеты 5В55 был создан для работы на пороховом газе. Испытания же РП были проведены на холодном воздухе. Уже из сказанного ясно, что физические процессы в первом и втором случаях имеют существенные различия. При проведении же испытаний РП от реального источника газопитания были обнаружены колебания рулей.

Достоинства моделирования:

- 1) возможность исследования процессов любой сложности с учетом большого количества факторов;
- 2) простота организации эксперимента, относительно небольшое время и стоимость эксперимента;
- 3) возможность контроля всех факторов и результатов эксперимента;
- 4) повторяемость результатов, возможность использования независимых испытаний.

Кроме указанных преимуществ моделирование имеет, может быть, единственный недостаток, который принципиально не может быть устранен. Модель не является объектом исследования. Поэтому результаты, полученные при моделировании, не могут восприниматься как абсолютно достоверные, точные. Приближение модели к объекту приводит к потере тех преимуществ, о которых говорилось выше.

Основные задачи, которые решаются моделированием:

- 1) разработка алгоритмов и программ управления и параметров САУ; эта разработка без проведения моделирования во многих случаях считается неосуществимой, и в этом нет преувеличения, т.к. проектируемые системы являются, как правило, сложными системами;
- 2) оценка показателей качества системы (функционирования, точности, эффективности, надежности и т.д.);
- 3) использование моделей для отладки блоков реальной аппаратуры: рулевого привода ракеты, приемных устройств РЛС, гиросtabilизаторов ГСН и т.д.;

4) использование моделей для имитации процессов при обучении операторов;

5) использование моделей для подготовки и анализа натурных работ.

Кратко о языке программирования модели. Язык программирования должен быть языком высокого уровня для исследовательских задач. Но он может быть и языком низкого уровня, если программные модули модели предполагается использовать в рабочих программах. Языки высокого уровня: Фортран, СИ и их модификации. Языки высокого уровня обеспечивают запись программ в виде, близком к виду формул, используемых в технической литературе. Язык СИ позволяет достаточно просто оперировать с большими массивами данных.

Основные этапы разработки моделей управления следующие:

- разработка алгоритмов управления самонаводящихся ракет;
- отработка программы модели на персональных компьютерах;
- отработка модели на математическом имитационном стенде (МИМС);
- отладка модели на комплексном имитационном стенде (КИМС);
- аттестация модели по результатам натурных работ.

При создании конкретных комплексов на государственных совместных испытаниях (ГСИ) используется замена части натурных летных испытаний моделированием на стендах (КИМС). С использованием специального программно-алгоритмического обеспечения на КИМС имеется возможность имитировать целевую и помеховую обстановку излучения радиотехнических средств (РЭС), оценивать ТТХ изделий.

Пример: при испытаниях авиационных комплексов радиолокационного дозора и наведения выигрыш по стоимости при реализации комбинационной системы испытаний (50% полетов натурных, 50% заменяются моделированием) по сравнению с традиционной составляет 0,8-1,0 млрд. руб., т.е. в 1,9-2,1 раза сокращаются потребные эксплуатационные расходы на проведения государственных совместных испытаний.

Список литературы

1. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике. Доклад пленарных заседаний. Второй международный конгресс студентов, молодых ученых и специалистов «Молодежь и наука третье тысячелетие», Под ред. К.Е. Демихова. М.: РОО «НТА АПФН», 2002. – 52 с.

2. Егунов Н.Д., Колесников Л.В., Пупков К.А., Трофимов А.И. Алгоритмическая теория систем управления, основанная на спектральных методах, Под ред. В.А. Матвеева. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

3. Левин Б.Р., Шварц В. Вероятностные модели и методы в системах связи и управления. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.

4. Вайпан С.Н., Васильев А.В., Король В.М., Силкин А.Т. Требуется комбинированная система испытаний МАК РЛДН, Воздушно – космическая оборона, №2 (69), 2013.

5. Мизрохи В.Я. Проектирование управления зенитных ракет. М.: Издательство ООО «Экслибрис - Пресс», 2010. – 252 с.

Нэй Тве, аспирант.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Найнг Аунг Со, аспирант.

E-mail: naingaungsoe128@gmail.com.

Петровичев М.А., ассистент.

E-mail: tabblif@yandex.ru

Козинец А.А., студент.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Nay Thway, Naing Aung Soe, M.A. Petrovichev, A.A. Kozinets

ANALYTICAL AND EXPERIMENTAL STUDIES AND SYNTHESIS OF AUTOMATIC CONTROL OF THE AIRCRAFT. VII

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

This article discusses the design of automatic control system aircraft using computing and physical experiment.

Keywords: *develop SAU, system with computer mathematic modeling, computer experiment.*

Nay Thway, graduate student.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Naing Aung Soe, graduate student.

naingaungsoe128@gmail.com.

Petrovichev M.A., assistant.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

Kozinets A.A., student.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

М.Ю. Адкин

АППРОКСИМАЦИОННЫЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В данной работе предлагается вычислительная процедура для оценки коэффициентов дифференциального уравнения модели нестационарного объекта по данным активного эксперимента. Считаются известными порядок модели, функции входа и выхода модели, и вектор, в общем случае - ненулевых, начальных условий. Требуется определить переменные коэффициенты инерционной и форсирующей части модели. Процедура идентификация сводится к решению переопределенной системы линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения в базисе смещенных полиномов Чебышева первого рода коэффициентов модели объекта. Система алгебраических уравнений идентификации порождается аппроксимацией функции невязки эквивалентного интегрального уравнения Вольтерра 2-го рода модели объекта. Аппроксимация выполняется функциями, производными от ядер форсирующей и инерционной части интегрального уравнения. Процедура идентификации учитывает достаточные условия идентифицируемости нестационарного объекта.

Ключевые слова: модель, объект, идентификация, невязка, нестационарный, аппроксимационный, базис, полином, коэффициент разложения, спектральный метод, функционал.

В данной работе предлагается вычислительная процедура для оценки коэффициентов дифференциального уравнения модели нестационарного объекта по данным активного эксперимента.

Уравнение модели объекта принимается в виде:

$$x^{(n)}(t) + \sum_{v=0}^{n-1} a_v(t) x^{(v)}(t) = \sum_{v=0}^m b_v(t) y^{(v)}(t). \quad (1)$$

Считаются известными порядок модели, функции $x(t)$, $y(t)$ и вектор, в общем случае - ненулевых, начальных условий $X_0(0) = \{x(0), x'(0), \dots, x^{(n-1)}(0)\}$. Требуется определить переменные коэффициенты инерционной и форсирующей части модели.

В отношении функций входящих в (1) предполагается следующее:

$$\begin{aligned}x(t), y(t) &\in L^2[0, T], \\a_v(t) &\in C^{(v)}[0, T], v = \overline{0, n-1}; \\b_v(t) &\in C^{(v)}[0, T], v = \overline{0, n-1}.\end{aligned}$$

Коэффициенты дифференциального уравнения (1) будут определяться в форме разложения по полной в $L^2[0, T]$ системе функций $\Psi(t) = (\psi_0(t), \psi_1(t), \dots, \psi_{N-1}(t))^T$:

$$\begin{aligned}a_v(t) &= \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \psi_k(t), v = \overline{0, n-1}, \\b_v(t) &= \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^b \psi_k(t), v = \overline{0, m}.\end{aligned}\tag{2}$$

Неизвестными параметрами, подлежащими определению, в этом случае становятся коэффициенты разложений нестационарных коэффициентов:

$$P = \{c_{vk}^a : v = \overline{0, n-1}, k = \overline{0, N}; c_{vk}^b : v = \overline{0, m}, k = \overline{0, N}\}.\tag{3}$$

Коэффициенты модели будут зависеть как от времени, так и от неизвестных параметров, дифференциальное уравнение системы (1) можно переписать в виде:

$$x^{(n)}(t) + \sum_{v=0}^{n-1} a_v(t, P) x^{(v)}(t) = \sum_{v=0}^m b_v(t, P) y^{(v)}(t)\tag{4}$$

Переходя к решению задачи идентификации, используем эквивалентное (4) интегральное уравнение Вольтерра второго рода [1]:

$$x(t) + z_1(t) + \int_0^t K_x(t, \tau, P) x(\tau) d\tau = \int_0^t K_y(t, \tau, P) y(\tau) d\tau,\tag{5}$$

где:

$$\begin{aligned}K_x(t, \tau, P) &= \sum_{v=0}^{n-1} \frac{(-1)^v}{(n-1)!} \frac{d^v}{d\tau^v} [a_v(\tau, P)(t-\tau)^{n-1}], \\K_y(t, \tau, P) &= \sum_{v=0}^m \frac{(-1)^v}{(n-1)!} \frac{d^v}{d\tau^v} [b_v(\tau, P)(t-\tau)^{n-1}],\end{aligned}\tag{6}$$

- ядра инерционной и форсирующей части соответственно,

$$\begin{cases} z_1(t) = \sum_{v=0}^{n-1} \frac{(-1)^v}{v!} x_v^0 t^v, \\ z_2(t, P) = \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{v-1} \sum_{j=0}^i \frac{(-1)^{i+j+1}}{(n-j-1)!} C_i^j a_v^{(i-j)}(0, P) t^{n-j-1} x_{v-i-1}^0, \end{cases} \quad (7)$$

- функции, порожденные ненулевыми начальными условиями $x^{(v)}(0) = x_v^0$.

Примем следующие обозначения для равенства (5):

$$\begin{aligned} E_{x1}(t) &= x(t) + z_1(t), \\ E_{x2}(t, P) &= \int_0^t K_x(t, \tau, P) x(\tau) d\tau + z_2(t, P), \\ E_x(t, P) &= E_{x1}(t) + E_{x2}(t, P), \end{aligned} \quad (8)$$

и,

$$E_y(t, P) = \int_0^t K_y(t, \tau, P) y(\tau) d\tau. \quad (9)$$

Запишем невязку уравнения модели на экспериментальных сигналах:

$$\varepsilon(t, P) = E_x(t, P) - E_y(t, P) \quad (10)$$

На основе формулы определяющей невязку, построим функционал $J(P)$. Оценка параметров объекта может быть произведена в результате минимизации этого функционала по коэффициентам разложений (3):

$$P = \min_P J(P) \quad (11)$$

Подход к решению задачи идентификации, заключающийся в минимизации функционала, встречает серьезные трудности при практической реализации - функционал наряду с глобальным, имеет и локальные экстремумы.

Применяя аппроксимационный подход [2], покажем возможность перехода от задачи минимизации (11) при оценке параметров нестационарного объекта, к эквивалентной задаче решения полной или переопределенной системы линейных алгебраических уравнений.

Функционал $J(P)$ примем в виде:

$$J(P) = \int_0^T \varepsilon^2(t, P) dt \quad (12)$$

Найдем аналитические выражения для ядер (6).

Учитывая формулу Лейбница производной произведения двух функций

$$(uv)^{(v)} = \sum_{j=0}^v C_v^j u^{(j)} v^{(v-j)},$$

для ядра инерционной части объекта можно записать:

$$K_x(t, \tau, P) = \sum_{v=0}^{n-1} \frac{(-1)^v}{(n-1)!} \sum_{j=0}^v C_v^j a_v^{(j)}(\tau, P) \left[(t - \tau)^{n-1} \right]^{(v-j)}.$$

Так как

$$\frac{d^{v-j}}{d\tau^{v-j}} \left[(t - \tau)^{n-1} \right] = \sum_{i=0}^{n-v+j-1} (-1)^{i+v-j} C_{n-1}^{i+v-j} t^{n-i-v+j-1} \frac{(i+v-j)!}{i!} \tau^i,$$

после очевидных преобразований, имеем:

$$K_x(t, \tau, P) = \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^j t^{n-i-v+j-1} \tau^i a_v^{(j)}(\tau, P). \quad (13)$$

Для ядра форсирующей части объекта, по аналогии, получаем:

$$K_y(t, \tau, P) = \sum_{v=0}^m \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^j t^{n-i-v+j-1} \tau^i b_v^{(j)}(\tau, P). \quad (14)$$

Полагая, что функции экспериментальных сигналов, как и функции коэффициентов дифференциального уравнения модели, представлены в форме спектрального разложения по базису $\Psi(t)$:

$$x(t) = \sum_{r=0}^{M-1} c_r^x \Psi_r(t), \quad y(t) = \sum_{r=0}^{M-1} c_r^y \Psi_r(t),$$

можно получить аналитические выражения для функций, образующих невязку интегрального уравнения движения нестационарного объекта.

Учитывая (3), (7), (8) и (14), для $E_{x2}(t, P)$ имеем:

$$E_{x2}(t, P) = \int_0^t \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^j t^{n-i-v+j-1} \tau^i \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \psi_k^{(j)}(\tau) \sum_{r=0}^{M-1} c_r^x \psi_r(\tau) + \\ + \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^i \frac{(-1)^{i+j+1}}{(n-j-1)!} C_i^j \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \psi_k^{(i-j)}(0) t^{n-j-1} x_{v-i-1}^0,$$

или,

$$E_{x2}(t, P) = \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \tilde{\alpha}_{vk}(t) + \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \tilde{\alpha}_{vk}^0(t), \quad (15)$$

где

$$\tilde{\alpha}_{vk}(t) = \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^j t^{n-i-v+j-1} \sum_{r=0}^{M-1} c_r^x \int_0^t \tau^i \psi_k^{(j)}(\tau) \psi_r(\tau) d\tau, \\ \tilde{\alpha}_{vk}^0(t) = \sum_{i=0}^{v-1} \sum_{j=0}^i \frac{(-1)^{i+j+1}}{(n-j-1)!} C_i^j \psi_k^{(i-j)}(0) t^{n-j-1} t^{n-j-1} x_{v-i-1}^0. \quad (16)$$

Введем обозначения:

$$\Lambda_{ijk}(t) = \int_0^t \tau^i \psi_k^{(j)}(\tau) \psi_r(\tau) d\tau, \quad (17)$$

$$C_{ijk} = \psi_k^{(i-j)}(\tau) \Big|_{\tau=0}. \quad (18)$$

Тогда

$$\tilde{\alpha}_{vk}(t) = \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^j t^{n-i-v+j-1} \sum_{r=0}^{M-1} c_r^x \Lambda_{ijk}(t), \\ \tilde{\alpha}_{vk}^0(t) = \sum_{i=0}^{v-1} \sum_{j=0}^i \frac{(-1)^{i+j+1}}{(n-j-1)!} C_i^j C_{ijk} t^{n-j-1} t^{n-j-1} x_{v-i-1}^0. \quad (19)$$

Окончательно

$$E_{x2}(t, P) = \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \alpha_{vk}(t), \quad (20)$$

где $\alpha_{vk}(t) = \tilde{\alpha}_{vk}(t) + \tilde{\alpha}_{vk}^0(t)$.

Аналогичные выкладки для $E_y(t, P)$ дают подобный по форме результат

$$E_y(t, P) = \sum_{v=0}^m \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^b \beta_{vk}(t), \quad (21)$$

причем

$$\beta_{vk}(t) = \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \sum_{r=0}^{M-1} c_r^y \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^j t^{n-i-v+j-1} \Lambda_{ijk}(t). \quad (22)$$

Вид функций $\{\alpha_{vk}(t) \mid v = \overline{0, n-1}, k = \overline{0, N-1}\}$ и $\{\beta_{vk}(t) \mid v = \overline{0, m}, k = \overline{0, N-1}\}$ зависит от базиса $\Psi(t)$ и его свойств.

Найдем эти функции для базиса смещенных на $[0, T]$ ортогональных многочленов Чебышева первого рода: $T^*(t) = \{T_0^*(t), T_1^*(t), \dots, T_k^*(t), \dots\}^T$.

В этом случае формулы (17), (18) принимают вид:

$$\Lambda_{ijk}(t) = \int_0^t \tau^i (T_k^*(\tau))^{(j)} T_r^*(\tau) d\tau, \quad (23)$$

$$C_{ijk} = \left(T_k^*(\tau) \right)^{(i-j)} \Big|_{\tau=0}. \quad (24)$$

При преобразовании (23) и (24) потребуется использовать ряд свойств смещенных многочленов Чебышева [3].

Теорема 1. Смещенные на отрезок $t \in [0, 1]$ многочлены Чебышева 1-го рода представимы формулами

$$T_0^*(t) = 1, T_n^*(t) = n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{2n-k} C_{2n-k}^k (4t)^{n-k}, n = 1, 2, \dots \quad (25)$$

Теорема 2. Для произвольного целого $m \geq 0$ справедливо:

$$t^m = 2^{-2m+1} \sum_{i=0}^m {}^0 C_{2m}^i T_{m-1}^*(t). \quad (26)$$

В сумме (26) слагаемое, содержащее многочлен $T_0^*(t)$, делится пополам.

Перепишем (25), (26), изменив порядок суммирования для многочленов, смещенных на отрезок $t \in [0, T]$:

$$T_0^*(t)=1, T_n^*(t)=n \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{n+k} C_{n+k}^{n-k} \frac{4^k}{T^k} t^k, n=1,2,\dots \quad (27)$$

$$t^m = T^m 2^{-2m+1} \sum_{i=0}^m {}^0C_{2m}^{m-i} T_i^*(t). \quad (28)$$

На основе равенств (27) легко получить формулу для производной любого порядка смещенного многочлена:

$$[T_n^*(t)]^{(j)} = \begin{cases} T_0^*(t), n=0, j=0; \\ n \sum_{k=0}^{n-j} \frac{(-1)^{n-k}}{n+k} C_{n+k}^{n-k} \frac{4^k}{T^k} \frac{k!}{(k-j)!} t^{k-j}, n=1,2,\dots; j=\overline{0,n}; \\ 0, j > n. \end{cases} \quad (29)$$

С учетом (27) выражение для константы (24) принимает вид:

$$C_{ijk} = \begin{cases} 1, k=0, i=j; \\ k \frac{(-1)^{k-i+j}}{k+i-j} C_{k+i-j}^{k-i+j} \left(\frac{4}{T}\right)^{i-j} (i-j)!, i-j \leq k, k=1,2,\dots \\ 0, i-j > k, k=0,1,\dots \end{cases} \quad (30)$$

Аналогично получаем полиномиальную форму для функции $\Lambda_{ijk}(t)$:

$$\Lambda_{ijk}(t) = kr \sum_{q=0}^{k-j} \sum_{p=0}^r \frac{(-1)^{k-q+r-p}}{(r+p)(k+q)} C_{k+q}^{k-q} C_{r+p}^{r-p} \left(\frac{4}{T}\right)^{q+p} \frac{q!}{(q-j)!} \frac{t^{i+p+q-j+1}}{i+p+q-j+1}. \quad (31)$$

Подставляя (30), (31) в (19), (22) и сворачивая полиномы по формуле (26), находим выражения для $\tilde{\alpha}_{vk}(t)$, $\tilde{\alpha}_{vk}^0(t)$ и $\beta_{vk}(t)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{vk}(t) &= \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \sum_{r=0}^{M-1} c_r^x \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^{jkr} \times \\ &\times \sum_{q=0}^{k-j} \sum_{p=0}^r \sum_{u=0}^l {}^0C_{2l}^{l-u} \frac{(-1)^{k-q+r-p}}{(r+p)(k+q)} T^l 2^{-2l+1} C_{k+q}^{k-q} C_{r+p}^{r-p} \times \\ &\times \left(\frac{4}{T}\right)^{q+p} \frac{q!}{(q-j)!} \frac{T_u^*(t)}{i+p+q-j+1}; l=n-v+p+q, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{vk}^0(t) = & k \sum_{i=0}^{v-1} \sum_{j=0}^i \sum_{u=0}^{n-j-1} \frac{(-1)^{k+1}}{(n-j-1)!} C_i^j \frac{x_{v-i-1}^0}{k+i-j} C_{k+i-j}^{k-i+j} \times \\ & \times \left(\frac{4}{T}\right)^{i-j} (i-j)! T^{n-j-1} 2^{-2(n-j-1)+1} C_{2(n-j-1)}^{n-j-u-1} T_{n-j-1}^*(t), \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \beta_{vk}(t) = & \sum_{j=0}^v \sum_{i=0}^{n-v+j-1} \sum_{r=0}^{M-1} c_r^y \frac{(-1)^{i-j}}{(n-i-v+j-1)!} C_v^{jkr} \times \\ & \times \sum_{q=0}^{k-j} \sum_{p=0}^r \sum_{u=0}^l \frac{(-1)^{k-q+r-p}}{(r+p)(k+q)} T^l 2^{-2l+1} C_{2l}^{l-u} C_{k+q}^{k-q} C_{r+p}^{r-p} \times \\ & \times \left(\frac{4}{T}\right)^{q+p} \frac{q!}{(q-j)!} \frac{T_u^*(t)}{i+p+q-j+1}; l = n-v+p+q. \end{aligned} \quad (34)$$

Формулы (32)-(34) полностью определяют $\{\alpha_{vk}(t) \mid v = \overline{0, n-1}, k = \overline{0, N-1}\}$ и $\{\beta_{vk}(t) \mid v = \overline{0, m}, k = \overline{0, N-1}\}$ в $T^*(t), t \in [0, T]$.

Вернемся к решению задачи идентификации. Принимая во внимание (10), (20) и (21), можно записать аналитическое выражение для невязки интегрального уравнения движения нестационарной системы в следующей форме:

$$\varepsilon(t, P) = E_{x1}(t) + \sum_{v=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^a \alpha_{vk}(t) - \sum_{v=0}^m \sum_{k=0}^{N-1} c_{vk}^b \beta_{vk}(t),$$

или, вводя обозначения

$$p_i = \begin{cases} -c_{vk}^a, i = vN + k, v = \overline{0, n-1}, k = \overline{0, N-1}, \\ c_{vk}^b, i = vN + k + nN, v = \overline{0, m}, k = \overline{0, N-1}, \end{cases}$$

и

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \alpha_{vk}(t), i = vN + k, v = \overline{0, n-1}, k = \overline{0, N-1}, \\ \beta_{vk}(t), i = vN + k + nN, v = \overline{0, m}, k = \overline{0, N-1}, \end{cases}$$

в форме:

$$\varepsilon(t, P) = E_{x1}(t) - \sum_{i=0}^Q p_i \phi_i(t), Q = N(n+m+1)-1. \quad (35)$$

С учетом (35), функционал (12) принимает вид:

$$J(P) = \int_0^T \left(E_{x1}(t) - \sum_{i=0}^Q p_i \phi_i(t) \right)^2 dt. \quad (36)$$

Задача минимизации функционала (12) сформулирована как задача линейной аппроксимации функции $E_{x1}(t)$ в пространстве $L^2[0, T]$, которая сводится к поиску решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$WP = R, \quad (37)$$

где $W = \{w_{ij}, i, j = \overline{0, Q}\}$ - матрица системы в виде скалярных произведений базисных функций в пространстве $L^2[0, T]$:

$$w_{ij} = (\phi_i, \phi_j) = \int_0^T \phi_i(t) \phi_j(t) dt,$$

а $R = \{r_i, i = \overline{0, Q}\}$ - вектор - столбец правой части:

$$r_i = (\phi_i, E_{x1}) = \int_0^T \phi_i(t) E_{x1}(t) dt.$$

При идентификации нестационарного объекта, в общем случае, необходимо проведение не менее n экспериментов, где n - порядок модели идентифицируемого объекта.

Положим, что после проведения n - экспериментов сформированы: $X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)\}^T$ - вектор-столбец реакций объекта; $Y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}^T$ - вектор-столбец тестовых воздействий. Положим также, что определитель Вронского, составленный из компонент $X(t)$ отличен от нуля в точке $\tau \in [0, T]$. Начальные условия объекта зафиксированы в матрице $X^0 = \{X_1^0, X_2^0, \dots, X_n^0\}$, где $X_i^0, i = \overline{1, n}$ - вектор - столбец начальных условий для i -го эксперимента идентификации.

Применение последовательно (37) к каждой координате $\{Y(t), X(t), X^0\}$, позволяет получить систему линейных уравнений относительно неизвестных параметров в виде:

$$\overline{W}P = \overline{R}, \quad (38)$$

где

$$\overline{W} = \left[W_1^T \mid W_2^T \dots \mid W_n^T \right]^T,$$

$$\overline{R} = \left[R_1^T \mid R_2^T \dots \mid R_n^T \right]^T.$$

Оценка параметров нестационарного объекта из (38) может быть произведена по формуле:

$$P = \left(\overline{W}^T \overline{W} \right)^{-1} \overline{W}^T \overline{R}.$$

Список литературы

1. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.-632 с.
2. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.-664 с.
3. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. – М.: Наука, 1983.- 384 с.

Адкин М.Ю., доцент, канд. техн. наук.
E-mail: mihaelnikyev@gmail.com.

M.Y. Adkin

APPROXIMATION METHOD OF IDENTIFICATION OF NON-STATIONARY CONTROL OBJECTS

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

In this paper we propose a computational procedure for estimating the coefficients of the differential equation model of unsteady object on active experiment. Considered known model order, input and output functions model and a vector, in general - non-zero, the initial conditions. Required to determine the variable coefficients and inertia boosts the model. Identification procedure reduces to the solution of an overdetermined system of

linear algebraic equations for the coefficients of the expansion in the basis shifted Chebyshev polynomials of the first kind of model coefficients of the object. Identification system of algebraic equations generated approximation of residual function of the equivalent integral equation Voltaire 2nd kind of object model. Approximation of functions performed , derived from cores and boosts the inertial part of the integral equation . The procedure allows for the identification of sufficient conditions for the identifiability of non-stationary objects.

Keywords: *model, object identification, residual, non-stationary, approximation, basis, polynomial expansion coefficient, spectral method, the functional.*

Adkin M.Y., associate professor, Ph.D.
E-mail: mihaelnikyes@gmail.com.

Ю.П. Корнюшин, Н.Д. Егупов, П.Ю. Корнюшин

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА МАТРИЧНЫХ ОПЕРАТОРОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается метод параметрической идентификации нелинейных объектов и систем управления, использующий схему линеаризации Ньютона – Канторовича и аппарат матричных операторов. При идентификации осуществляется расширение пространства состояний объекта новыми фазовыми переменными, в роли которых выступают искомые параметры. Приводится пример, иллюстрирующий предлагаемый метод.

Ключевые слова: Идентификация, матричный оператор, система, объект, нелинейный, пространство состояний.

Введение. Идентификации объектов и систем является одной из основных задач теории управления. Причина ее важности очевидна – в зависимости от того насколько точными являются математические модели объекта управления и других элементов системы, зависит качество ее работы. Обеспечение необходимого качества возложено на регуляторы. То есть от точности решения задачи идентификации зависят как структура регулятора, так и его параметры.

К настоящему времени эта часть теории управления достаточно исследована, разработаны различные методы и алгоритмы проведения идентификации объектов и систем управления [1, 2, 3, 4]. Прежде всего, параметрической идентификации, поскольку достаточно часто структуру математической модели можно определить, исходя из законов физики, в тоже время параметры модели не всегда удается точно вычислить.

В настоящей работе предлагается один из возможных подходов к решению задачи идентификации для нелинейных объектов и систем управления.

Основа предлагаемого подхода состоит в том, что система дифференциальных уравнений идентифицируемого объекта дополняется уравнениями относительно искомых параметров. Если искомые параметры постоянные, то правая часть соответствующих уравнений равна нулю. Данный

прием является достаточно известным, смотри, например, [5], однако реализовать его на практике достаточно затруднительно. Как отмечает Эндрю П. Сейдж [5] имеет место проблема размерности. Причина в том, что расширение пространства фазовых переменных переводит задачу идентификации в нелинейную область, даже для линейного идентифицируемого объекта. Это связано с тем, что искомые параметры объекта – соответствующие коэффициенты дифференциальных уравнений входят в уравнения мультипликативно. Соответственно расширенная модель объекта или системы является нелинейной. Задача относится к классу обратных задач динамики, а все обратные задачи, как правило, некорректно поставлены.

Таким образом, встает задача решения расширенной системы уравнений, при условии известных векторов входных и выходных сигналов, определенных на основе наблюдений и перевод ее в класс некорректно поставленных задач.

Используется аппарат матричных операторов и линеаризация по схеме Ньютона-Канторовича, предполагающая некоторый итерационный процесс нахождения идентифицируемых параметров.

Постановка задачи. Задан объект управления, описываем уравнением

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{P}(t), t), \\ \mathbf{X}(t_0) &= \mathbf{X}_0,\end{aligned}\tag{1}$$

$$x_{BbIX}(t) = \mathbf{C}\mathbf{X}(t).\tag{2}$$

Здесь $\mathbf{X}(t) \in R^n$, $\mathbf{U}(t) \in R^m$, $x_{BbIX}(t) \in R^1$, $\mathbf{P} \in R^l$.

Измерен (известен) выход системы $\tilde{x}_{BbIX}(t)$ на интервале времени $t \in [t_0, T]$ при заданном входном управлении $\mathbf{U}(t)$. Задача идентификации объекта или системы управления состоит в определении вектора параметров $\mathbf{P}(t)$.

Алгоритм идентификации. Алгоритм включает следующие этапы:

1. Расширение вектора фазовых координат $\mathbf{X}(t)$ за счет введения новых дифференциальных уравнений относительно вектора параметров $\mathbf{P}(t)$.

2. Линеаризация расширенной системы уравнений динамики объекта согласно схеме Ньютона-Канторовича.

3. Параметризация расширенной системы уравнений с использованием аппарата матричных операторов, то есть переход из пространства сигналов во временной области в соответствующее пространство спектральных характеристик.

4. Формирование и минимизация критерия идентификации, определяющего близость выходного сигнала объекта и его измеренного выхода. Результатом данного этапа являются итерационные приближения искомых параметров объекта.

5. Организация итерационного процесса определяемого схемой Ньютона-Канторовича.

Расширение вектора фазовых координат. Параметры объекта управления, подлежащие нахождению, полагаются новыми фазовыми переменными. Рассматриваем случай постоянных их значений, соответственно для них справедлива следующая система уравнений

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Таким образом, к системе уравнений (1) добавляется система уравнений (3). То есть математическая модель идентифицируемого объекта будет описываться следующей системой уравнений

$$\begin{aligned} [\dot{\mathbf{X}}(t) \quad \dot{\mathbf{P}}(t)]^T &= [\mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{P}(t), t) \quad \mathbf{0}]^T, \\ [\mathbf{X}(t_0) \quad \mathbf{P}(t_0)]^T &= [\mathbf{X}_0 \quad \mathbf{0}]^T, \end{aligned}$$

или

$$\dot{\mathbf{Y}}(t) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t),$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Y}}(t) &= [\dot{\mathbf{X}}(t) \quad \dot{\mathbf{P}}(t)]^T, \quad \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t) = [\mathbf{F}(\mathbf{X}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{P}(t), t) \quad \mathbf{0}]^T, \\ \mathbf{Y}_{k+1}(t_0) &= \mathbf{Y}_0, \quad \mathbf{Y}_0 = [\mathbf{X}(t_0) \quad \mathbf{P}(t_0)]^T. \end{aligned}$$

Линеаризация расширенной системы уравнений динамики объекта. Линеаризация Ньютона-Канторовича достаточно подробно рассмотрена в [6] и приводит к следующей последовательности линеаризованных векторно-матричных дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{Y}}_{k+1}(t) = \mathbf{A}^k(t) \mathbf{Y}_{k+1}(t) - \mathbf{A}^k(t) \mathbf{Y}_k(t) + \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t), \quad (4)$$

$$\mathbf{Y}_{k+1}(t_0) = \mathbf{Y}_0, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (5)$$

где $\mathbf{A}^k(t) = \tilde{\mathbf{F}}'_Y(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t)$ - якобиан вектора $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t)$,

$$\tilde{\mathbf{F}}'_Y(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t) = \left\{ \tilde{f}_{ij} \right\} = \left\{ \frac{\partial \tilde{f}_i}{\partial y_j} \right\}_{i,j=\overline{1,n}}.$$

Одним из условий применимости метода линеаризации Ньютона-Канторовича является условие непрерывной дифференцируемости вектора $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{U}(t), t)$ по переменным $y_j(t)$.

Особенностью дифференциальных уравнений (4) является то обстоятельство, что вектор начальных условий $\mathbf{Y}_{k+1}(t_0)$ не полностью определен. Измеренный выходной сигнал объекта $x_{BbIX}(t)$ связан с вектором $\mathbf{Y}_{k+1}(t)$ соотношением $x_{BbIX}(t) = \tilde{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{Y}_{k+1}(t)$, где $\tilde{\mathbf{C}} = [\mathbf{C} \ 0 \dots 0]$ - вектор размерности $(n+l) \times 1$. Возникает проблема в уточнении на каждом шаге начальных условий $\mathbf{Y}_{k+1}(t_0)$, поскольку они содержат вектор неизвестных параметров \mathbf{P} .

Параметризация уравнения динамики (4), переход к спектральной форме ее описания. Указанный этап осуществляется с использованием матричных операторов. Выполняется представление сигналов $\mathbf{Y}_{k+1}(t)$, $\mathbf{Y}_k(t)$, $x_{BbIX}(t)$ в виде конечномерного разложения по некоторому ортонормированному базису $\Phi = \{\varphi_i(t) : i = \overline{1, \infty}, t \in [t_0, T]\}$ в виде

$$\mathbf{Y}_{k+1}(t) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_{n+l}(t) \cdot \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}}, \quad \mathbf{Y}_k(t) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_{n+l}(t) \cdot \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}, \quad x_{BbIX}(t) = \overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_1(t) \cdot \hat{\mathbf{C}}^x, \quad (6)$$

где $\overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_p(t)$, ($p = (n+l)$, или 1) клеточные матрицы вида

$$\overline{\mathbf{F}\mathbf{T}}_p(t) = \text{diag}(\mathbf{F}\mathbf{T}_1(t) \dots \mathbf{F}\mathbf{T}_p(t)), \quad \mathbf{F}\mathbf{T}_i(t) = [\varphi_1(t) \ \varphi_2(t) \dots \varphi_N(t)],$$

матрицы $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}}$, $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}$, $\hat{\mathbf{C}}^x$ - спектральные характеристики соответствующих сигналов [7].

Переход к спектральной форме описания уравнения динамики (4) осуществляется в два этапа. Вначале выполняется переход от дифференциального уравнения (4) к интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода, путем его интегрирования:

$$\mathbf{Y}_{k+1}(t) = \int_{t_0}^T \mathbf{K}_Y(t, \tau) \mathbf{Y}_{k+1}(\tau) d\tau - \int_{t_0}^T \mathbf{K}_Y(t, \tau) \mathbf{Y}_k(\tau) d\tau + \int_{t_0}^T \mathbf{K}_F(t, \tau) d\tau + \mathbf{Y}(t_0), \quad (7)$$

где ядра интегрального уравнения имеют вид

$$\mathbf{K}_Y(t, \tau) = 1(t - \tau) \mathbf{A}^k(\tau), \quad \mathbf{K}_F(t, \tau) = 1(t - \tau) \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(\tau), \mathbf{U}(\tau), \tau).$$

Затем выполняется представление ядер в виде конечномерного разложения по выбранному базису

$$\mathbf{K}_Y(t, \tau) = \overline{\mathbf{F}} \mathbf{T}_{n+l}(t) \hat{\mathbf{A}}^Y \overline{\mathbf{F}}_{n+l}(\tau), \quad \mathbf{K}_F(t, \tau) = \overline{\mathbf{F}} \mathbf{T}_{n+l}(t) \hat{\mathbf{A}}^F \overline{\mathbf{F}}_{n+l}(\tau), \quad (8)$$

где

$$\overline{\mathbf{F}}_{n+l}(t) = \text{diag}(\mathbf{F}_1(t) \dots \mathbf{F}_{n+l}(t)), \quad \mathbf{F}_i(t) = [\varphi_1(t) \varphi_2(t) \dots \varphi_N(t)]^T.$$

Такое представление ядер (8) позволяет по интегральному уравнению получить спектральную характеристику выхода для модели (4):

$$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}} = -(\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^Y)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k} + (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^Y)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^F + (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^Y)^{-1} \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0},$$

или

$$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_{k+1}} = -\mathbf{A}_Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k} + \mathbf{A}_F + \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}, \quad (9)$$

где

$$\mathbf{A}_Y = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^Y)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^Y, \quad \mathbf{A}_F = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^Y)^{-1} \hat{\mathbf{A}}^F, \quad \mathbf{A}_0 = (\hat{\mathbf{I}} + \hat{\mathbf{A}}^Y)^{-1},$$

$$\hat{\mathbf{A}}^F = \int_{t_0}^T \hat{\mathbf{A}}^F \overline{\mathbf{F}}_{n+l}(\tau) d\tau,$$

$\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}$ - спектральная характеристика начального условия $\mathbf{Y}_{k+1}(t_0)$.

Формирование и минимизация критерия идентификации. Критерий идентификации определим в виде

$$J = \int_{t_0}^T [x_{BBLX}(t) - \tilde{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{Y}_{k+1}(t)]^2 dt. \quad (10)$$

С учетом введенных выше спектральных характеристик, критерий оптимальности можно записать следующим образом

$$J = \left[\hat{\mathbf{C}}^X - \tilde{\mathbf{C}} \cdot (\mathbf{A}_F + \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0} - \mathbf{A}_Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}) \right]^T \times \left[\hat{\mathbf{C}}^X - \tilde{\mathbf{C}} \cdot (\mathbf{A}_F + \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0} - \mathbf{A}_Y \hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}) \right]. \quad (11)$$

Минимизация критерия выполняется относительно вектора спектральной характеристики $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_0}$. Спектральная характеристика $\hat{\mathbf{C}}^{\mathbf{Y}_k}$ определяется через вектор выходного сигнала объекта управления.

Таким образом, при идентификации с использованием критерия (11), отпадает необходимость вычисления вектора $\mathbf{Y}_{k+1}(t)$, путем решения уравнения (4).

Особенностью рассматриваемой целевой функции является то, что при ее минимизации относительно спектральной характеристики \hat{S}^{Y_0} , во первых, обеспечивается близость выхода реального объекта к его математической модели, во вторых находятся значения искомых оптимальных параметров объекта. Поскольку искомые параметры объекта управления являются постоянными, соответственно l последних элементов спектральной характеристики \hat{S}^{Y_0} и являются искомыми параметрами объекта, нормированными относительно интервала времени $[t_0, T]$.

Организация итерационного процесса определяемого схемой Ньютона-Канторовича. Данный этап алгоритма предполагает задания начального приближения для \hat{S}^{Y_0} и, уточняя его на каждом шаге итерационного процесса согласно п. 4. до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность. Условием окончания итерационного процесса может служить, например, малое изменение значений l последних элементов спектральной характеристики \hat{S}^{Y_0} .

Примечание Измерения выходного сигнала объекта управления обычно являются дискретными. Целевая функция в этом случае формируется в виде

$$J = \sum_{j=0}^r \left[x_{BIX}(t_j) - \tilde{C} \cdot Y_{k+1}(t_j) \right]^2.$$

Здесь $t_j \in [t_0, T]$, $t_j = t_0 + \frac{T-t_0}{N} j$.

Алгоритм идентификации при дискретных измерениях не изменяется.

Пример. При проектировании электрогидравлических приводов недостаточно определенными являются такие параметры его математической модели, как коэффициент вязкого трения гидроцилиндра (ГЦ) и жесткость пружины подвески поршня ГЦ. Причиной является то, что в процессе эксплуатации приводов в широких пределах могут изменяться характеристики рабочей жидкости (минерального масла) и металла пружины подвески поршня. В связи с этим возникает задача определения указанных параметров исходя из результатов работы рассматриваемого объекта управления.

Математическая модель рассматриваемого следящего гидравлического привода описывается следующей системой нелинейных дифференциальных уравнений:

– уравнение движения нагруженного поршня ГЦ

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + K_n \frac{dy(t)}{dt} + C_n y(t) = F_n \Delta p(t), \quad (12)$$

– уравнение связи следящего гидравлического исполнительного механизма

$$F_n \frac{dy(t)}{dt} + K_p \frac{d\Delta p(t)}{dt} + r \Delta p(t) = \mu_p \sqrt{P_n - \Delta p(t) \operatorname{sign}(x(t))} \cdot x(t), \quad (13)$$

– уравнение движения золотника

$$m_3 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + K_3 \frac{dx(t)}{dt} = a \cdot i(t), \quad (14)$$

– уравнение электрических процессов в катушке управления (ЭМП)

$$i(t) = K_y \Delta u(t), \quad (15)$$

– уравнение электрической обратной связи

$$\Delta u(t) = u_{ex}(t) - K_{oc} y(t) \quad (16)$$

Математическая модель имеет следующие числовые значения параметров:

$M = 65 \text{ кг}$ - масса подвижных частей ГЦ;

$F_n = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ - площадь поршня;

$K_p = 0,5 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^5}{\text{Н}}$ - коэффициент сжатия рабочей жидкости в ГЦ;

$r = 0,5 \cdot 10^{-10} \frac{\text{м}^5}{\text{Нс}}$ - коэффициент перетечек между полостями ГЦ;

$\mu_p = 6,3 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3 \text{Н}^{\frac{1}{2}}}{\text{с}}$ - удельная гидравлическая проводимость золотника;

$P_n = 6 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$ - давление нагнетания жидкости в ГЦ;

$m_3 = 1 \text{ кг}$ - масса золотника;

$K_3 = 27 \frac{\text{Нс}}{\text{м}}$ - коэффициент вязкого трения в золотнике;

$a = 5,4 \frac{\text{Н}}{\text{А}}$ - коэффициент передачи «катушка управления – золотник»;

$K_y = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{А}}{\text{В}}$ - коэффициент преобразования напряжение – ток;

$K_{oc} = 1 \frac{B}{M}$ - коэффициент передачи датчика обратной связи.

Коэффициент вязкого трения ГЦ и жесткость пружины подвески поршня при расчетах обычно полагают соответственно $K_n = 5 \cdot 10^2 \frac{Hc}{M}$ и $C_n = 1 \cdot 10^6 \frac{H}{M}$. Эти параметры и подлежат определению.

Запишем математическую модель в пространстве состояний. Для этого введем новые переменные $x_1(t) = x(t)$, $x_2(t) = \dot{x}(t)$, $x_3(t) = \Delta p(t)$, $x_4(t) = y(t)$, $x_5(t) = \dot{y}(t)$.

Полагаем идентифицируемые параметры объекта новыми фазовыми переменными:

$$x_6(t) = K_n \text{ и } x_7(t) = C_n. \quad (17)$$

Уравнения (12) - (16) с учетом (17) в нормальной форме Коши имеют вид:

$$\dot{X}(t) = F(X(t), t),$$

или

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{x}_6(t) \\ \dot{x}_7(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{K_3}{m_3} x_2(t) - \frac{aK_y K_{oc}}{m_3} x_4(t) + \frac{aK_y}{m_3} u(t) \\ -\frac{r}{K_p} x_3(t) + \frac{\mu_p}{K_p} \sqrt{P_n - x_3(t) \text{sign}(x_1(t))} \cdot x_1(t) - \frac{F_n}{K_n} x_5(t) \\ x_5(t) \\ \frac{F_n}{M} x_3(t) - \frac{1}{M} x_4(t) x_7(t) - \frac{1}{M} x_5(t) x_6(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Линеаризованная с использованием схемы Ньютона – Канторовича система (18) имеет вид (4) (при линеаризации выполнена замена функции $y = \text{sign}(x)$ не являющейся аналитической на функцию $y = \frac{2}{\pi} \arctan(\lambda x)$, которая при $\lambda \rightarrow \infty$ является достаточно хорошей ее аппроксимацией). Матрица $A^k(t)$ имеет вид

$$A^k(t) = \begin{bmatrix} 0 & & & & 1 \\ 0 & & & & -\frac{K_3}{m_3} \\ \frac{\mu_p}{K_p} \left(\sqrt{P_n - x_3 \frac{2}{\pi} \arctan(\lambda x_1)} - x_1 x_3 \frac{\frac{1}{\pi} \frac{\lambda}{1 + \lambda^2 x_1^2}}{\sqrt{P_n - x_3 \frac{2}{\pi} \arctan(\lambda x_1)}} \right) & 0 & \dots \\ 0 & & & & 0 \\ 0 & & & & 0 \\ 0 & & & & 0 \\ 0 & & & & 0 \\ 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{aK_y K_{oc}}{m_3} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & -\frac{r}{K_p} - \frac{\mu_p}{K_p} x_1 \frac{\frac{1}{\pi} \arctan(\lambda x_1)}{\sqrt{P_n - x_3 \frac{2}{\pi} \arctan(\lambda x_1)}} & 0 & -\frac{F_n}{K_p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{F_n}{M} & -\frac{1}{M} x_7 & -\frac{1}{M} x_6 & -\frac{1}{M} x_5 & -\frac{1}{M} x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Вектор $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{Y}_k(t), \mathbf{U}(t), t)$ имеет вид правой части уравнения (18), в которой функция $y = \text{sign}(x)$ заменена на функцию $y = \frac{2}{\pi} \arctan(\lambda x)$.

При проведении идентификации испытательное воздействие должно иметь достаточно «богатый» спектр. Поэтому в качестве входного воздействия выбираем сигнал вида

$$u(t) = 2 \cos(2t) + 1,6 \sin(8t) + 1,2 \cos(14t) + 0,8 \sin(20t) + 0,2 \cos(26t).$$

В качестве системы ортогональных функций были выбраны функции Уолша. Размерность базиса $N = 64$.

Начальное приближение для $y(t)$ - движения поршня гидроцилиндра $y_0(t) = 1 \cdot 10^{-4}$ м., начальные приближения для K_n и C_n соответственно:

$$K_n^0 = 1 \cdot 10^2 \frac{Hc}{m}, \quad C_n^0 = 0,1 \cdot 10^6 \frac{H}{m}.$$

Ниже на рис. 1 приведены графики изменения измеренного выходного сигнала $y(t)$, начального приближения $y_0(t)$ и рассчитанного выходного сигнала для 10-ой итерации. На рис. 2 приведен график разности между точным значением выходного сигнала и его оценкой, полученной расчетным путем. На рис. 3 – 4 графики изменения идентифицируемых параметров K_n и C_n на 10-ой итерации и их точные значения.

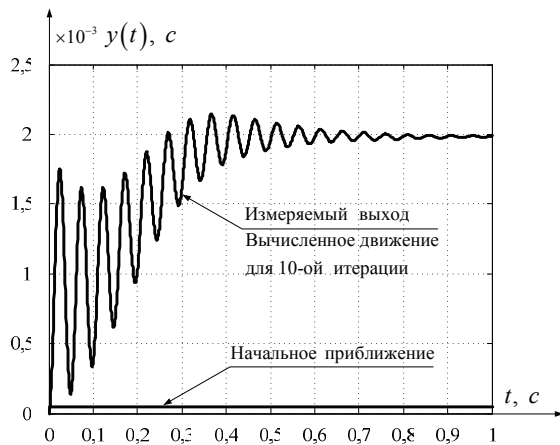


Рис. 1

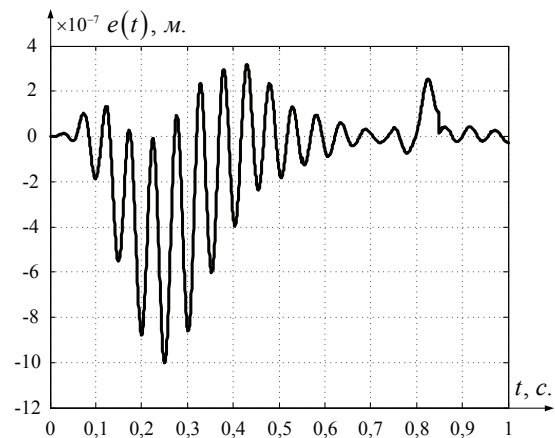


Рис. 2

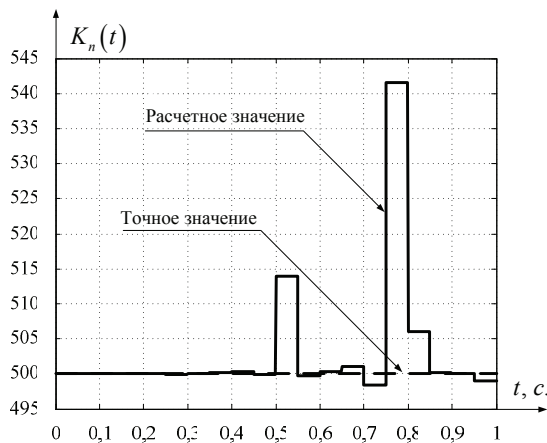


Рис. 3

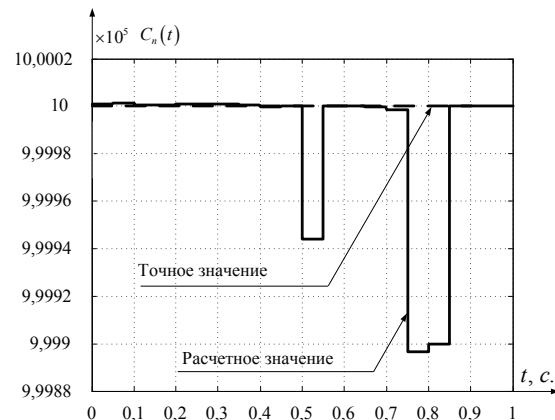


Рис. 4

Усредненные значения K_n и C_n , полученные на десятой итерации имеют следующие значения: $K_{n\text{cp}} = 5,0304 \cdot 10^2 \frac{H \cdot c}{M}$, $C_{n\text{cp}} = 9,9999 \cdot 10^5 \frac{H}{M}$.

Выводы. 1. Моделирование на других примерах показало эффективность предлагаемого алгоритма идентификации. Получаемые результаты, с высокой точностью совпадали с результатами, полученные с использование натурных, физических экспериментов.

2. Так как процесс идентификации, определенный схемой линеаризации Ньютона – Канторовича является итерационным, то для получения результатов с высокой точностью (верность данных), часто требуется достаточно большое количество итераций. Критерием остановки процесса обычно служит близость траекторий движения фазовых переменных в метрике пространства $L_2(0, T)$, полученных на текущем и предыдущем шагах.

3. Моделирование выявило некоторые особенности, влияющие на эффективность решения задачи. Прежде всего, увеличение числа идентифицируемых параметров объекта, и тем самым расширение размерности системы ведет к достаточно сильному увеличению чувствительности алгоритма к начальному приближению, что требует более точной информации о характере движения фазовых переменных. Также объем вычислений при прочих равных условиях пропорционален квадрату порядка расширенной системы (на самом деле, зависимость несколько более сложная), что ведет к значительному увеличению длительности процесса идентификации. И, конечно, не последнюю роль играет адекватность математической модели.

Список литературы

1. Дейч А.М. Методы идентификации динамических объектов / Пер. с англ. — М.: Энергия, 1979. — 240 с.
2. Лапин С.В., Егупов Н.Д. Теория матричных операторов и ее приложение к задачам автоматического управления. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. — 496 с.
3. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Трофимов А.И. Статистические методы анализа, синтеза и идентификации систем автоматического управления / Под ред. Н.Д. Егупова. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1998. — 560 с.
4. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления: Пер. с англ. — М.: Мир, 1979. — 464 с.
5. Сейдж Э.П., Мелса Дж.Л. Идентификация систем управления. — М.: Наука, 1974. — 248 с.
6. Гайский В.А., Егупов Н.Д., Корнюшин Ю.П. Применение функций Уолша в системах автоматизации научных исследований. — Киев: Наукова думка, 1993. — 212 с.
7. Матричные методы расчета и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. — М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. — 664 с.

Корнюшин Ю.П., профессор, д-р техн. наук.

E-mail: theroland@yandex.ru.

Егупов Н.Д., профессор, д-р техн. наук.

E-mail: theroland@yandex.ru.

Корнюшин П.Ю., аспирант.

E-mail: theroland@yandex.ru.

Y.P. Kornyushin, N.D. Egupov, P.Y. Kornyushin

OBJECTS AND IDENTIFICATION OF NONLINEAR CONTROL SYSTEMS USING APPARATUS OPERATOR MATRIX

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

Discusses a method of parametric identification of nonlinear objects and control systems using linearization scheme Newton - Kantorovich and the apparatus matrix operators. When identification is carried out expansion of the state space object new phase variables, which serve as the required parameters. An illustrative example is the proposed method.

Keywords: *identification, matrix operator, system, nonlinear, state space.*

Kornyushin Y.P., professor, doctor of engineering sciences.

E-mail: theroland@yandex.ru.

Egupov N.D., professor, doctor of engineering sciences.

E-mail: theroland@yandex.ru.

Kornyushin P.Y., graduate student.

E-mail: theroland@yandex.ru.

В.Н. Пашенко, А.А. Кошечкин

ИССЛЕДОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ ДВИЖЕНИЯ НОГИ ШАГАЮЩЕГО РОБОТА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Работа посвящена исследованию кинематики одной «ноги» шести-ногого робота. Была построена параметризованная 3D-модель в CAD-системе SolidWorks. Предложено решение прямой задачи и обратной задачи кинематики. Разработано программное приложение, управляющее сервоприводами «ноги». Результаты были проверены на разработанном прототипе устройства.

Ключевые слова: манипулятор, шагающий робот, сервопривод, параметризованная 3D-модель, SolidWorks, прямая задача кинематики, обратная задача кинематики, макет.

Введение. Шагоходы или шагающие роботы – разнообразные механизмы, передвигающиеся с помощью ног. Ввиду технических сложностей исполнения они не получили пока в реальной жизни большого распространения. Из используемых на практике механизмов можно назвать шагающие экскаваторы. Весьма популярны в научной фантастике. В сравнении с колёсной и гусеничной техникой шагоходы имеют повышенную проходимость на пересеченной местности. Главной проблемой в создании шагоходов является соотношение цены и эффективности, а также отсутствие достаточно мощной, емкой и компактной энергоустановки. Однако сейчас уже ведутся разработки по созданию полноценных шагающих машин.

В настоящий момент шагоходы разрабатываются американской фирмой «MechanizedPropulsionSystems». Представители фирмы обещают создать образец, пригодный для боевого применения, к 2025 году.

В 2005 году фирмой BostonDynamics был создан четырехногий шагающий робот BigDog, предназначенный для транспортировки снаряжения.

Актуальным является создание шагающих мобильных автономных роботов, способных работать в экстремальных условиях, таких как открытый космос или пересеченная местность.

Перспективной является задача создания шагающего робота для перемещения в изменяющейся внешней среде и выполнения рабочих операций со встроенной системой технического зрения. Необходимо предусмотреть возможность увеличения количества степеней свободы для двух «ног» робота с целью перемещения грузов. И наконец, одой из важнейших

задач, которую необходимо решить при создании такого робота – это собственно задача управления ходьбой.

В рамках данной работы исследуется математическая модель одной «ноги», чтобы на основе полученных исследований получить необходимые данные для дальнейшего исследования движения робота в целом.

Для решения поставленной задачи необходимо:

1. Разработать геометрически подобный 3D прототип.
2. Решить прямую и обратную задачу кинематики.
3. Разработать макет.
4. Оценить результаты.

Средства решения. Методы автоматизированного проектирования представляют собой эффективное средство экспериментального моделирования и исследования конструкций на основе геометрически подобного 3D прототипа изделия. Геометрически подобный 3D прототип изделия - это параметризованная геометрическая модель, включающая в себя математическое описание «поведения» и исследования конструкции, позволяющая заменить изучение самого объекта исследованием характеристик механически подобной модели с возможностью последующего перехода от параметров модели к соответствующим параметрам объекта.

Современные CAD системы имеют открытую среду программирования, что позволяет создать единую автоматизированную среду синтеза манипуляционных механизмов. Это позволит не только построить 3D прототип изделия с учетом геометрических ограничений, получать различные конструкции, удовлетворяющие требованиям и ограничениям среды, и управлять ими, но и в интерактивном режиме использовать в единой среде разработки такие эффективные средства математического блочного моделирования, как Matlab/Simulink (MathWorks, Inc) и т.д.

В общем случае, использование современных CAD систем, способных обеспечить единую поддержку всего цикла разработки, позволит:

- получить реальный облик изделия.
- проверить собираемость конструкции за счет полной детализации компонентов изделия.
- смоделировать среду функционирования механизма.
- создать любые типоразмеры манипулятора и имитационные модели, позволяющие исследовать геометрию движения конструкции с целью определения и уточнения параметров геометрии, и результаты использовать для оптимизации конструкции, за счет того, что CAD системы имеют встроенную систему программирования приложений.
- установить связь между сборочной моделью, построенной в CAD-системе SolidWorks, и имитационной моделью, построенной в системе имитационного моделирования Simulink, пригодной для проведения кинематического и динамического анализов (SimMechanics-

модель), посредством передачи данных в виде STL-файла, с возможностью визуализации результатов кинематического и динамического анализов проектируемой конструкции, т.к. современные САД системы обладают механизмами интеграции с системами математического моделирования.

- симулировать работу системы управления на основе созданной блочной модели и 3D прототипа.

Исследование кинематики. Для проведения исследований была разработана геометрически подобный 3D прототип модели ноги в программе SolidWorks (Рис.1)

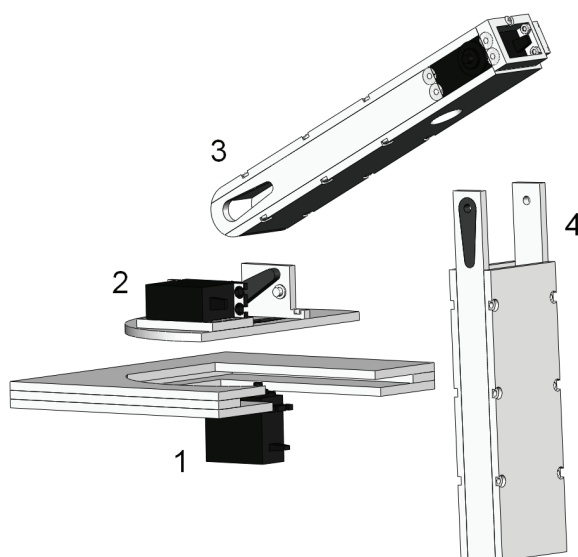


Рис.1

Конструкция манипулятора содержит следующие элементы:

- базовая часть (1). Состоит из подставки и первого серводвигателя. Неподвижны, так как соединены с основной частью, телом робота;
- платформа и второй серводвигатель (2). Платформа является частью цилиндра, ось которого совпадает с осью вращения вала первого сервопривода. Сервопривод неподвижно закреплен с платформой.
- верхняя часть «ноги» и третий сервопривод (3). Верхняя часть «ноги» представляет собой тонкостенный параллелепипед, один из его концов скруглен, ось, с которой совпадает центр скругления, совпадает с осью вращения второго серводвигателя. На другом конце внутри верхней части ножки прикреплен третий сервопривод;
- нижняя часть «ноги» (4). Является тонкостенным параллелепипедом. На одном конце есть круглое отверстие, центр которого совпадает с осью третьего сервопривода.

Прямая задача кинематики — это вычисление положения (X, Y, Z) точки P «конечная точка «ноги» (Рис.2) по кинематической схеме манипулятора и заданной ориентации (a, b, c) его звеньев.

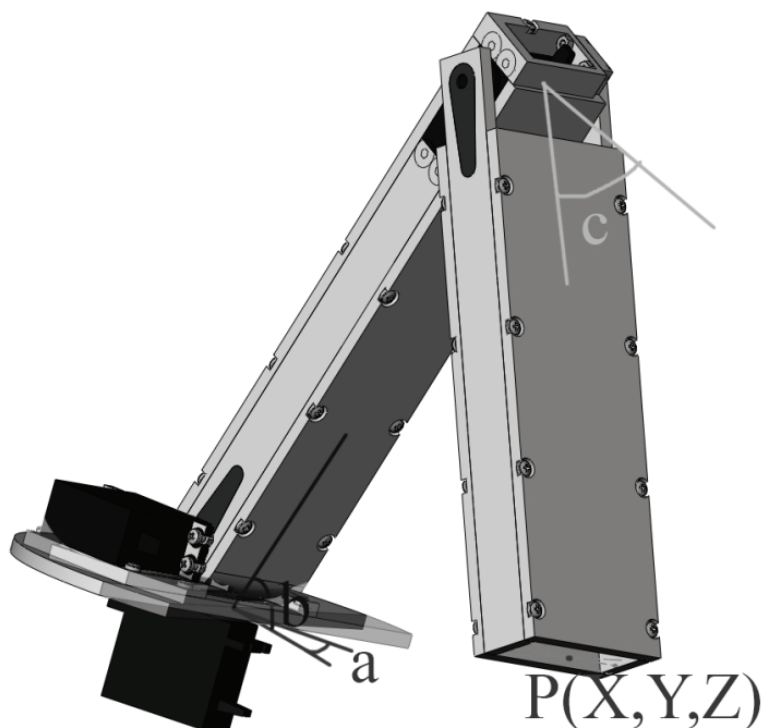


Рис. 2

Решение задачи позволит определить характеристики рабочей зоны механизма при наличии ограничений на обобщенные координаты, определить точностные характеристики, например, погрешности положения и ориентации точки P .

Для манипулирования «ногой» робота, определим его пространственную конфигурацию с учетом положения всех звеньев. Конфигурация может быть определена путем последовательного описания взаимного расположения соседних звеньев манипулятора. Для этого определим системы координат связанные с каждым звеном «ноги». Воспользуемся векторно-матричным методом преобразования координат, предложенным Денавитом и Хартенбергом. Этот метод позволяет последовательно преобразовывать координаты конца манипулятора из связанной с ним системы координат в базовую систему координат.

Свяжем с базовой частью «ноги» базовую систему декартовых координат (x_0, y_0, z_0) , направив ось z_0 вдоль оси поворота. Каждую последующую i -ю систему сформируем на основе следующих трех правил:

- ось z_{i-1} направлена вдоль оси i -го сочленения;
- ось x_i перпендикулярна оси z_{i-1} и направлена от нее;
- ось y_i дополняет оси x_i и z_i до правой декартовой системы координат.

Для описания пространственного положения используют матрицу преобразования однородных координат 4x4, определяющую расположение связанной системы координат относительно неподвижной системы:

$$T = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & p_x \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & p_y \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где верхняя левая подматрица размерностью 3x3 представляет собой матрицу поворота, а верхняя правая подматрица размерностью 3x1 – вектор смещения.

Таким образом, координаты точки, заданные в неподвижной системе координат относительно связанной, можно определить, используя следующее выражение:

$$p = Tr'$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & p_x \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & p_y \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix}$$

При помощи матрицы $T_{i,i-1}$ можно связать однородные координаты произвольной точки p с однородными координатами этой точки относительно $(i-1)$ -й системы отсчета, связанной с $(i-1)$ -м звеном манипулятора.[2]

В нашей задаче связь точек $P(X,Y,Z)$ и $O(0,0,0)$, представляющих собой положение точки P ноги и начала базовой системы координат, описывается формулой $P = A_1 A_2 A_3 A_4 0$

В нашем случае системы координат выглядят так:

Базовая система координат (рис.3):

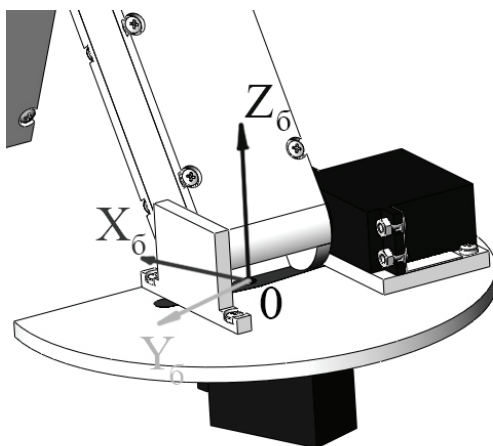


Рис. 3

Первая система координат (Рис 4)

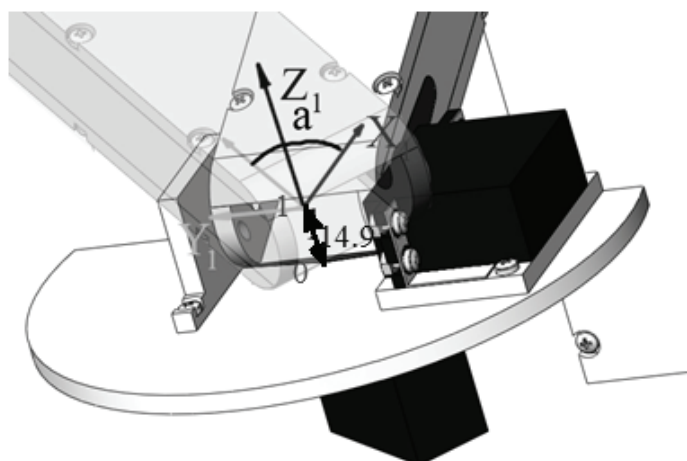


Рис. 4

Матрица перехода от первой системы координат к базовой:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos a & -\sin a & 0 & 0 \\ \sin a & \cos a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 14,9 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вторая система координат (Рис 5)

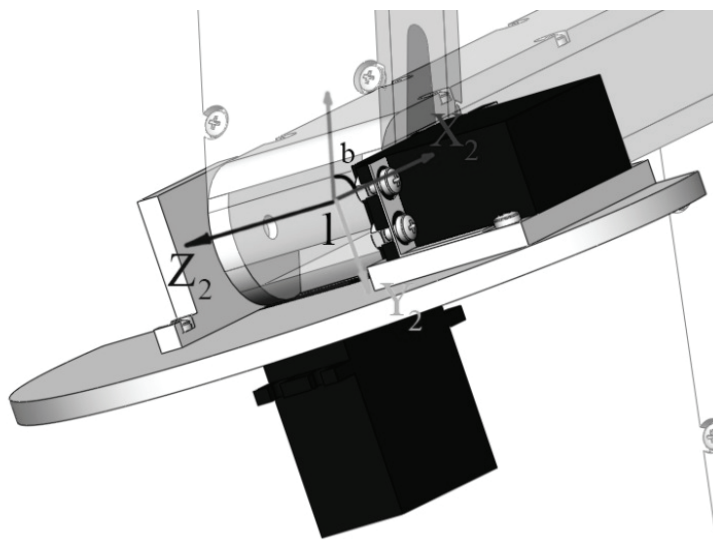


Рис. 5

Матрица перехода от второй системы координат к первой:

$$A_2 = \begin{pmatrix} \cos b & \sin b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin b & -\cos b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Третья система координат (рис 6)

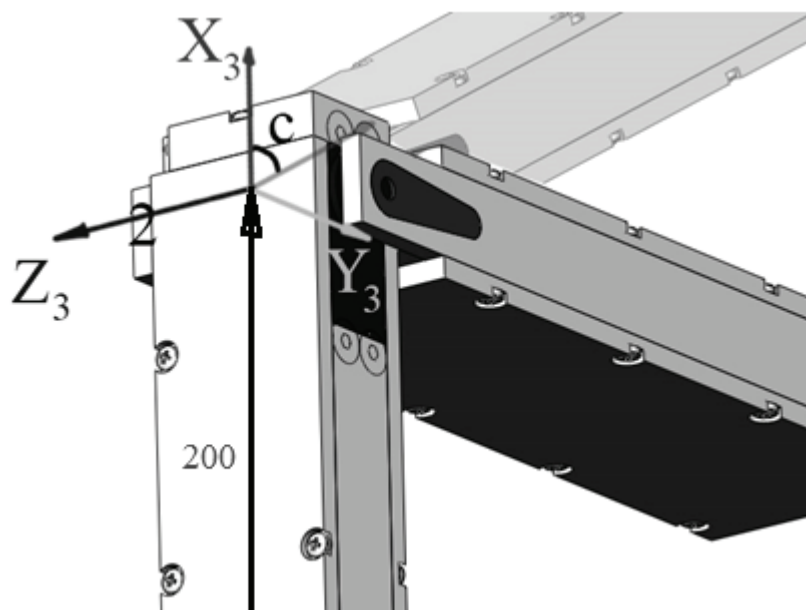


Рис. 6

Матрица перехода от третьей системы координат ко второй:

$$A_3 = \begin{pmatrix} \cos c & -\sin c & 0 & 200 \\ \sin c & \cos c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Четвертая система координат (рис. 7)

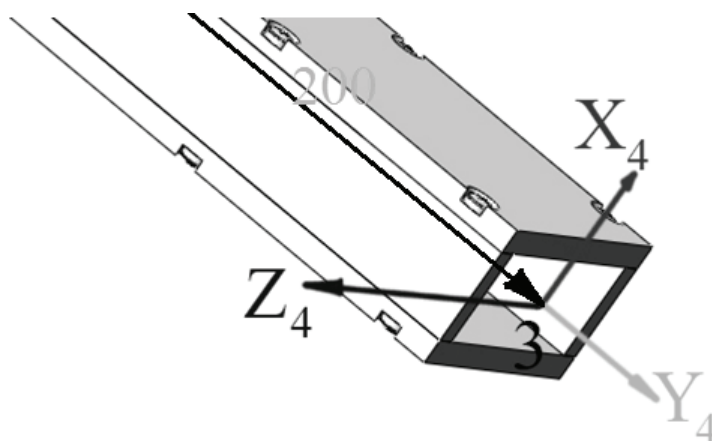


Рис. 7

Матрица перехода от четвертой системы координат к третьей:

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 200 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Результат работы программного приложения (рис. 8a), и данные, полученные в ходе исследования 3D прототипа (рис.8b), совпадают.

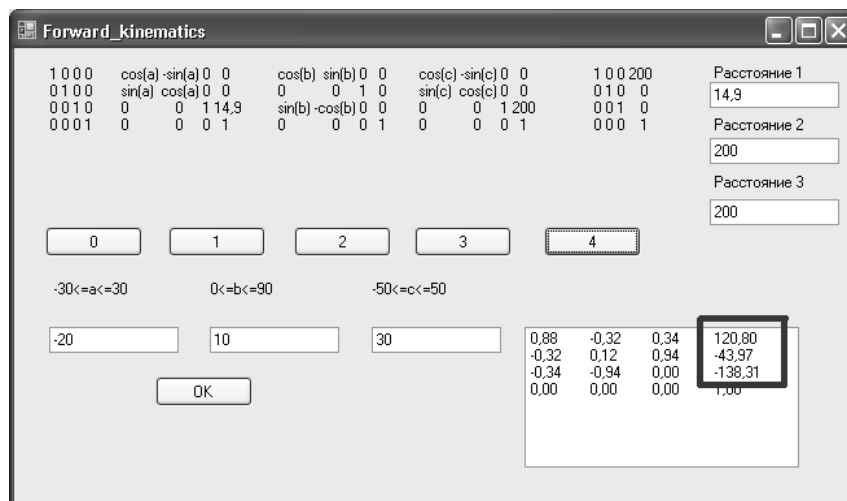


Рис. 8а

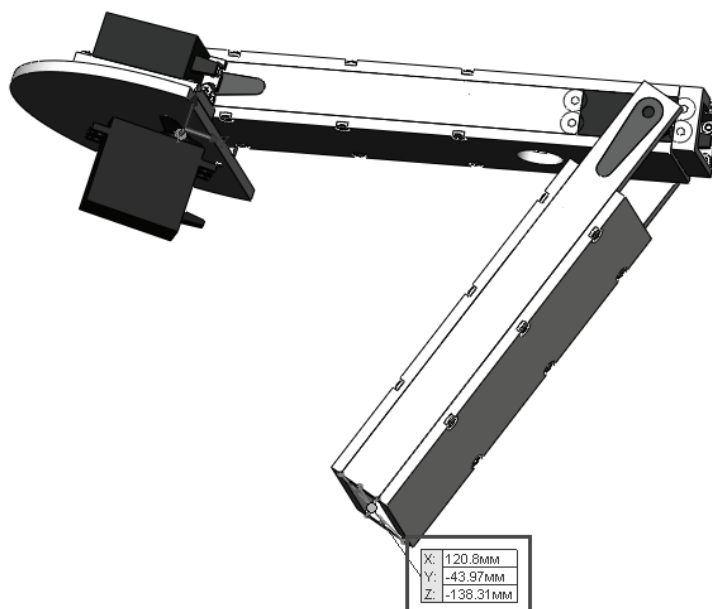


Рис. 8б

Обратная задача кинематики — это вычисление углов (a, b, c) по заданному положению (X, Y, Z) точки P и известной схеме кинематики манипулятора (Рис. 4). В нашем случае это попадание конца «ноги» в определенную точку из области достижимости. Предлагается методика, с помощью которой можно определить обобщенные координаты так, чтобы конец «ноги» попал в выбранную точку.

Движение лапки будет задано в виде уравнения 3-мерной кривой, зависящей от времени, и положение конца лапки будет корректироваться согласно этому принципу через определенные отрезки времени.

Решим обратную задачу кинематики манипулятора, используя геометрический подход (Рис. 9). Суть подхода заключается в рассмотрении звеньев манипулятора как отрезков, углы между которыми можно найти дополнительными геометрическими построениями.

Отсюда $a = \arccos \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$.

Рассмотрим плоскость RZ(рис.11)

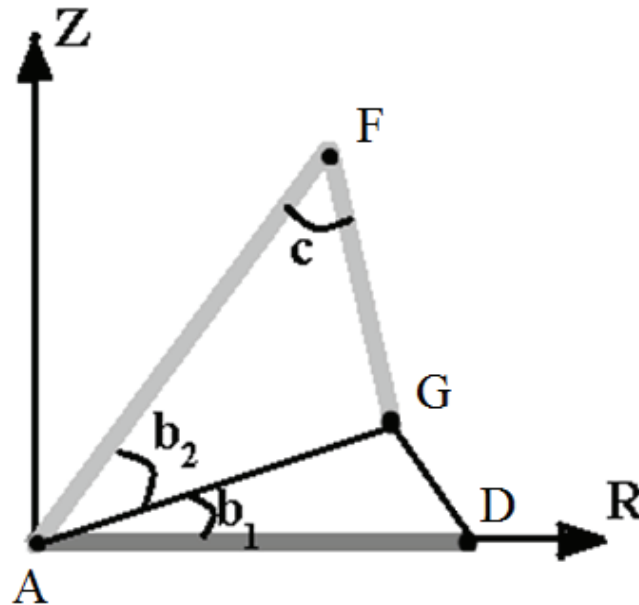


Рис. 11

В треугольнике AGD $AG = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$, $AD = 200$,

$$DG = \sqrt{(200 \cos(a) - X)^2 + (200 \sin(a) - Y)^2 + Z^2}$$

Из треугольника AGD по теореме косинусов

$$\begin{aligned} \cos(b_1) &= \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 + 200^2 - ((200 \cos(a) - X)^2 + (200 \sin(a) - Y)^2 + Z^2)}{2 \cdot 200 \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \\ &= \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 + 200^2 - 200^2 \cos^2(a) + 400 \cos(a)X - X^2 - 200^2 \sin^2(a) + 400 \sin(a)Y - Y^2 - Z^2}{400 \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \\ &= \frac{400 \cos(a)X + 400 \sin(a)Y}{400 \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \frac{X \cos(a) + Y \sin(a)}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \end{aligned}$$

Отсюда $b_1 = \arccos \frac{X \cos(a) + Y \sin(a)}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}$

В треугольнике AFG $AF = FG = 200$ $AG = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

Из треугольника AFG по теореме косинусов

$$\begin{aligned} \cos(b_2) &= \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 + 200^2 - 200^2}{2 \cdot 200 \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2}{400 \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{400} \\ b_2 &= \arccos \frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{400} \end{aligned}$$

Отсюда $b_2 = \arccos \frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{400}$

$$b = b_1 \pm b_2 = \arccos \frac{X \cos(a) + Y \sin(a)}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} \pm \arccos \frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{400}$$

Из треугольника AFG

$$\sin\left(\frac{c}{2}\right) = \frac{\frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{2}}{200} = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{400}$$

Отсюда $c = 2 \arcsin\left(\frac{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}{400}\right)$

Выражения позволяют получить обобщенные координаты точки Р для любой точки с координатами X,Y,Z из области достижимости.

Результат работы программного приложения (рис. 12а), и данные, полученные в ходе исследования 3D прототипа (рис.12b), совпадают.

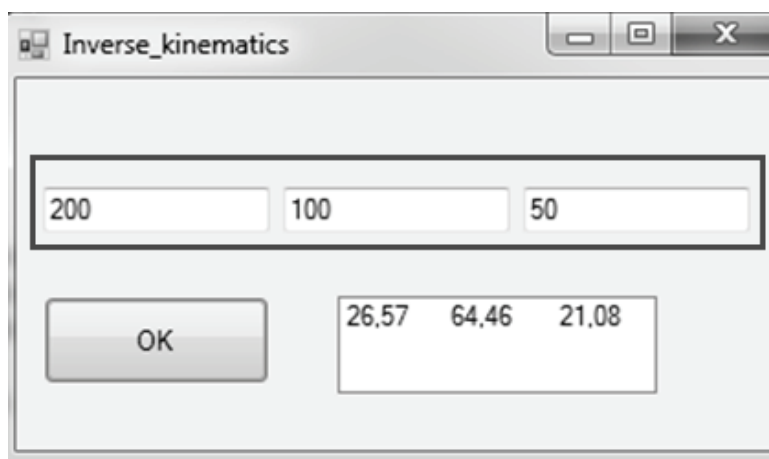


Рис. 12а

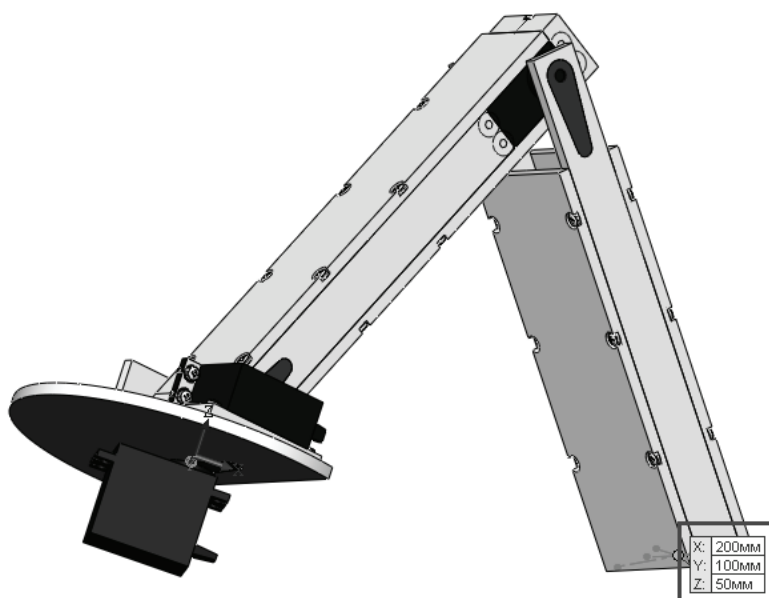


Рис. 12b

Реализация. Для анализа правильности выполненных исследований был создан макет (рис.13) на основе данной 3D модели, состоящий из 4 частей, которые конструктивно совпадают с частями 3D модели. Изготовлена подставка, чтобы увеличить стабильность и равновесие макета.

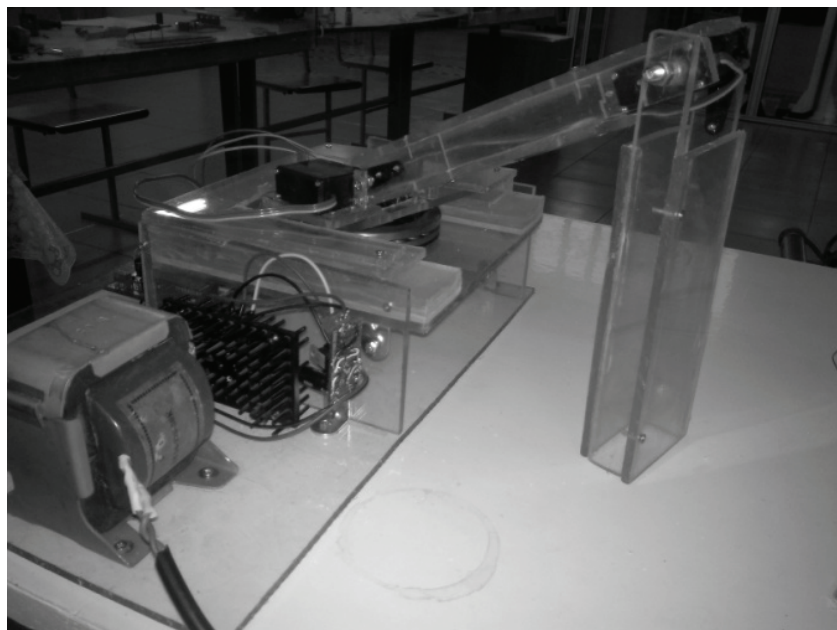


Рис. 13

Для реализации движения выбран сервопривод TowerPro MG995(рис. 14).

Сервопривод был выбран из-за его силовых (усилие: 11.0 кг/см) и электрических (рабочее напряжение: 4.8V-7.2V) характеристик

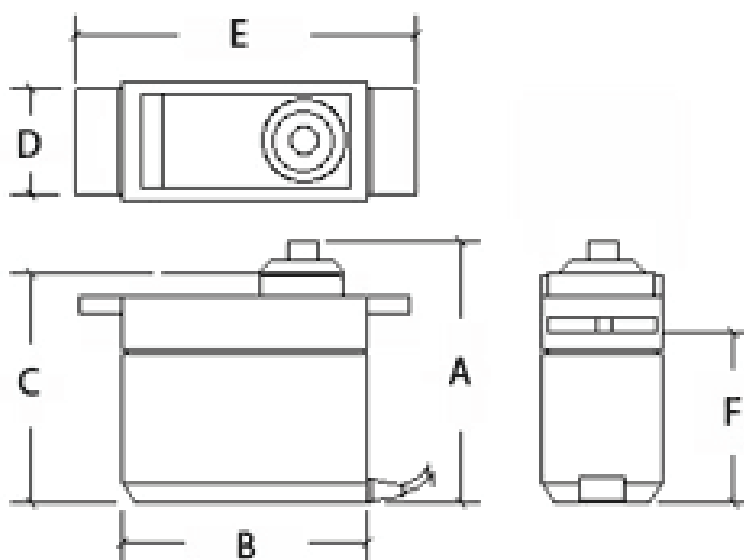


Рис. 14

Сервопривод управляется с помощью ШИМ с периодом в 20 мс, длина импульса в 0,5мс соответствует повороту в положение 0^0 , в 2 мс - 180^0 (рис. 15)

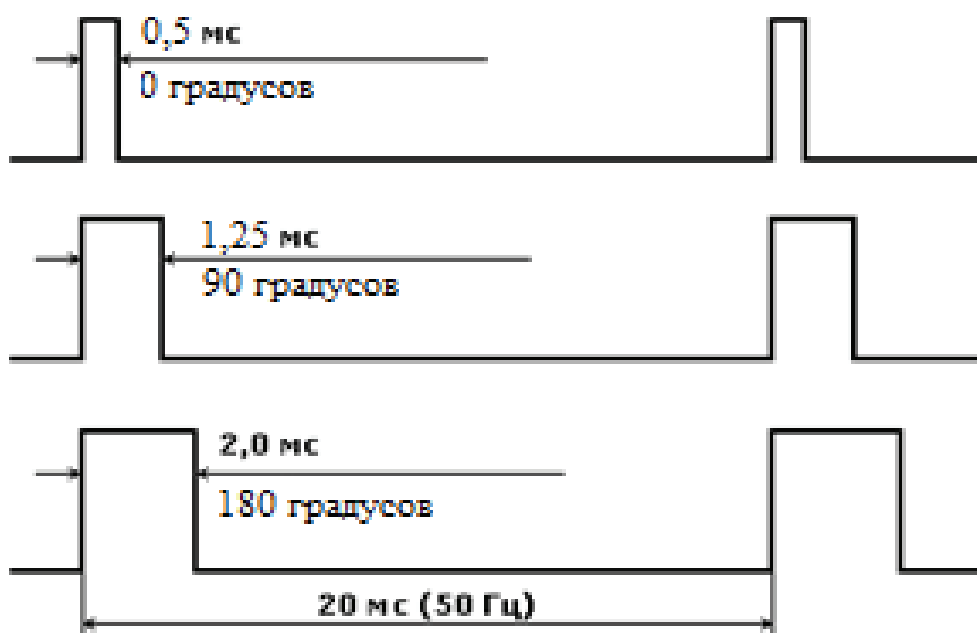


Рис. 15

Разработана плата управления, принципиальная схема которой представлена на рис. 16.

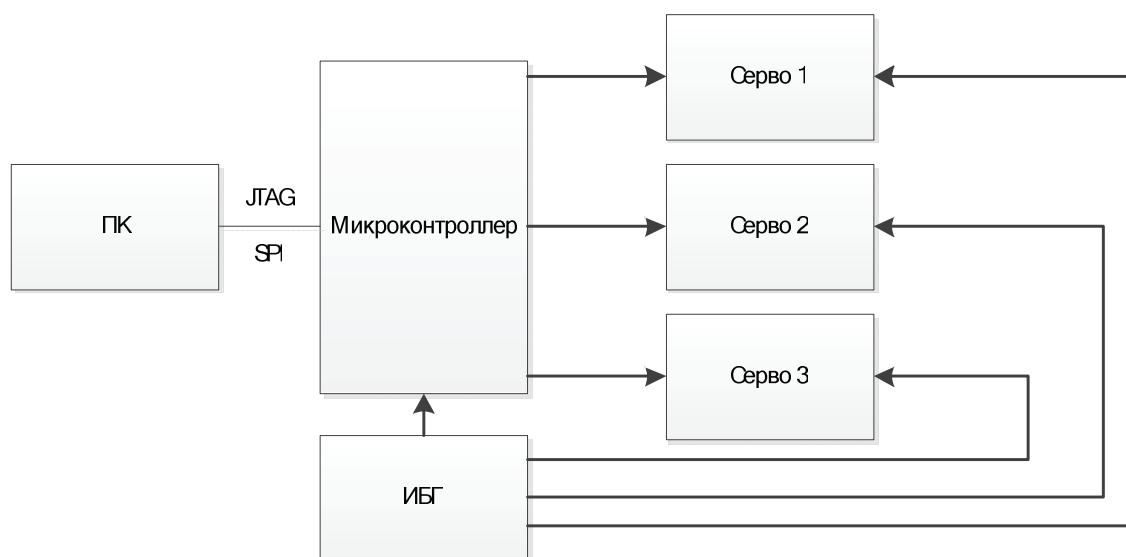


Рис. 16

Управление реализовано на базе микроконтроллера ATmega16.

Входными данными является последовательность троек чисел, являющимися последовательными обобщенными координатами манипулятора. Далее производится расчет значений для регистров таймера из каждой из этих троек, при совпадении с которыми регистра счетчика, будет генерироваться прерывание, управляющее импульсами.

В итоге генерируется 3 управляющих последовательности импульсов (рис.17).

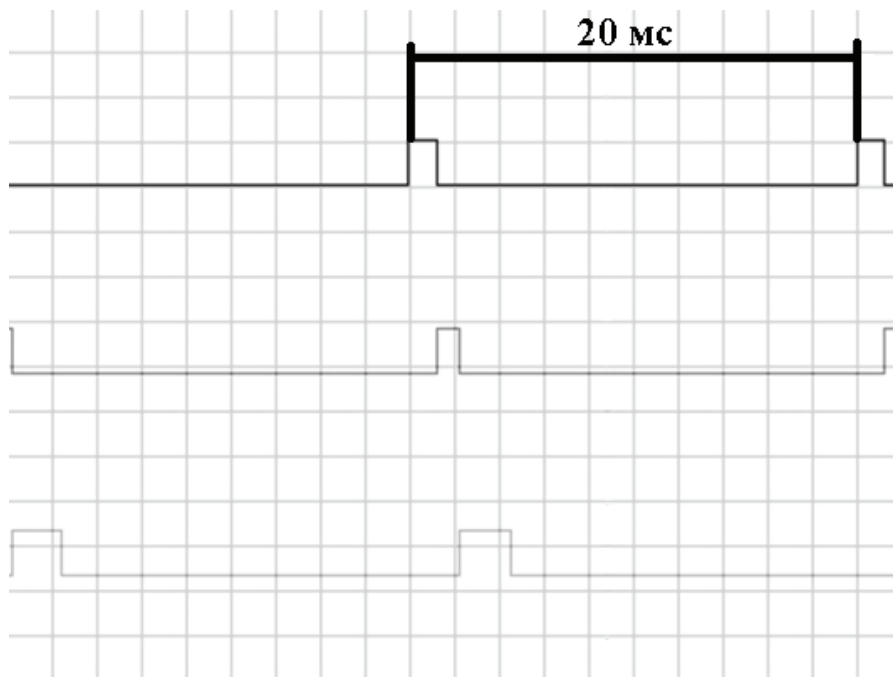


Рис. 17

Исследование движения и кинематики макета показало, что математическая модель, которая была заложена в 3D подобный прототип является адекватной и экспериментальные данные согласуются с результатами расчетов.

Выводы. В процессе выполнения данной работы был построен геометрически подобный 3D прототип «ноги», разработаны программные приложения, решающие прямую и обратную задачи кинематики, создан макет «ноги» робота, создана плата управления на основе микроконтроллера и написано приложение, управляющее серводвигателями одной «ноги».

Список литературы

1. Воротников С.А. Информационные устройства робототехнических систем. - М.: Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2005.
2. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами. – М.: Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2004.
3. Лебедев М.Б. CodevisionAVR Пособие для начинающих. – М.: Додэка – XXI, 2008.
4. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования. – М.: Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2009.

Пашенко В.Н., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: pashenkovn@inbox.ru.

Кошечкин А.А., студент.

E-mail: alex_koshechkin@hotmail.com.

V.N. Pashchenko, A.A. Koshechkin

KINEMATIC MOVEMENT RESEARCH OF MOVING ROBOT'S LEG

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

In this article, kinematics of one leg of six-legged robot was examined. Parameterized 3D model in CAD-system SolidWorks was built. Solution of forward and reverse kinematics was proposed. Application controlling servo drives of leg was developed. Results were verified on developed device.

Keywords: *transfer, moving robot, servo drive, parameterized 3D model, SolidWorks, forward kinematics, reverse kinematics, model.*

Pashchenko V.N., associate professor, Ph.D.

E-mail: pashenkovn@inbox.ru.

Koshechkin A.A., student.

E-mail: alex_koshechkin@hotmail.com.

В.М. Масюк, А.И. Быков

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОМЫШЛЕННОГО РОБОТОТЕХНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье рассмотрена проблема автоматизации робототехнических устройств первого поколения, предложены пути их использования в образовательной деятельности. Также решена частная задача модернизации промышленного манипулятора Бриг-10б.

Ключевые слова: манипулятор, робототехнические устройства, модернизация, автоматизация.

Существует огромное количество различных типов роботов, предназначенных для разных целей и отличающихся друг от друга не только целями и задачами, но и самими принципами их архитектуры. Однако условно робототехнику можно разделить на три основных направления: промышленные, военные и бытовые. В этой работе мы остановимся на рассмотрении промышленных роботов.

Промышленные роботы - данный тип роботов находит свое применение, главным образом, на промышленных производствах и в научных лабораториях. Чаще всего под понятием «Промышленный робот» подразумевается система автоматических управляемых при помощи специальных программ манипуляторов, которая предназначена для выполнения операций, связанных с перемещениями различных предметов. Манипулятор промышленного робота в зависимости от его задач имеет от двух до шести степеней свободы и может перемещать грузы весом до нескольких центнеров в радиусе нескольких метров.

Проанализирует состояние промышленной робототехнической отрасли в России. Рассмотрим исторический аспект: в общей сложности в Советском Союзе было выпущено более 100 тыс. единиц промышленной робототехники, которые использовались вплоть до 1992г. Поразительно, что эти 100 тысяч роботов исчезли с 1992 по 1994 годы из промышленности практически полностью. Это связано и тяжелым экономическим положением, и с нестабильной политической обстановкой, уходом квалифицированных кадров. Возникают вопросы: надо ли теперь восстанавливать промышленную робототехнику и с какими проблемами столкнулась промышленность при реанимации робототехнического потенциала [1,2]?

Проблем видится несколько: отсутствие промышленной базы, для которой нужны робототехнические комплексы, сервис и техническое обслуживание существующих комплексов (как следствие), а также сложность адаптации систем управления под современные реалии: это и отсутствие надлежащих специалистов по обслуживанию и работе с устаревшими системами управления, и переход на международные стандарты управления (системы промышленной автоматизации, цифровые шины и др.).

Однако механическая часть таких систем сохранилась и, мало того, обладает вполне удовлетворительными характеристиками, позволяющими их дальнейшее использование. Да, эти роботы – в основе своей первого поколения. Они предназначены для выполнения запрограммированной последовательности операций по четкой программе, составленной с учетом требований того или иного технологического процесса. Особенно эффективно применение таких роботов при неизменных и строго определенных условиях эксплуатации. Поэтому они широко использовались при выполнении простейших операций сборки, установки, снятия, транспортирования и упаковки изделий [2].

Однако благодаря простоте изменения программы, заложенной в память системы управления робота, возможно переобучение его путем перепрограммирования на выполнение другого класса операций, что и реализуется с помощью системы управления.

Современные системы управления, как правило, строятся или на использовании микроконтроллеров, либо подключаются к мощному промышленному контроллеру. Это позволяет резко усложнить алгоритмы управления, сделать их гибкими, функциональными, перестраиваемыми. Дополнив робототехнические системы первого поколения дополнительными датчиками и новой системой управления, возможно получить адаптивные робототехнические комплексы или роботы второго поколения [3].

Промышленные роботы нового поколения работают под управлением промышленных контроллеров, имеющие коммуникационный интерфейс, который позволяет подключить элементы, расширяющие возможность робототехнического комплекса.

На этом этапе возникает проблема преобразования и подачи информации на логическое управление роботов первого поколения.

Эта проблема может быть решена только при переводе на новую элементную базу логического управления роботов [4,9].

Рассмотрим обобщенную схему робота (рис. 1): ИС — информационная система; УС—управляющая система; ДС — двигательная система; СС — система связи; ООС — объект окружающей среды.

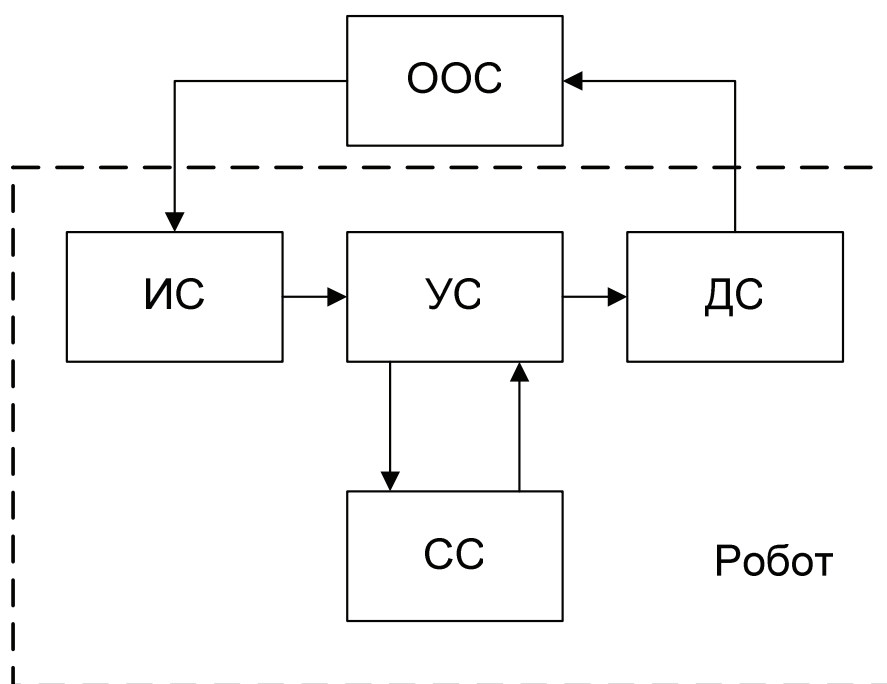


Рис. 1

Система связи робота выполняет функции обмена информацией между человеком и робототехническим устройством в целях выдачи роботу заданий, контроля его действий, диагностики и т. п.

Информационная система выполняет функции искусственных органов чувств (сенсоров) робота и предназначена для восприятия и преобразования информации о состоянии объектов внешней среды и самого робота в соответствии с алгоритмом управляющей системы.

Управляющая (интеллектуальная) система предназначена для формирования законов (алгоритмов) управления приводами и исполнительными механизмами двигательной системы в соответствии с сигналами обратной связи информационной системы. Управляющая система обычно состоит из микроЭВМ или микропроцессора в комплекте с набором входных (аналого-цифровых) и выходных (цифро-аналоговых) преобразователей и интерфейсных каналов связи, по которым осуществляется обмен аналоговыми и дискретными сигналами между роботом и внешней средой.

Двигательная (моторная) система выполняет функции целенаправленного воздействия робота на объекты окружающей среды в соответствии с управляющими сигналами информационно-управляющей системы. Конструктивно двигательная система может быть представлена разными приводами (двигателями), манипуляторами (механические руки и другие элементы).

Рассмотрим эти системы в промышленных роботах первого поколения, чтобы понять какие из них требуют модернизации.

Таблица 1. Системы роботов первого поколения

Система	Реализация в роботах первого поколения	Необходимость модернизации
Связи	Отдельный габаритный пульт управления	ДА
Информационная	Концевые датчики	ДА
Управляющая	Контроллеры первых поколений	ДА
Двигательная	Манипуляторы со степенью свободы от 3 до 6	НЕТ

Как видно из таблицы 1 модернизации требует только элементная база, механическая же составляющая робота остается приемлемой для выполнения простейших задач.

Модернизация робота первого поколения. Рассмотрим модернизацию робота Бриг 10Б. Промышленный робот “Бриг – 10 Б” состоит (Рис.2) из механизма подъёма 8, установленного на основании 9, механизма поворота 7 рукой 5 [4].

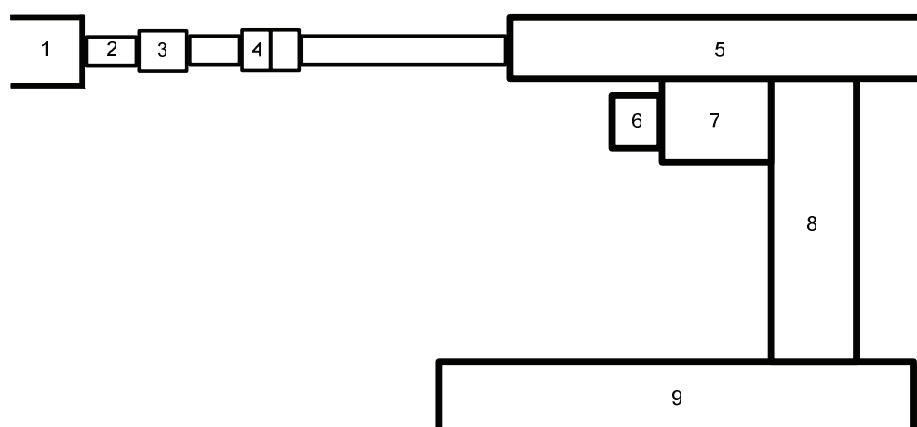


Рис. 2

К руке крепится кисть, состоящая из механизма поворота кисти 3, ползун 4 и привода схвата 2. Механизм поворота кисти предназначен для ротации закрепленной в схвате детали, как правило, на 90°. Ползун предназначен для поперечного сдвига детали, например, при базировании её в патроне токарного станка. Так же имеется промежуточный упор 6, для остановки руки при повороте в среднем положении, и захват 1. Все исполнительные механизмы робота приводятся в движение от пневмоцилиндров или пневмодвигателей. Подача воздуха в них происходит через пневмораспределители с электромагнитным управлением, связанные с соответствующей системой программного управления.

Ядром новой элементной базы Бриг 10 Б является микроконтроллер, дающий возможность коммуникации с ПК или промышленным контроллером, а так же формирующий сигналы управления механической части.

На рис.3 представлена модель управления промышленным роботом с помощью микроконтроллера.

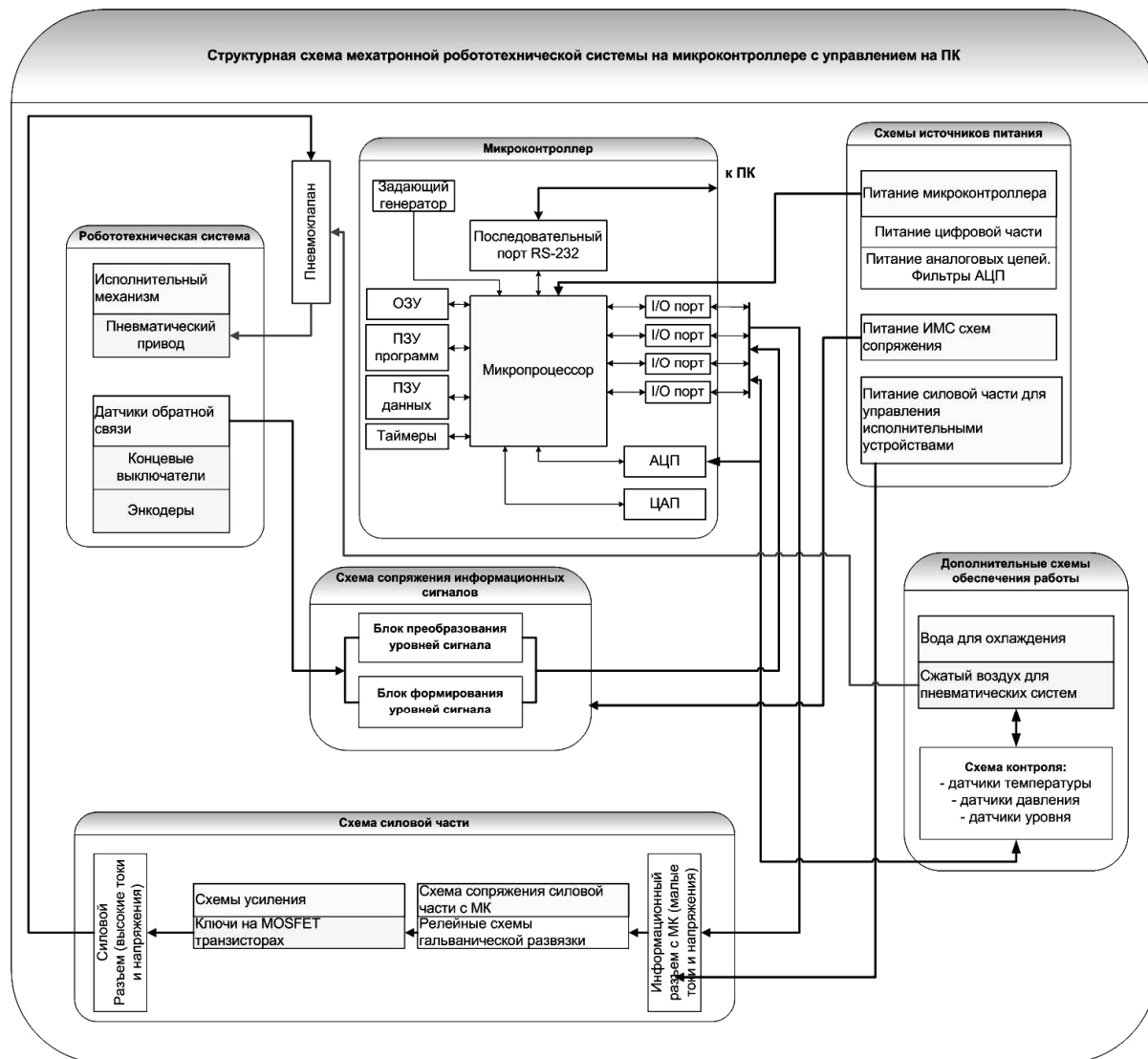


Рис. 3

В ходе разработки были рассмотрены два наиболее оптимальных подхода к автоматизации: на базе дискретной логики и на базе микроконтроллера.

Автоматизация на базе дискретной логики. Повышение интеллектуального уровня робота возможна путем замены контроллера УПКОН на управляющую ЭВМ “IBM PC”. Управляющая ЭВМ использует для своей работы двоичные сигналы уровня 0..5 В. Сигналы управления пневмораспределителями также относятся к дискретным двоичным, но иного уровня – 110 В. Для согласования электрических цепей необходимы специальные устройства сопряжения как стандартные, так и оригинальные.

Дискретная база имеет ряд недостатков:

- невозможность расширения элементной базы
- узкая область применения;
- с учетом устаревшей элементной базы с выхода дискретного элемента информация о входном сигнале поступает лишь в дискретные моменты времени, что приводит к потере информации;
- высокое по современным меркам энергопотребление.

Ввиду этих недостатков было решено провести модернизацию и автоматизацию на базе микроконтроллера.

Автоматизация на базе микроконтроллера. Оптимальным из экономической точки зрения вариантом решения задания замены морально устаревшей АСУ есть создание новой системы управления на базе микроконтроллера. Современный рынок предлагает множество разных дешевых электронных компонентов, из которых можно самостоятельно собрать новую систему управления, которое не уступает по функциональности даже таким фирмам как Siemens, B & R и Sinetic. Современные микроконтроллеры имеют встроенную аппаратную поддержку распространенных протоколов, таких как: USB, I2c, SPI, SSP, Rs232. Это дает нам возможность не только управления роботом, но и возможности сопряжения в сложные робототехнические комплексы [5,8,9].

Управление на базе микроконтроллера невозможно без создания математической модели системы. Для создания математической модели Брига 10 на данном этапе исследований потребовались дополнительные исследования и вывод модели пневмоцилиндра по реальным измеренным данным.

Разработка алгоритма расчета пневмопривода. Одним из важных вопросов, решаемых при проектировании пневмоприводов (особенно приводов перемещения) является гашение скорости к концу хода. Это обеспечивается применением резиновых прокладок или пружин, воспринимающих удар в конце хода поршня, или повышением давления в полости противодействия так же в конце хода. Но применение прокладок и пружин приводит к снижению точности позиционирования заготовки из-за отскока поршня и связанных с ним масс при упругом ударе. Поэтому в быстродействующих приводах для гашения скорости используют метод повышения давления, который может быть осуществлен двумя способами [3]:

- использованием тормозных золотников;
- использованием дроссельных устройств (внутренних тормозных устройств).

Алгоритм расчёта и проектирования пневмопривода включает следующие модули [6,7]:

- модуль "формирование исходных данных" (разработка системы объекта; уточнение структуры элементов объекта в соответствии с обобщенной скелетной схемой, определение взаимосвязи между элементами структуры объекта создание необходимой базы данных стандартных элементов).
- модуль " расчёт конструктивных параметров" (определение расчётного диаметра цилиндра, расчёт размеров трубопроводов и проходных сечений отверстий подводящей и выхлопной магистралей)
- модуль " динамические расчёты" (определение параметров движения, давления в рабочей полости и полости подпора, сил активного сопротивления, составляющих времени цикла и построение графиков переходных процессов)
- модуль " формирование исходных данных для создания рабочих чертежей" (в редактор переменных рабочих чертежей и сборочного узла передаются уточненные параметры системы пневмопривода, а также уточненная схема привода)

При разработке математической модели были использованы следующие зависимости:

Основным параметром исполнительного устройства привода является диаметр силового цилиндра, который либо задается проектантом, либо определяется в соответствии с практическими рекомендациями:

$$d_u = \sqrt{\frac{4P_T}{\pi\eta P_p}},$$

где P_T - нагрузка, приведенная к штоку поршня; η - конструктивный параметр, соответствующий работе привода в оптимальном режиме; P_p - давление воздуха в наполнительной магистрали.

Диаметр проходного сечения трубопроводов также либо задается проектантом, либо рассчитывается с учетом принятых ограничений по скорости перемещения выходного звена исполнительного механизма и времени движения:

$$d_{mp} = \sqrt{\frac{u_o d_u^2}{10^4 \mu_g}},$$

где μ_g - коэффициент расхода, принимаемый на этапе предварительных расчетов равным 0,25-0,30; u_o - скорость движения подвижных частей, определяемая из выражения:

$$u_o = \frac{(1 + k_1)S_p}{t_p},$$

где k_1 - коэффициент, учитывающий условия разгона и торможения; S_p - рабочий ход поршня; t_p - ограничение по времени, обусловленное частотой ходов кузнечно-штамповочной машины. По размеру проходного сечения подбирается конкретная модель элементов аппаратуры управления.

Динамические расчёты проводят с использованием уравнений теплового баланса в рабочей полости и полости подпора и обобщенного уравнения движения.

$$p_{pi} = p_{pi-1} + \frac{k}{\frac{W_{op}}{F_p} + x_{i-1}} \left(\frac{G_{pi} R T_p}{F_p} + p_{pi-1} u_{i-1} \right) \Delta t ,$$

где p_{pi-1} - значение текущего давления в рабочей полости; k - показатель адиабаты; W_{op} - начальный объем рабочей полости; F_p - активная площадь поршня со стороны рабочей полости; R - газовая постоянная; T_p - температура воздуха в рабочей полости; u_{i-1} - скорость движения подвижных частей; Δt - принятый шаг приращения времени при вычислительных процессах; x_{i-1} - текущая координата положения поршня; G_{pi} - расход воздуха, поступающего в рабочую полость.

$$p_{bi} = p_{bi-1} + \frac{k}{\frac{W_{ob}}{F_b} + x_{i-1}} \left(p_{bi-1} u_{i-1} - \frac{G_{bi} R T_b}{F_b} \right) \Delta t ,$$

где p_{bi-1} - значение текущего давления в полости подпора; W_{ob} - начальный объем полости подпора; F_b - активная площадь поршня со стороны полости подпора; G_{bi} - расход воздуха, выходящего из полости подпора; T_b - температура воздуха в полости подпора.

$$a_i = \frac{p_{pi} F_p - p_{bi} F_b - C_{np} x_{i-1} - P_T - P_{mp}}{m} ,$$

$$u_i = u_{i-1} + a_i \Delta t ,$$

$$x_i = x_{i-1} + u_i \Delta t + \frac{a_i \Delta t^2}{2} ,$$

где C_{np} - приведенная жесткость механизма возврата одностороннего пневмопривода; P_T - тяговое усилие; P_{mp} - суммарное значение сил трения в уплотнениях; m - масса подвижных частей, приведенная к штоку.

Обобщённое уравнение движения применяется как для одностороннего так и для цилиндров двухстороннего действия. В первом случае будет отсутствовать слагаемое, соответствующее давлению в полости подпора. Во втором случае будет отсутствовать пружина, а следовательно $C_{np}x_{i-1}=0$.

Время хода поршня определяется по формуле:

$$t_x = t_a + t_b + t_n + t_{\partial\partial} + t_3,$$

где t_a - время срабатывания аппаратуры управления, определяемое паспортными данными; t_b - время распространения волны давления от распределителя до рабочей полости; t_n - время подъема давления до величины, достаточной для преодоления сил статического сопротивления; $t_{\partial\partial}$ - время движения поршня; t_3 - время заключительного периода, соответствующее подъему давления до заданного значения (определяется только для силовых пневмоприводов).

Составляющие времени $t_a, t_{\partial\partial}$ и t_3 определяются путем совместного решения уравнений (4), (5), (6) при следующих ограничениях:

для времени наполнения:

$$a_i = u_i = x_i = 0, \quad p_{pi} F_p \leq p_{bi} F_b + C_{np} x_0 + P_T + P_{mp}$$

для времени движения:

$$x_i \leq S_p$$

для времени заключительного периода:

$$x_i = S_p, \quad a_i = u_i = 0, \quad p_{pi} \leq p_m$$

Технико-экономическая эффективность использования РТК в машиностроении прямо зависит от оптимальных структур РТК и нахождения рациональных областей их применения. Технико-экономические показатели РТК можно оценить одним из трех возможных способов:

- проведением реального эксперимента с конкретным РТК в производственных условиях;
- использованием накопленного опыта эксплуатации подобных РТК и прогнозированием технико-экономических показателей вновь создаваемых комплексов;
- построение модели РТК, связывающие зависимые переменные с независимыми, и оценка параметров модели. Если модель можно описать с достаточной точностью системой небольшого числа уравнений, то можно применить аналитические методы. Если же это невозможно, то приходится использовать численный анализ или имитацию.

Метод имитационного моделирования. Для исследования работы пневмоустройства робота используем метод имитационного моделирования [6] смысл которого заключается в проведении экспериментов не с самой системой а с её моделью. Целесообразность применения имитационного моделирования роботов как в составе РТК, так и отдельно, определяется следующими наиболее важными причинами:

- с помощью метода имитационного моделирования могут быть построены модели, отражающие большую совокупность элементов рассматриваемой системы;
- на имитационной модели можно провести эксперименты, которые на реальном объекте по ряду причин провести невозможно;
- результаты имитационного моделирования наглядны и легко интерпретируемы;
- имитация поведения объекта дает представление о том, какие переменные системы наиболее существенны и как они взаимодействуют, практически еще до создания самого объекта.

Далее рассмотрим построение имитационной модели дискретно-позиционной системы управления робота

Сущность дискретно-позиционного управления роботом, как было отмечено ранее, сводится к следующему:

- сигнал с датчика, "пропорциональный" текущей координате (позиции) нахождения рабочего органа робота, через определенный промежуток времени (период опроса) поступает на устройство сравнения;
- устройство сравнения сигналов производит анализ рассогласования поступившего сигнала (текущей координаты) со значением конечной точки позиционирования (конечной координаты);
- если рассогласование значительно (выше разрешающей способности устройства сравнения), то на исполнительный орган робота (привод) выдается управляющий сигнал, направленный на ликвидацию рассогласования двух величин - т.е. на перемещение рабочего органа в сторону конечной координаты; по прошествии времени, равному периоду дискретизации, последовательность повторяется;
- если рассогласование незначительно (не регистрируется устройством сравнения), то сигнал на перемещение рабочего органа не выдается, а управление передается следующему контуру (например, управляющему движением по другой степени свободы).

Помимо указанных сигналов в системе существует и общий сигнал управления, отвечающий за включение робота. Общая схема-модель системы управления показана на рис. 4.

Воздух в пневматическую систему от магистрали поступает через фильтр влагоотделитель, пневмоклапан и манометр поступает на ресивер и маслораспылитель. От маслораспылителя воздух поступает через реле давление на пневмо распределители. Далее от пневмо распределителей воздух поступает к рабочим органам робота, проходя через дроссели. Воздух из сети выводится через глушитель.

Результаты. Данная работа является продолжением общекафедральной работы по модернизации оборудования: на первом этапе была проведена модернизация промышленного манипулятора МП-9С, отработаны некоторые решения по автоматизации и построена действующая установка, которая в настоящий момент функционирует как лабораторный стенд кафедры. Переход к автоматизации робота БРИГ-10Б выявил несколько новых задач, которые потребовали дополнительных исследований.

Так, в результате работ были проведены исследования механической и пневматической части механизма, для основного пневмоцилиндра сняты экспериментальные данные для построения математической модели, разработаны принципы управления, функциональные и структурные схемы систем датчиков, ключевых усилителей, разработана система согласования микроконтроллера с управляющей ЭВМ.

Полученная робототехническая ячейка внедряется с качестве учебного стенда на кафедре мехатроники и робототехники, а модульность конструкции предполагает его дальнейшую модификацию и усовершенствование.

Планируется создание отдельных модулей на отдельных МК, рассматривается возможность включения робототехнической системы в состав робототехнического комплекса на базе современного промышленного робота FANUK R2000-iB.

Список литературы

1. Степанов В.П. Новая концепция создания промышленных роботов// Интеграл.-2004.-№2. С.13-15.
2. Рудков Г.В. Анализ робототехники в России // Интернет клуб Трёх инженеров. 26.10.2010. URL: http://www.3e-club.ru/view_full.php?id=27&name=robotics_in_russia (дата обращения 30.11.13).
3. Козырев Ю.Г. Устройства управления роботами. Схемотехника и программирование.–М.:Предко, 2004.
4. Сайфутдинов С.Р. Наладка промышленного робота «БРИГ-10Б».– Челябинск: ЮУрГУ, 1997.

5. Семенов Б. Ю. Силовая электроника для любителей и профессионалов.— М.:Солон-3, 2001.-334с.

6. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем. — М.: Высш. шк., 2001. -343 с.

7. Пупков К.А., Егупов Н.Д. Методы классической и современной теории автоматического управления. Синтез регуляторов систем автоматического управления. Том 3 Учебник в 5-ти томах. 2-е изд., перераб. и доп / под ред. К. А. Пупкова и Н. Д. Егупова. — М.: Изд-во МГТУ, 2004. — 616 с.

8. Зиновьев Г.С. Силовая электроника. Учебное пособие для бакалавров. 5-е изд. испр. и доп.—М.: Изд-во Юрайт, 2012.—667с.

9. Евстифеев А.В. Микроконтроллеры AVR семейства Mega. Руководство пользователя.— М.: Издательский дом «Додэка-XXI», 2007. — 592 с.

Масюк В.М., доцент, канд. физ.-мат. наук.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

Быков А.И., студент.

E-mail: bykov200@yandex.ru.

V.M. Masyuk, A.I. Bykov

INVESTIGATION OF INDUSTRIAL ROBOTIC AUTOMATION EQUIPMENT

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

In this article the problem of automation of robotic devices of the first generation are considered. The ways we use them in the educational domain. Also, we have solved a particular problem of modernization of industrial manipulator Brig-10b.

Keywords: *manipulator, robotic devices, modernization, automation.*

Masyuk V.M., associate professor, Ph.D.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

Bykov A.I., student.

E-mail: bykov200@yandex.ru.

А.Л. Лапиков, В.Н. Пащенко

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАТФОРМЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА ГЬЮ–СТЮАРТА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье представлена математическая модель пространственного манипулятора Гью-Стюарта, учитывающей специфику проведения исследований на геометрически подобных 3D-прототипах. Предложена методика оценки эффективности модели. Проведено сравнение модели с имеющимся аналогом.

Ключевые слова: математическая модель, платформа Гью-Стюарта, 3D-модель.

Введение. Система поддержки принятия решений (СППР) для автоматизированного синтеза многосекционных манипуляторов параллельной кинематики позволит существенно упростить процесс исследования платформенных механизмов за счет совместного решения совокупности взаимосвязанных задач структурного синтеза, параметрического синтеза и синтеза систем автоматического управления. Процесс формирования решения, который объединяет результаты выполнения вышеуказанных задач, предполагает постоянное взаимодействие СППР с экспертом, выступающим в роли лица, принимающего решения (ЛПР). Подобные системы требуют построения обобщенных моделей, описывающих широкие классы манипуляторов.

В качестве базового элемента для проведения исследований выберем платформенный манипулятор Гью-Стюарта [1],[2]. Механизм состоит из неподвижного основания и подвижной платформы, соединенных между собой шестью телескопическими штангами. Штанги присоединяются к основанию и подвижной платформе с помощью сферических шарниров либо шарниров Гука. Механизм известен достаточно давно и на данный момент представлен несколькими независимыми конструктивными реализациями, схемы которых представлены на рис. 1 а-г.

Целью данного исследования является создание универсальной кинематической модели пространственного манипулятора Гью-Стюарта, для достижения которой потребуются следующие шаги: 1) анализ конструк-

тивных решений при проектировании данного платформенного манипулятора; 2) определение минимума параметров, достаточного для однозначной идентификации рассмотренных конструктивных решений; 3) обобщение существующих кинематических моделей манипулятора и их уточнение за счет внесения дополнительных параметров, раскрывающих специфику проведения исследований на геометрически подобных 3D-прототипах; 4) создание методики оценки эффективности кинематической модели с использованием геометрически подобных 3D-прототипов.

Получение кинематической модели платформенного манипулятора. Конструкция любого устройства накладывает ряд существенных ограничений, которые необходимо отражать при создании его математического описания. Жесткость конструкции, структура и объем рабочего пространства и многие другие важные характеристики манипуляторов напрямую зависят от решений, принятых на этапе разработки конструкции [3]. В настоящий момент наиболее широкое распространение получили конструктивные решения манипулятора Гью-Стюарта, изображенные на рис. 1. Все эти реализации, в общем, имеют схожую структуру, однако присутствуют различия в распределении нагрузки на штанги [4].

В работах отечественных и зарубежных ученых, посвященных созданию моделей платформы Гью-Стюарта [4],[5],[6], обычно фигурирует одна из рассмотренных компоновок манипулятора, в то время как для разрабатываемой СППР необходима универсальная модель, описывающая все данные схемы. Для построения такой модели найдем общие закономерности расположения конструктивных элементов механизма.

Различия между рассмотренными реализациями манипулятора, в плане элементов, заключаются в расположении креплений шарниров на основании и подвижной платформе. Определим параметры, которыми описывается расположение шарниров, на примере схемы манипулятора, изображенной на рис. 2. Введем ряд допущений: во-первых, шарниры основания равноудалены от центра основания, а шарниры подвижной платформы равноудалены от центра подвижной платформы (для простоты анализа предполагается, что верхняя и нижняя платформы имеют форму диска). Во-вторых, угол между парами шарниров a и b (A и B), c и d (C и D), e и f (E и F) одинаков. В-третьих, углы между шарнирами a и c (A и C), c и e (C и E), e и a (E и A) одинаковы и равны 120° . Данные допущения действуют для всех рассмотренных конструкций манипулятора.

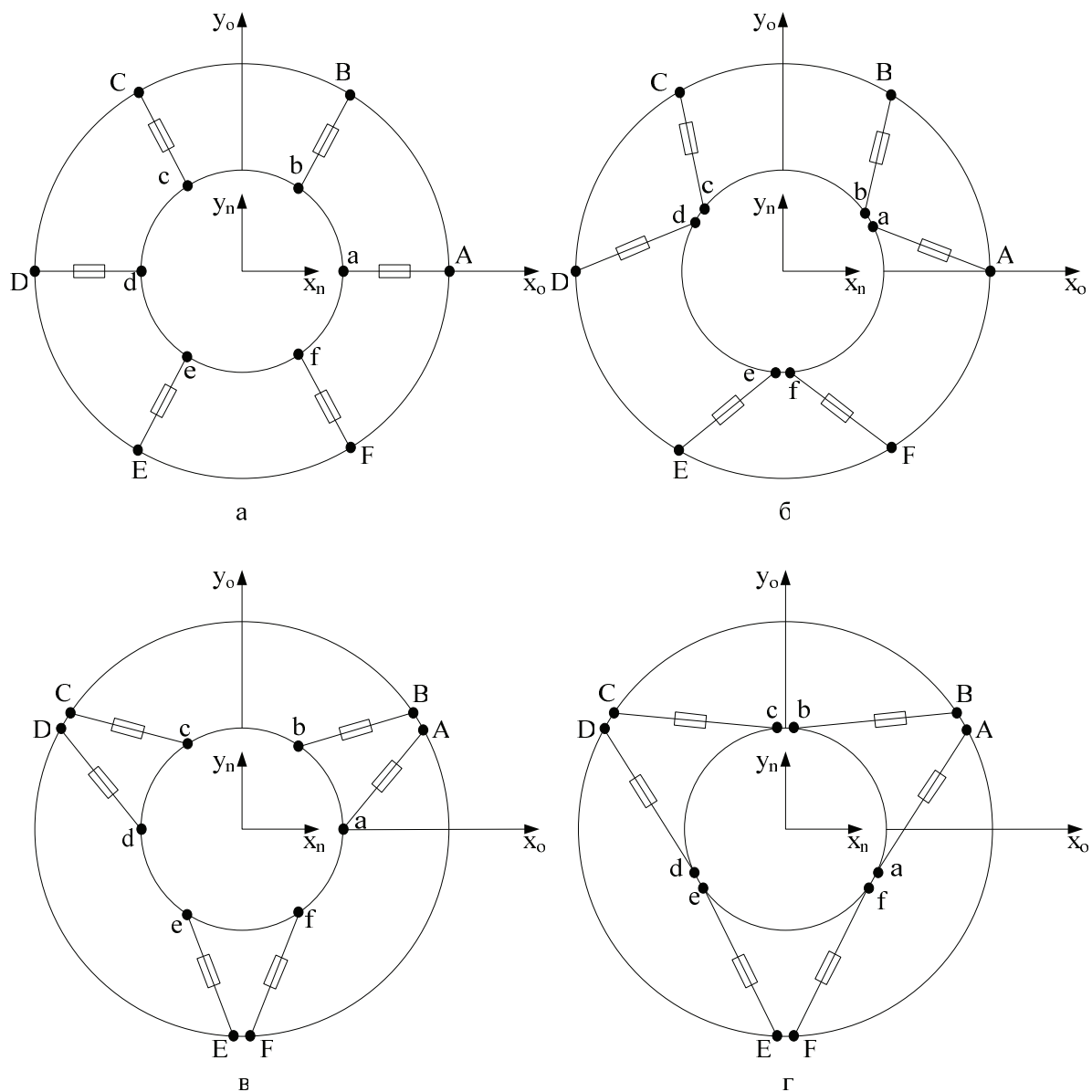


Рис. 1

Для основания и подвижной платформы введем системы координат, как это показано на рис. 2. В качестве первого параметра выберем угловое отклонение первого шарнира (a) от начала координат подвижной платформы. Обозначим данную величину за θ_n . В качестве второго параметра обозначим угол между шарнирами a и b . Обозначим эту величину за φ_n . Для основания платформы определим аналогичные параметры, обозначив их за θ_o и φ_o соответственно. С учетом принятых ограничений, данных четырех параметров достаточно для однозначного определения типа конструкции манипулятора.

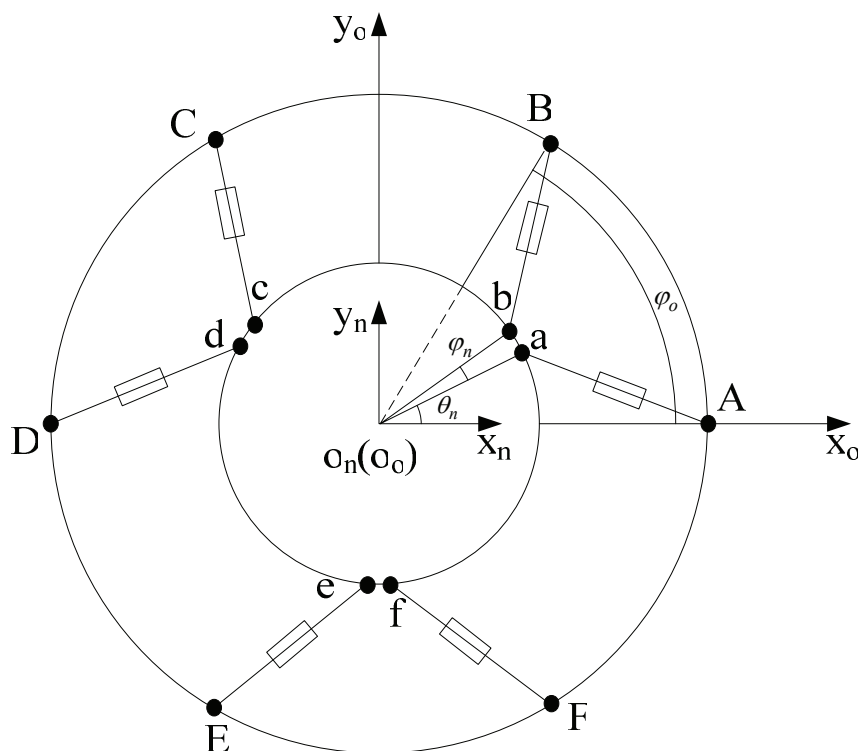


Рис. 2

Параметры θ_o и θ_n в общем случае зависят от выбора системы координат, в то время как параметры ϕ_o и ϕ_n непосредственно определяют тип конструкции. Так, например, для конструкции с равномерным распределением шарниров углы ϕ_o и ϕ_n равны 60° , в то время как для других конструкций данные углы меньше 60° . Определение значений данных углов является самостоятельной задачей в рамках разрабатываемой СППР, и в данной статье рассматриваться не будет.

Установив взаимосвязь между различными типами конструкций, переходим к выводу универсальной кинематической модели для манипулятора Гью-Стюарта. Для этого дополнительно определим ряд параметров. Обозначим через R радиус основания, а через r – радиус подвижной платформы, через L_i – длины соответствующих штанг манипулятора, где $i=1..6$. h – обобщенный параметр, учитывающий толщину основания и расстояние до оси вращения в шарнире. \tilde{h} – обобщенный параметр, учитывающий толщину подвижной платформы и расстояние до оси вращения в шарнире.

Следует отметить, что в большинстве рассмотренных работ таким конструктивным особенностям, как способы крепления шарниров к основанию, не уделяется должного внимания. В большинстве случаев это обу-

словлено допущением о том, что основание и подвижная платформа являются идеальными дисками с нулевой толщиной, а шарниры рассматриваются в качестве материальных точек. Подобные допущения не нарушают принципов функционирования манипулятора, однако в нашем случае являются грубыми в связи с использованием геометрически подобного 3D-прототипа в качестве объекта для проведения исследований. Целью данной статьи является получение модели, учитывающей данные конструктивные особенности, которыми пренебрегали на более ранних этапах исследования, позволяющее получить более точные результаты при проведении исследований на геометрически подобном 3D-прототипе.

Для получения кинематической модели манипулятора Гью-Стюарта введем системы координат, как показано на рис. 3.

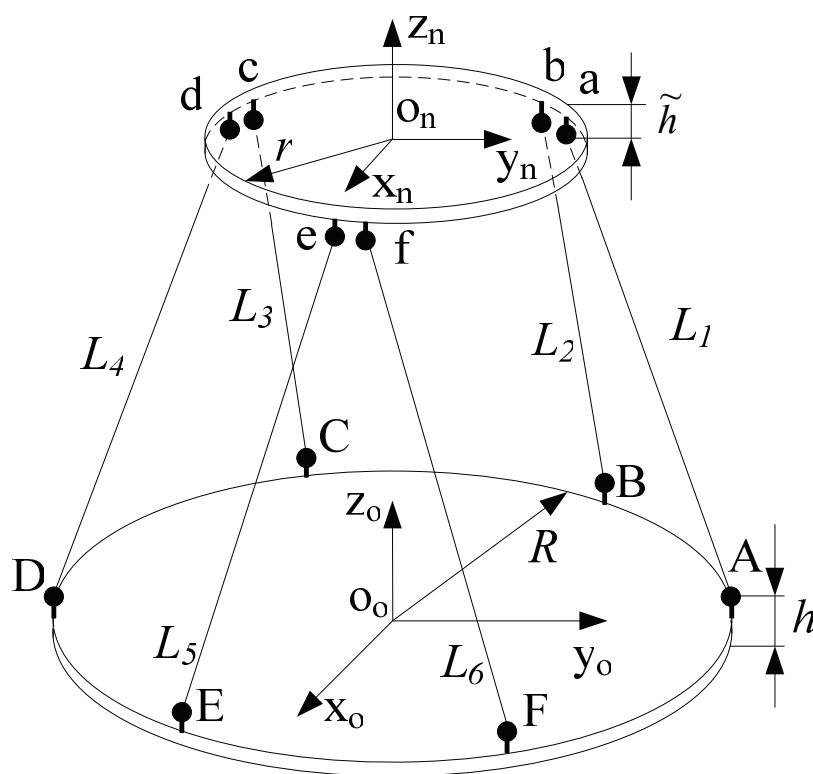


Рис. 3

Определим обобщенные координаты сферических шарниров, расположенных на основании, в системе координат, связанной с основанием.

$$A = [R \cos \theta_o \quad R \sin \theta_o \quad h \quad 1]^T. \quad (1a)$$

$$B = [R \cos(\theta_o + \varphi_o) \quad R \sin(\theta_o + \varphi_o) \quad h \quad 1]^T. \quad (1б)$$

$$C = [R \cos(\theta_o + 120^\circ) \quad R \sin(\theta_o + 120^\circ) \quad h \quad 1]^T. \quad (1в)$$

$$D = \begin{bmatrix} R \cos(\theta_o + \varphi_o + 120^\circ) & R \sin(\theta_o + \varphi_o + 120^\circ) & h & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (1г)$$

$$E = \begin{bmatrix} R \cos(\theta_o + 240^\circ) & R \sin(\theta_o + 240^\circ) & h & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (1д)$$

$$F = \begin{bmatrix} R \cos(\theta_o + \varphi_o + 240^\circ) & R \sin(\theta_o + \varphi_o + 240^\circ) & h & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (1е)$$

Аналогичным образом найдем координаты сферических шарниров, расположенных на подвижной платформе, в системе координат подвижной платформы.

$$\tilde{a} = \begin{bmatrix} r \cos \theta_n & r \sin \theta_n & -\tilde{h} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2а)$$

$$\tilde{b} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta_n + \varphi_n) & r \sin(\theta_n + \varphi_n) & -\tilde{h} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2б)$$

$$\tilde{c} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta_n + 120^\circ) & r \sin(\theta_n + 120^\circ) & -\tilde{h} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2в)$$

$$\tilde{d} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) & r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) & -\tilde{h} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2г)$$

$$\tilde{e} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta_n + 240^\circ) & r \sin(\theta_n + 240^\circ) & -\tilde{h} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2д)$$

$$\tilde{f} = \begin{bmatrix} r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) & r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) & -\tilde{h} & 1 \end{bmatrix}^T. \quad (2е)$$

Пусть подвижная платформа имеет произвольное положение и ориентацию в пространстве. Тогда связь между подвижной системой координат и системой координат основания можно представить в виде однородного преобразования в виде матрицы размерностью 4×4 :

$$T = \begin{bmatrix} & R & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

где $p = \begin{bmatrix} x_{\tilde{o}} & y_{\tilde{o}} & z_{\tilde{o}} \end{bmatrix}^T$ – вектор переноса, определяющий положение схвата манипулятора, а матрица поворота, задающая ориентацию схвата, имеет вид:

$$R = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Тогда обобщенные координаты сферических шарниров, расположенных на подвижной платформе, в неподвижной системе координат основания могут быть получены из (2)-(4) и равны:

$$a = T\tilde{a} = \begin{bmatrix} d_{11}r \cos(\theta_n) + d_{12}r \sin(\theta_n) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} \\ d_{21}r \cos(\theta_n) + d_{22}r \sin(\theta_n) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} \\ d_{31}r \cos(\theta_n) + d_{32}r \sin(\theta_n) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5a)$$

$$b = T\tilde{b} = \begin{bmatrix} d_{11}r \cos(\theta_n + \varphi_n) + d_{12}r \sin(\theta_n + \varphi_n) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} \\ d_{21}r \cos(\theta_n + \varphi_n) + d_{22}r \sin(\theta_n + \varphi_n) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} \\ d_{31}r \cos(\theta_n + \varphi_n) + d_{32}r \sin(\theta_n + \varphi_n) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5б)$$

$$c = T\tilde{c} = \begin{bmatrix} d_{11}r \cos(\theta_n + 120^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + 120^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} \\ d_{21}r \cos(\theta_n + 120^\circ) + d_{22}r \sin(\theta_n + 120^\circ) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} \\ d_{31}r \cos(\theta_n + 120^\circ) + d_{32}r \sin(\theta_n + 120^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5в)$$

$$d = T\tilde{d} = \begin{bmatrix} d_{11}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} \\ d_{21}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) + d_{22}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} \\ d_{31}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) + d_{32}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5г)$$

$$e = T\tilde{e} = \begin{bmatrix} d_{11}r \cos(\theta_n + 240^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + 240^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} \\ d_{21}r \cos(\theta_n + 240^\circ) + d_{22}r \sin(\theta_n + 240^\circ) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} \\ d_{31}r \cos(\theta_n + 240^\circ) + d_{32}r \sin(\theta_n + 240^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5д)$$

$$f = T\tilde{f} = \begin{bmatrix} d_{11}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} \\ d_{21}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) + d_{22}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} \\ d_{31}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) + d_{32}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (5е)$$

Зная координаты шарниров, расположенных на основании и подвижной платформе, длины штанг можно найти из (1) и (5), как геометрическое расстояние между соответствующими парами шарниров.

$$L_1^2 = (d_{11}r \cos(\theta_n) + d_{12}r \sin(\theta_n) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} - R \cos \theta_o)^2 + \\ + (d_{21}r \cos(\theta_n) + d_{22}r \sin(\theta_n) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} - R \sin \theta_o)^2 + \\ + (d_{31}r \cos(\theta_n) + d_{32}r \sin(\theta_n) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} - h)^2. \quad (6a)$$

$$L_2^2 = (d_{11}r \cos(\theta_n + \varphi_n) + d_{12}r \sin(\theta_n + \varphi_n) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} - R \cos(\theta_o + \varphi_o))^2 + \\ + (d_{21}r \cos(\theta_n + \varphi_n) + d_{22}r \sin(\theta_n + \varphi_n) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} - R \sin \theta_o + \varphi_o))^2 + \\ + (d_{31}r \cos(\theta_n + \varphi_n) + d_{32}r \sin(\theta_n + \varphi_n) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} - h)^2. \quad (6б)$$

$$L_3^2 = (d_{11}r \cos(\theta_n + 120^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + 120^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} - \\ - R \cos(\theta_o + 120^\circ))^2 + (d_{21}r \cos(\theta_n + 120^\circ) + d_{22}r \sin(\theta_n + 120^\circ) - \\ - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} - R \sin \theta_o + 120^\circ))^2 + (d_{31}r \cos(\theta_n + 120^\circ) + \\ + d_{32}r \sin(\theta_n + 120^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} - h)^2. \quad (6B)$$

$$L_4^2 = (d_{11}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} - \\ - R \cos(\theta_o + \varphi_o + 120^\circ))^2 + (d_{21}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) + \\ + d_{22}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} - R \sin \theta_o + \varphi_o + 120^\circ))^2 + \\ + (d_{31}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) + d_{32}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 120^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} - h)^2. \quad (6г)$$

$$L_5^2 = (d_{11}r \cos(\theta_n + 240^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + 240^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} - \\ - R \cos(\theta_o + 240^\circ))^2 + (d_{21}r \cos(\theta_n + 240^\circ) + d_{22}r \sin(\theta_n + 240^\circ) - \\ - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} - R \sin \theta_o + 240^\circ))^2 + (d_{31}r \cos(\theta_n + 240^\circ) + \\ + d_{32}r \sin(\theta_n + 240^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} - h)^2. \quad (6д)$$

$$L_6^2 = (d_{11}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) + d_{12}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) - d_{13}\tilde{h} + x_{\tilde{o}} - \\ - R \cos(\theta_o + \varphi_o + 240^\circ))^2 + (d_{21}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) + \\ + d_{22}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) - d_{23}\tilde{h} + y_{\tilde{o}} - R \sin \theta_o + \varphi_o + 240^\circ))^2 + \\ + (d_{31}r \cos(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) + d_{32}r \sin(\theta_n + \varphi_n + 240^\circ) - d_{33}\tilde{h} + z_{\tilde{o}} - h)^2. \quad (6е)$$

Соотношения (6) позволяют получить решение обратной задачи кинематики для платформенного манипулятора Гью-Стюарта в явном виде.

Методика оценка эффективности кинематических моделей манипуляторов с использованием геометрически подобных 3D-прототипов. Исследование манипуляторов параллельной кинематики – активно развивающаяся область науки. Учеными постоянно предлагаются новые модели

и, вследствие этого, актуальным становится вопрос оценки эффективности этих моделей.

Для определения эффективности кинематической модели платформенного манипулятора Гью-Стюарта предлагается следующая методика: 1) схвату задается произвольные положение и ориентация; 2) получаем решение обратной задачи кинематики с помощью исследуемой модели; 3) задаем в сопряжениях геометрически подобного 3D-прототипа, ассоциированных с длинами штанг, величины, вычисленные в п. 2; 4) получаем координаты положения схвата геометрически подобного 3D-прототипа; 5) вычисляем коэффициент эффективности модели по следующей формуле:

$$\psi = 1 - \sum_{i=1}^3 \frac{|a_i - \hat{a}_i|}{a_i}, \quad (7)$$

где a_i – координата геометрически подобного 3D-прототипа, задаваемая в п. 1, \hat{a}_i – координата геометрически подобного 3D-прототипа после установки сопряжений, вычисленных в п. 2.

В качестве исследуемого объекта будем рассматривать геометрически подобный 3D-прототип, изображенный на рис. 4.

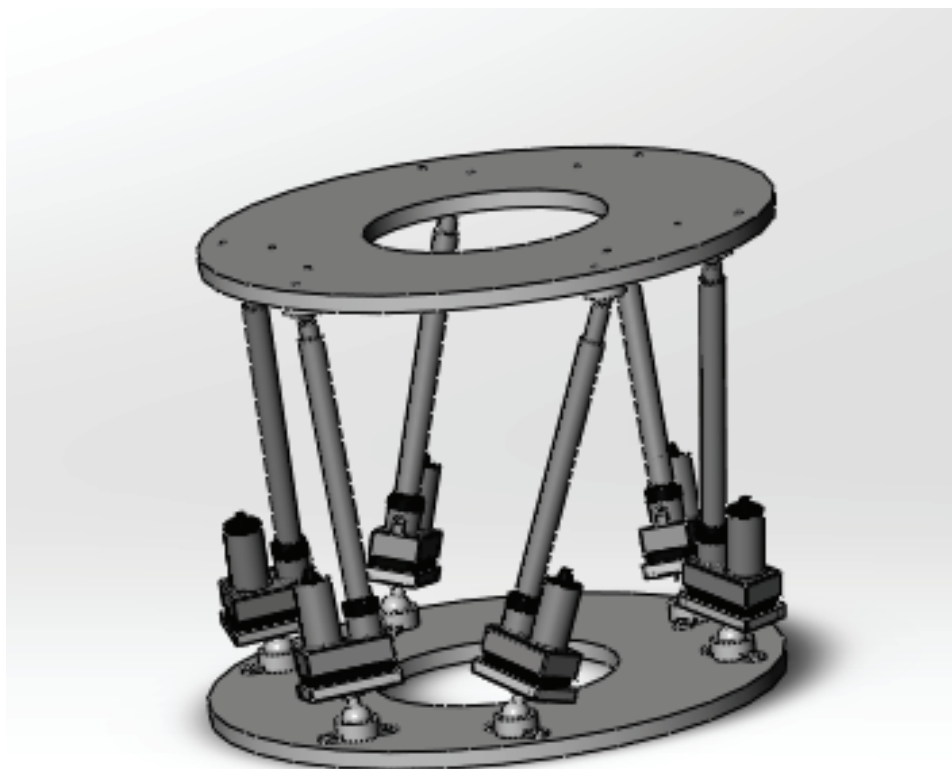


Рис. 4

Оценим предлагаемую модель, сравнив ее с аналогом, рассмотренным в [5].

Зададим схвату положение, описываемое вектором $p = [50 \ 50 \ 250]^T$ и, для простоты вычислений, сориентирую подвижную систему координат так, чтобы она была повернута на 10° вокруг оси X неподвижной системы координат. Тогда связь между подвижной системой координат и системой координат основания можно выразить матрицей однородного преобразования T равной

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ & 50 \\ 0 & \sin 10^\circ & \cos 10^\circ & 250 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Для каждой из моделей вычислим вектор длин штанг $L = [L_1 \ L_2 \ L_3 \ L_4 \ L_5 \ L_6]$.

Для предложенной модели получаем $L = [233,0927 \ 233,0927 \ 293,5132 \ 293,5132 \ 301,5025 \ 301,5025]$, а для модели, рассмотренной в [5] $L = [298,1815 \ 298,1815 \ 356,8103 \ 356,8103 \ 336,3193 \ 336,3193]$.

После инициализации значений сопряжений на геометрически подобном 3D-прототипе получены следующие значения координат схвата $p = [49,785 \ 50,221 \ 247,528]^T$ для предлагаемой модели и $p = [49,465 \ 50,547 \ 242,107]^T$ для модели из [5]. Тогда коэффициенты эффективности для моделей будут равны $\psi_1 = 0,9815$ и $\psi_2 = 0,9369$ соответственно. Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что предлагаемая модель позволяет получить более точные результаты в сравнении с рассмотренным аналогом.

Выводы. В представленной работе проведен анализ конструктивных решений при проектировании платформенного манипулятора Гью-Стюарта. На основе результатов анализа определен набор параметров, достаточный для однозначной идентификации рассмотренных конструктивных решений. Показана необходимость введения ряда новых параметров,

раскрывающих специфику проведения исследований на геометрически подобных 3D-прототипах. Получена модель манипулятора, позволяющая в явном виде решить обратную задачу кинематики. Предложена методика оценки эффективности кинематической модели с учетом специфики геометрически подобных 3D-прототипов. Приведено доказательство эффективности полученной модели по сравнению с имеющимися аналогами.

Теоретические результаты, полученные в ходе выполнения настоящей работы, применяются при создании системы поддержки принятия решений для автоматизированного синтеза многосекционных манипуляторов параллельной кинематики.

Список литературы

1. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom, UK Institution of Mechanical Engineers Proceedings 1965–66, Vol. 180, Pt 1, No 15.
2. Gough V.E. Contribution to discussion of papers on research in Automobile Stability, Control and Tyre performance, Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng., pages 392–394, 1956–1957.
3. Кузнецов Ю.Н., Дмитриев Д.А., Диневич Г.Е. Компановка станков с механизмами параллельной структуры/ Под ред. Ю.Н. Кузнецова. – Херсон: ПП Вишемирський В.С., 2010 – 471 с.
4. Abedinnasab M.H., Yoon Y.J., Zohoor H., Exploiting Higher Kinematic Performance – Using a 4-Legged Redundant PM Rather than Gough-Stewart Platforms. // Serial and Parallel Robot Manipulators – Kinematics, Dynamics, Control and Optimization. 2012, – 43-66.
5. Янг Д., Ли Т. Исследование кинематики манипуляторов платформенного типа. // Конструирование. – 1984. – Т. 106, № 2. – с. 264-272.
6. Рыбак Л.А., Ержуков В.В., Чичварин А.В. Эффективные методы решения задач кинематики и динамики робота-станка параллельной структуры. – М.:ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 148 с.

Лапиков А.Л., ассистент.

E-mail: anton.lapikov@inbox.ru.

Пашенко В.Н., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: pashenkovn@inbox.ru.

A.L. Lapikov, V.N. Pashchenko

MATHEMATICAL MODEL OF GOUGH-STEWART PLATFORM

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

The article introduces a mathematical model of Gough-Stewart platform which provides specific character of research conduction on geometrically similar 3D-prototypes. A method for evaluation of model's efficiency was offered. Comparison of the model with the similar model was carried out.

Keywords: *mathematical model, Stewart-Gough platform, 3D-model.*

Lapikov A.L., assistant.

E-mail: anton.lapikov@inbox.ru.

Pashchenko V.N., associate professor, Ph.D.

E-mail: pashenkovn@inbox.ru.

М.О. Корлякова, П.К. Новиков, Е.Ю. Прокопов

НЕЙРОСЕТЕВОЙ ПОИСК ОСОБЫХ ТОЧЕК ДЛЯ СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОГО ЗРЕНИЯ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ МОБИЛЬНОЙ ПЛАТФОРМЫ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Представлена разработка модели технического зрения образов для решения задачи навигации мобильного робота в естественной среде. В качестве основного подхода предложено использовать нейросетевые модели обработки информации, и показаны преимущества и недостатки этого подхода.

Ключевые слова: нейронные сети, распознавание образов, компьютерное зрение.

В настоящее время компьютерное зрение – это одно из самых актуальных направлений развития интеллектуальных цифровых компьютерных технологий. Главная отличительная черта систем технического зрения – извлечение полезной для нас информации из изображения или последовательности изображений. Компьютерное зрение сосредотачивается на обработке трехмерных сцен, спроецированных на одно или несколько изображений. По одному или нескольким изображениям можно восстановить структуру или другую информацию о трехмерной сцене. Системы технического зрения (СТЗ) применяются для построения трехмерных компьютерных моделей зданий и сооружений, для интерпретации фотографий сделанных со спутника, при работе с медицинскими изображениями, для отслеживания положения мобильных роботов и т.д. [1]. Рассмотрим задачу навигации мобильного робота в естественной среде на основе использования видеопотока от пары связанных камер. Необходимо извлечь информацию о положении и перемещении объектов или мобильного робота из информации об изменении состояния стереопары кадров. Учитывая характер задачи, необходимо учесть следующие ограничения:

- Информация о характеристиках фона и наблюдаемых объектах чаще всего содержит неточные размеры объектов или вообще отсутствует.
- В связи с ограниченностью времени на принятие решения, анализ и распознавание должны выполняться с минимальными задержками по времени.

- Работа системы слежения и обработки должна проводиться при минимальном участии человека или в автономном режиме.

Общая схема решения задачи определения перемещения мобильного робота в среде может быть поделена на следующие этапы:

- 1). Выделение характерных объектов сцены на изображениях в моменты времени t_i и t_{i+1} , т.е. нахождение одинаковых объектов, ракурс которых изменился от одного кадра к другому;
- 2). Определение координат особых точек мишени или объектов сцены на проекциях генерируемых камерам СТЗ;
- 3). Определение параметров размещения СТЗ относительно мишени в моменты времени t_i и t_{i+1} , т.е. решение задачи определения трехмерных координат объекта по его проекционной модели;
- 4). Вычисление перемещения платформы на основании информации о координатах СТЗ в пространстве в соответствии с матричным уравнением следующего вида

$$M \cdot V = V_{new},$$

$$M = V_{new} \cdot V^{-1},$$

где M – матрица переноса-поворота объекта сцены (или обратная матрица передвижения системы координат, связанных с СТЗ), V – положение точек наблюдаемой сцены в момент времени t_i , V_{new} – положение тех же точек сцены в момент времени t_{i+1} . Матрица M содержит 12 неизвестных параметров, однозначно определяющих изменение положения объекта по углу поворота и переносу в глобальной системе координат;

- 5). Определение угловой и линейной скорости относительно моментов времени t_i и t_{i+1} и параметров матрицы M .

Таким образом, для решения задачи в идеальном случае достаточно знания пространственных координат 4-х точек сцены в исходном положении и в текущем. Однако, как показано в работе [2] точное определение координат объектов невозможно, что значительно усложняет поставленную задачу. Для повышения качества результатов принято использовать значительно большее множество точек сцены, что приводит к увеличению времени на решение общей задачи. Причем следует отметить, что этапы 1 и 2 имеют наибольшую вычислительную сложность. Таким образом, необходимо разработать точную и производительную систему сопоставления кадров стереопары.

Данная система производит обработку и анализ изображений, поступающих от оптико-электронных систем в следующем порядке (Рис. 1):

1). Захват и предварительная обработка изображений, которая подразумевает получение очередной пары кадров из стереопары, их предобработку и выделение наиболее интересных областей (кандидатов на особые точки) из одного кадра стереопары.

2). Определение парных точек изображений стереопары (т.е. точек одного объекта на левом и правом кадре стереопары) для текущей пары кадров за счет поиска сопряженных точек правого кадра относительно выделенных особых точек левого кадра.

3). Сопоставление стереопар получаемых в момент времени t_i и t_{i+1} (или выделение ключевых точек видеопоследовательности).

Рассмотрим последовательно все этапы решения поставленной задачи.

Захват и предварительная обработка изображений. Для захвата изображения использовались две камеры HP Deluxe Webcam установленные на жестко фиксированном расстоянии. Так как система должна работать с минимальными задержками во времени, то этот факт накладывает ряд ограничений на размер входного изображения в пикселях. Однако уменьшение размера напрямую связано со снижением качества распознавания. Основываясь на данном факте, было принято решение считать ограничения времени реакции системы менее важным критерием качества системы. Таким образом, входными данными системы являются кадры стереопары, каждое изображение размером 1280x1024 пикселей.

В процессе предварительной обработки все кадры подвергаем переводу в полутоновое представление, а над «левым» кадром стереопары производятся дополнительные операции:

- сжатие изображения;
- определение контура объектов.

Это необходимо для увеличения скорости поиска областей кандидатов, так как скорость обработки черно-белого одноканального изображения намного выше, чем скорость обработки цветного трехканального изображения.

Определение контура объектов значительно сужает область поиска особых точек, поскольку там, где нет контуров, нет и особых точек изображения. Как правило, это области с монотонным изменением интенсивности, что не позволяет проводить процедуры сопоставления проекционных образов точек сцены.

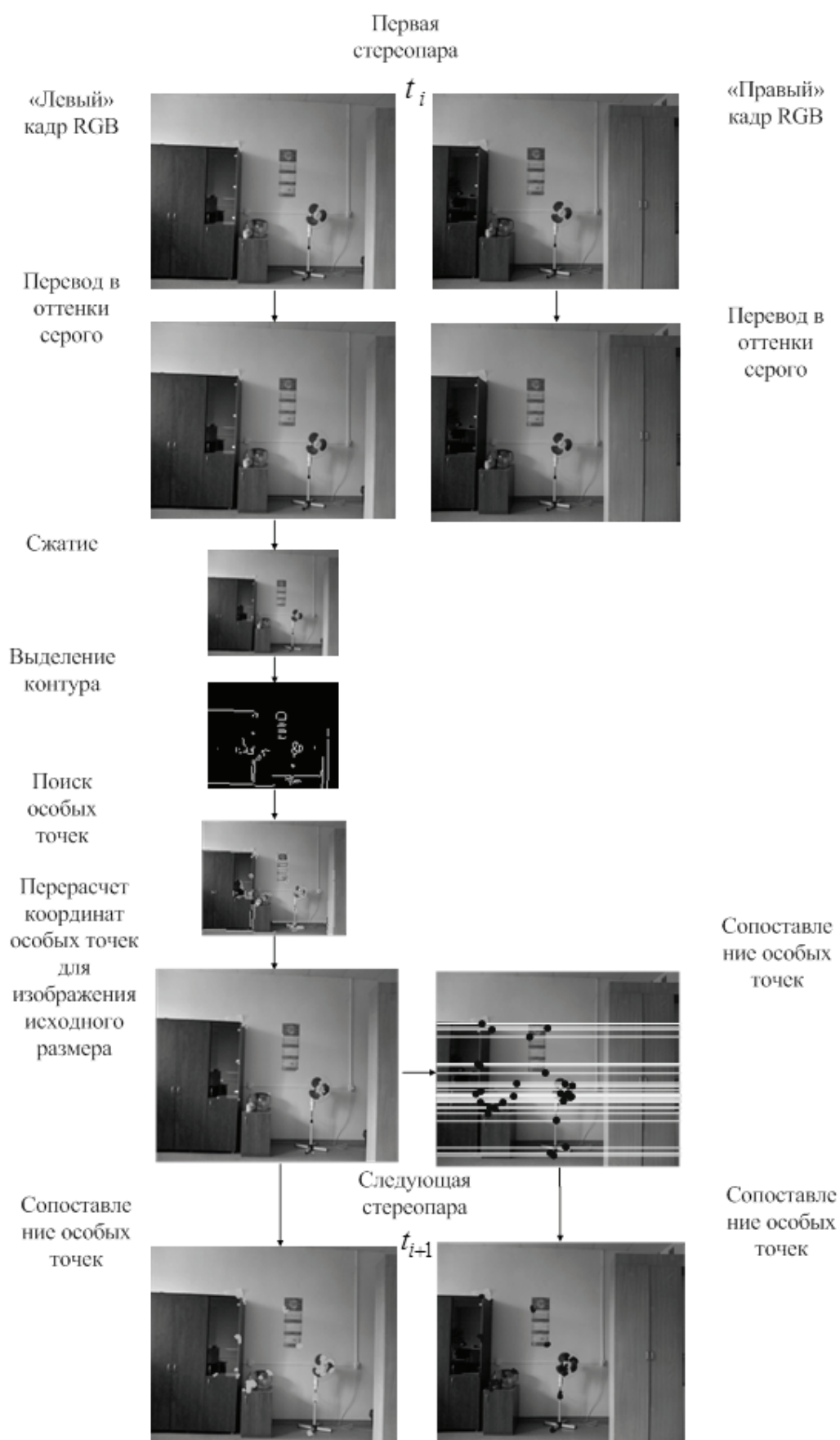


Рис. 1

Для определения положения границ областей интенсивности использовался оператор Собеля. По сути, это дискретный дифференциальный оператор, вычисляющий приближенное значение градиента яркости изображения. Результатом применения оператора Собеля в каждой точке изображения является вектор градиента яркости в этой точки. Оператор Собеля основан на свертке изображения небольшими сепарабельными целочисленными фильтрами в вертикальном и горизонтальном направлениях, поэтому его относительно легко вычислять. Оператор использует ядра 3x3, с которыми сворачивают исходное изображение для вычисления изображения, где каждая точка содержит приближенные производные по x и по y . Пусть I исходное изображение, а G_x и G_y – два изображения, где каждая точка содержит приближенные производные по x и по y . Они вычисляются следующим образом:

$$G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} * I, \quad G_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} * I,$$

где $*$ обозначает двумерную операцию свертки [3].

Результатом является сжатое изображение стереопары, с выделенной границей. Считаем области исходного изображения, покрытые точками границы, принадлежащими множеству областей кандидатов на принадлежность к особым точкам.

Распознавание изображений объектов наиболее сложный процесс, поскольку подразумевает значительный перебор областей в изображении. Зачастую качество распознавания зависит от эффективности множества процессов, начиная от процесса ввода изображения и заканчивая формированием признаков объекта. Поэтому имеет смысл ограничить области интереса в изображениях большого размера. В качестве областей интереса, используемых для сравнения кадров, были выбраны точки с наибольшим перепадом градиента яркости. Наиболее ярким примером ключевых точек являются углы. Для их поиска используются метод на основе сравнения с эталоном. Все граничные точки сопоставляются с эталонными значениями, с целью определения максимально похожего на данную особенность.

Поиск угловых особенностей можно реализовать в рамках различных подходов с учетом размеров найденных областей и их ориентации. Примером может служить детектор углов Хариса[4], который построен на иссле-

довании монотонности областей изображения. Однако, поскольку вся система формируется с ориентацией на нейросетевое решение задачи, то для ускорения и упрощения поиска было предложено использовать нейросеть Хопфилда и сети радиальных нейронов. При обучении обеих сетей использовались образцы углов, прямых и монотонных областей повернутых под различными углами. Пример образцов приведен на Рис. 2, где представлены 5 из 55 принятых для обработки эталонов. Каждый эталон представлен бинарной матрицей размером 16x16 пикселей.

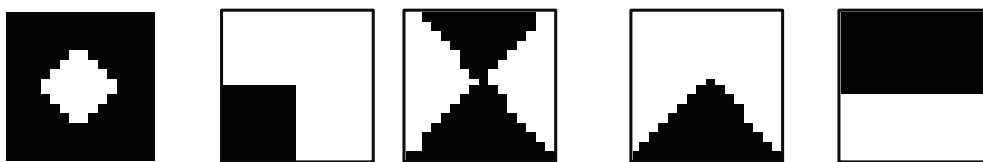


Рис.2

В процессе распознавания точку кандидата с ее окрестностью размером 16x16 пикселей подают на вход нейросети и оценивают результат на выходе. Эксперименты показали, что обучение сети Хопфилда позволяет определить незначительное количество угловых точек и приводит к значительному (до 120 с.) увеличению времени обработки кадров. Сеть радиальных нейронов построена на вычислении евклидовой нормы расстояния от области кандидата до всех эталонов по следующей схеме:

$$d(p, q_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n=256} (p_k - q_{jk})^2},$$

где $p = \langle a_{1,1}, a_{1,2}, \dots, a_{1,16}, a_{2,1}, \dots, a_{2,16}, \dots, a_{16,16} \rangle$ - векторизованная матрица области точки кандидата, $b_{jk} = [0,1]$ - значение пикселя исследуемой области, приведенное к интервалу $[0,1]$, $q_j = \langle b_{j1,1}, b_{j1,2}, \dots, b_{j1,16}, b_{j2,1}, \dots, b_{j2,16}, \dots, b_{j16,16} \rangle$, $b_{jk} = \{0,1\}$ - значение пикселя эталона.

Если минимальное евклидовое расстояние достигается при сравнении с шаблонами соответствующими угловым особенностям, то точка считается особенной, иначе она отсеивается. После определения набора ключевых точек, их координаты пересчитываются по отношению к масштабу исходного, не сжатого изображения. Время сопоставления с эталонами в сети радиальных нейронов не превышает 20-30 с, что позволяет говорить о его превосходстве. Кроме того, число угловых областей выделяемых таким

способом значительно больше, чем у сетей Хопфилда. Таким образом, в результате экспериментальной проверки, в качестве метода выделения особых точек принята модель сравнения с эталонами в сети радиальных нейронов.

На Рис. 3 представлен результат обработки левого кадра первой стереопары – поиск ключевых точек. «Крестиками» помечены точки, в которых градиент яркости имеет максимально значение – точки кандидаты. Эти точки были отфильтрованы простым перебором и сопоставлением с эталоном. В результате чего образовался набор особых точек (точки помеченные кружками).

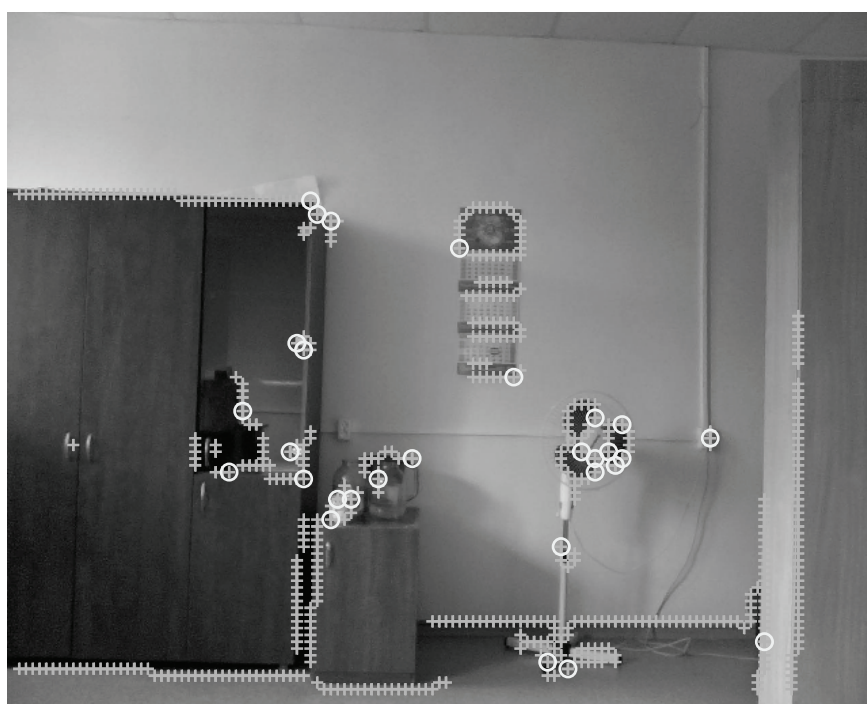


Рис. 3

Таким образом, результатом этапа является набор координат особых или ключевых точек для «левого» кадра первой стереопары.

Определение сопряженных точек изображений стереопары для текущей пары кадров. Так как на предыдущем этапе был получен набор особых точек, только для одного из кадров стереопары, то следующим этапом является сопоставление ключевых точек в пределах одной стереопары. Поиск особых точек изображений для стереопар основан на исследовании пиксельного соответствия отдельных областей кадра[4]. Существующие методы поиска особых точек позволяют найти соответствия при различных ракурсах, масштабах и искажениях. Стереопара, для которой формируем алгоритм поиска особых точек, имеет практически параллельные оп-

тические оси и идентичные камеры, что позволяет исследовать кадры по-пиксельно. В нашем случае, для определения сходства, как и ранее, используется евклидово расстояние.

Обозначим $l(x, y)$ набор особых точек «левого» кадра, а $r(x, y)$ соответствующие им точки на «правом» кадре. Сопоставление точек будем производить на основании сравнения градиентов окружающих точку областей. Для этого рассчитаем градиент в найденной точке $l^*(x, y)$, и затем, перебирая все возможные точки $r_j(x, y)$, находим такую точку $r^*(x, y)$, для которой евклидово расстояние между градиентами точек $l^*(x, y)$ и $r^*(x, y)$ является минимальным. Т.е. $l^*(x, y)$ является отображением $r^*(x, y)$, если:

$$\min \sqrt{\left(\sum \left[\frac{\frac{dL_i}{dx}}{\max\left(\frac{dL_i}{dx}\right)} - \frac{\frac{dR_j}{dx}}{\max\left(\frac{dR_j}{dx}\right)} \right]^2 + \sum \left[\frac{\frac{dL_i}{dy}}{\max\left(\frac{dL_i}{dy}\right)} - \frac{\frac{dR_j}{dy}}{\max\left(\frac{dR_j}{dy}\right)} \right]^2 \right)} =$$

$$= \sqrt{\left(\sum \left[\frac{\frac{dL_i}{dx}|_{i=l^*}}{\max\left(\frac{dL_i}{dx}|_{i=l^*}\right)} - \frac{\frac{dR_j}{dx}|_{j=r^*}}{\max\left(\frac{dR_j}{dx}|_{j=r^*}\right)} \right]^2 + \sum \left[\frac{\frac{dL_i}{dy}|_{i=l^*}}{\max\left(\frac{dL_i}{dy}|_{i=l^*}\right)} - \frac{\frac{dR_j}{dy}|_{j=r^*}}{\max\left(\frac{dR_j}{dy}|_{j=r^*}\right)} \right]^2 \right)}, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$$

Однако исследование всех точек «правого» кадра займет значительное время. Для повышения скорости обработки при построении градиентов «правого» кадра можно пропускать монотонные области. Отфильтровать их можно, рассчитав среднеквадратическое отклонение между горизонтальным и вертикальным градиентами: если оно меньше 1, то область является монотонной. Кроме того для повышения скорости обработки и фильтрации ложных особенностей, будем сравнивать только области вдоль эпиполярных линий [3].

Рассмотрим пример. Пусть имеются две камеры, как изображено на Рис. 4. C – центр первой камеры, C' – центр второй камеры. Точка пространства X проецируется в x на плоскость изображения левой камеры и в x' на плоскость изображения правой камеры. Прообразом точки x на изображении левой камеры является луч xX . Этот луч проецируется на плоскость второй камеры в прямую l' , называемую эпиполярной линией. Образ точки X на плоскости изображения второй камеры обязательно лежит на эпиполярной линии l' .

Таким образом, каждой точке x на изображении левой камеры соответствует эпиллярная линия l' на изображении правой камеры. При этом пара для x может лежать только на соответствующей эпиллярной линии.

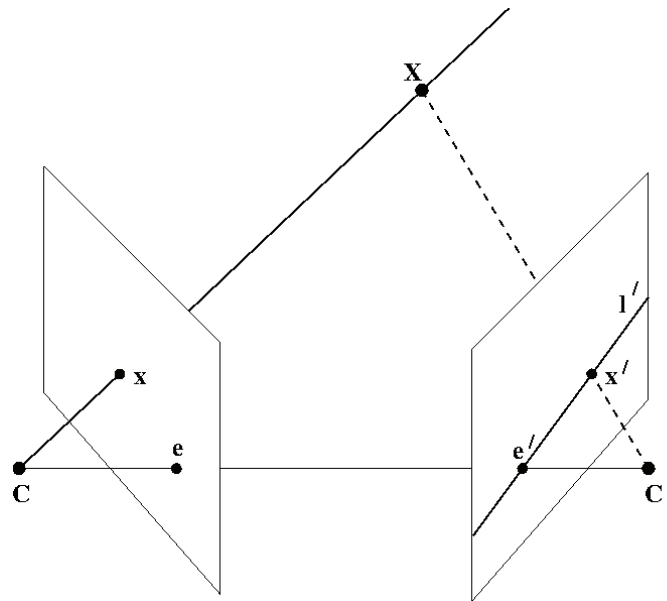


Рис. 3

Таким образом, каждой точке x на изображении левой камеры соответствует эпиллярная линия l' на изображении правой камеры. При этом пара для x может лежать только на соответствующей эпиллярной линии.

На Рис. 4 представлен алгоритм сопоставления точечных особенностей. Здесь выделены эпиллярные линии, а также крестиками отмечены точки соответствующие особым точкам левого кадра.

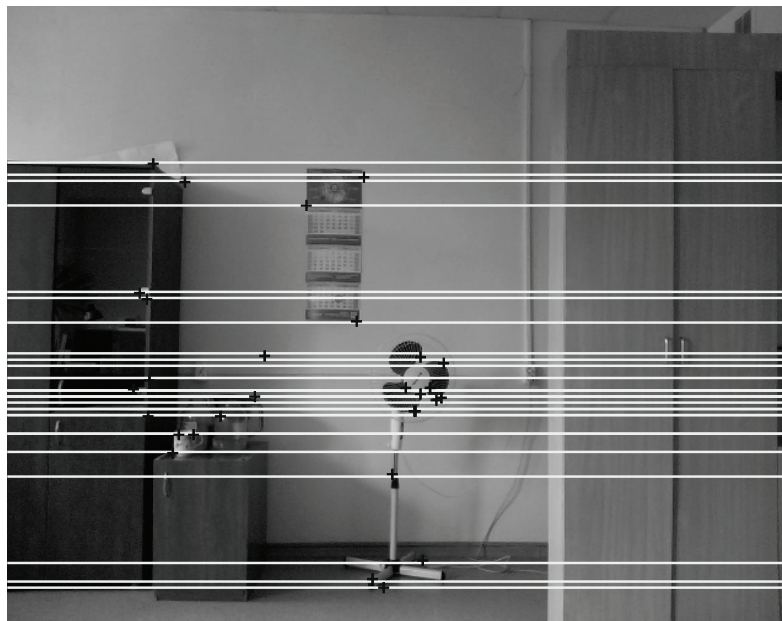


Рис. 4

Стоит заметить, что на рисунках 2 и 4 имеются «ложные соответствия». Поэтому для их отсеечения используется алгоритм фильтрации и алгоритм расширения, рисунки 5 и 6. При этом в каждой области соответствия «левого» и «правого» кадров осуществляется поиск точного попиксельного сопоставления элементов изображений, что позволяет значительно увеличить число сопряженных точек и повысить точность определения их координат.



Рис. 5



Рис. 6

Сопоставление стереопар получаемых в момент времени t_i и t_{i+1} .

Для сопоставления следующей стереопары, в качестве опорных ключевых точек используются ключевые точки предыдущей стереопары.

Алгоритм сопоставления также основан на вычислении евклидова расстояния между разностями градиентов. Однако использовать в качестве фильтра эпиполярную линию здесь нельзя, так как за промежуток времени $t_{i+1} - t_i$ (полное время обработки стереопары, от момента захвата изображения до получения координат соответствующих точек и следующего захвата) сцена меняется. Несмотря на это, оптимизировать алгоритм можно, если осуществлять поиск новых координат относительно координат предыдущей стереопары в области, размер которой не превышает максимальное возможное смещение объектов за время между кадрами.

Экспериментально было установлено, что для сцены, самая дальняя точка которой расположена в 4 метрах от положения камер, при данной скорости обработки координаты искомой точки лежат в радиусе 10 пикселей. Исходя из этого, рассматривая окрестность 20×20 пикселей относительно предыдущих координат точки, можно получить координаты точки текущей стереопары.

Заключение. Разработанный алгоритм обеспечивает сопоставление ключевых точек стереопар с высокой точностью, что позволяет снизить ошибки следующих этапов стереорекострукции.

Рассмотрены различные подходы к реализации поиска особых точек и их сопряжению в стереопаре и видеопотоке. Показано преимущество системы прямого доступа к эталонам на основе сети радиальных нейронов.

Время обработки первой стереопары, размер каждого изображения которой составляет 1280×1024 пикселей, 42 с., а каждой последующей 30 с.

Все составляющие алгоритма были реализованы на языке C++ и включены в состав программного обеспечения СТЗ. В дальнейшем разработанную систему планируется использовать для определения расстояния до объекта, с целью измерения его положения, скорости и направления движения.

Список литературы

1. Девятериков Е. А., Михайлов Б. Б. Система технического зрения для измерения пути мобильного робота // Сб. тр. научно-тех. конф. «Техническое зрение в системах управления 2011». М.: ИКИ РАН, 2012. С. 219–224.

2. Ивашина Е.А., Корлякова М.О., Пилипенко А.Ю., Формирование признаков для нейросетевого поиска направления перемещения объекта в сцене. XV Всероссийская Научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2013»: Сборник научных трудов. В 3-х частях. М.: НИЯУ МИФИ, 2013

3. Кокарева Е.А., Корлякова М.О. Пилипенко А.Ю. Решение задачи стереореконструкции в нейросетевом базисе // XIV Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика-2012»: Сборник научных трудов. В 3-х частях. Ч.1.- М:НИЯУ МИФИ, 2012 - стр. 160-169

4. Шапиро Л., Стокман Дж. Компьютерное зрение.: Пер. с англ. – А.А. Богуславского, М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 752 с.

Корлякова М.О., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: mkorlyakova@yandex.ru.

Новиков П.К., студент.

E-mail: evgen-prokopov@rambler.ru.

Прокопов Е.Ю., студент.

E-mail: evgen-prokopov@rambler.ru.

M.O. Korlyakova, P.K. Novikov, E.Y. Prokopov

NEURONET SEARCH OF SPECIAL POINTS FOR SYSTEM OF COMPUTER VISION SYSTEM WHEN DETERMINING MOVEMENT OF THE MOBILE PLATFORM

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

Development of model of computer vision system for the solution of a problem of navigation of the mobile robot in habitat is presented. As the main approach it is offered to use neuronet models of information processing, and advantages and shortcomings of this approach are shown.

Keywords: *neuronet, object recognition, computer vision.*

Korlyakova M.O., associate professor, Ph.D.

E-mail: mkorlyakova@yandex.ru.

Novikov P.K., student.

E-mail: evgen-prokopov@rambler.ru.

Prokopov E.Y., student.

E-mail: evgen-prokopov@rambler.ru.

В.Т. Еременко, Н.Г. Пеньков, С.Н. Иванова, А.Г. Полякова

ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОЙ АСУ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ НА БАЗЕ ОТКРЫТЫХ СТАНДАРТОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Использование мировых стандартов TCP/IP, JAVA, OPC и DNA в изделиях является инструментом для построения новой стратегии глобальной инфраструктуры предприятия и свидетельствует об определяющей роли информационных технологий в области промышленной автоматизации.

Ключевые слова: стратегия Transparent Factory, инфраструктура предприятия, промышленная автоматизация.

Развитие сети Internet привело к серьезному изменению области автоматизации производства. Несмотря на распространение Internet во всех областях жизни и многочисленные заявления компаний об использовании Web-технологий в своих изделиях промышленной автоматики, наибольший интерес представляет глобальная стратегия Transparent Factory/Open for Business (Прозрачное производство/Открытость для бизнеса), объединяющая ряд продуктов, подчиняющихся единой философии открытости, прозрачности и универсальности. Эта концепция означает новый этап в развитии фирм, характеризующийся отходом от своих сетевых технологий и принятием распространенных мировых стандартов, таких как TCP/IP, JAVA, OPC и DNA [1].

Большинство предприятий, для автоматизации производства, используют в качестве базового протокола своих сетей и полевых шин протокол Ethernet TCP/IP, а в качестве основного средства доступа к информации Web-технологии и интерфейс OPC.

Концепция TF (Transparent Factory) способна решить многие проблемы внутри межсетевого обмена на уровнях АСУТП и АСУП. Рассмотрим основные трудности, наиболее часто встречающиеся в области промышленной автоматизации [2].

Проблема 1: Многообразие сетей и полевых шин. Если протокол Ethernet TCP/IP практически утвердился, как базовый для сети на уровне предприятия (АСУП), то на уровне АСУТП существует более десятка се-

тей и полевых шин, конкурирующих за право считаться основной. Протоколы Profibus, Interbus-S, Modbus, WordFip, DeviceNet, Fieldbus Foundation и другие являются широко распространенными, и хотя обмен между ними теоретически возможен, практически это требует от пользователя больших дополнительных расходов по их стыковке и дальнейшему обслуживанию. Каждый из этих протоколов активно лоббируется своим производителем, что не способствует процессу какой-либо унификации [3,7].

Попытки международных организаций, в частности МЭК, принять единый стандарт полевой шины (в частности, IEC-61158) пока не увенчались успехом. Вместе с тем, развитие сети Ethernet и ее нынешние характеристики практически позволяют использовать эту сеть в качестве, как локальной промышленной сети. Повышение пропускной способности сети, связанное с новыми возможностями сетевых коммутаторов и маршрутизаторов, повышение скорости обмена информацией, возможность сегментации сетей – все это привело к тому, что протокол Ethernet действительно может быть открытым и эффективным решением не только для систем автоматизации офисной деятельности, но и для организации промышленных сетей [4,8].

С решением проблемы обеспечения необходимого детерминизма Ethernet данная технология может обеспечить превосходство над другими промышленными ЛВС (LAN) и промышленными сетями (fieldbus) по ряду параметров.

Проблема 2: Межсетевой обмен в масштабах предприятия. Речь идет об обмене данными между сетями уровней 1, 2 и 3, то есть о том, как сделать прозрачным и простым доступ к данным устройств низовой автоматики (уровень 1 полевая шина), контроллерам и системам SCADA (уровень 2) и, соответственно, офисным приложениям (уровень 3). Так, как требования к сетевым характеристикам этих уровней разные (различные конструктивные параметры сетей, способы адресации, проверки ошибок, различные конфигурация и диагностика), всегда существовала проблема организации их взаимодействия. Типичным решением данной проблемы является организация сбора данных на серверах различного уровня с последующей передачей их в другую сеть через шлюзы. Однако такой подход имеет ряд серьезных недостатков. При конфигурировании шлюзов существует вероятность потери информации между различными промышленными шинами, а установка и последующее обслуживание устройств и программного обеспечения связано с дополнительными, зачастую огромными, расходами [5,9].

Необходимо отметить, что данные хранятся в различных базах данных серверов (с разными форматами, способами доступа, инструментами и т.д.). Растущее количество клиентов на уровне 3 (АСУП) и их требования к СУБД и хранилищам данных вызывают, в свою очередь, повышенные требования к пропускной способности сетей каждого уровня и в целом межсетевого обмена. Таким образом, в современной инфраструктуре именно стыки между сетями разных уровней вызывают перегрузки всей информационной системы. Эти узкие места, своеобразные пробки, должны быть удалены при создании единой и прозрачной информационной инфраструктуры всего предприятия [6].

В настоящее время доступ к информации в пределах одного предприятия (сети предприятий одной компании) делается, как правило, через корпоративную сеть Intranet. Если раньше эта сеть использовалась, в основном, для доступа к данным АСУП, то сегодня речь идет об использовании Intranet для доступа к производственным данным и процессам. В качестве сетевой среды для промышленных сетей Intranet рынок диктует применение Ethernet, в качестве информационной среды все чаще используются Web-технологии [10 – 12].

Проблема 3: Необходимость получения данных с производства в реальном времени. В большинстве приложений для сбора производственных данных на уровне АСУП используется пакетный способ обработки, когда данные передаются в конце смены или в другое незагруженное время дня. Другие архивные данные для обработки или анализа могут передаваться на уровень АСУП из системы SCADA. Между тем, просмотр или обработка архивных данных уже не устраивают управленцев на предприятии. Для того чтобы гибко и эффективно управлять производством, им нужны текущие значения выхода готовой продукции, параметров производственных процессов, состояния оборудования и т.п., то есть данные реального времени. Такие данные могут быть извлечены из SCADA-сервера отдельного производственного участка [7].

Проблема состоит в том, что в таком случае сервер SCADA является лишь промежуточным звеном между АСУП и контроллерами, которые содержат данные реального времени с производства. Как любое дополнительное звено в системе, сам сервер SCADA может быть источником ошибок или сбоев при передаче данных на вышестоящий уровень. Если добавить к этому стоимость такой системы, необходимость шлюзов для перехода в другую сеть обслуживания, то возникает идея устранить это промежуточное звено там, где это возможно. Приемлемым решением в среде Internet/Intranet является получение данных со встроенных Web-серверов.

Любое устройство, имеющее встроенный Web-сервер, не только может поставлять данные по запросу, но и само может инициировать передачу сообщений (e-mail). Именно такое решение было предложено компанией *Schneider Electric*: Web-сервер, встроенный в промышленный программируемый контроллер может обеспечить данными реального времени любого клиента в пределах сети Intranet [10].

В этом случае частично или полностью отпадает необходимость в SCADA-системе, и непосредственные данные могут быть получены на различных уровнях АСУП без дополнительных издержек. При этом не имеет значения, на какой компьютер, с какой операционной системой передаются данные. Web-технология предлагает действительную универсальность и прозрачность. Безусловно, система SCADA/HMI (Human Machine Interface – Человеко-машинный интерфейс) на уровне АСУТП выполняет ряд других функций и там, где это нужно, без нее не обойтись.

Концепция TF компании *Schneider Electric* базируется на трех основных положениях [1,2]:

1. Следующим поколением сетей, используемых для автоматизации промышленности, интегрированным с сетями офисной деятельности, становится Ethernet.

2. Прозрачный и легкий доступ к получению данных модульных структур их сбора и обработки, от датчиков/исполнительных механизмов и до уровней планирования и управления предприятием, возможен при наличии стандартной, интегрированной сети, обеспечивающей множество сервисных уровней. Такой сетью становится корпоративная сеть предприятия Intranet, построенная по принципу клиент/сервер и обеспечивающая создание единого информационного пространства.

3. Будущие системы управления будут использовать стандартные и открытые, объектно-ориентированные средства управления и доступа к информации. В качестве таких средств, предлагаются встроенные Web-серверы и интерфейсы автоматизации технологических процессов.

Ключевыми положениями концепции Transparent Factory являются прозрачность и открытость. Для пользователя выгода заключается в том, что они могут выбирать лучшие устройства различных производителей и сохранять уверенность в том, что эти устройства способны взаимодействовать между собой.

Прозрачность компонентов Transparent Factory (TF) обеспечивают возможность работы в соответствии с принципом plug&play в максимально возможном на сегодняшний день объеме. При использовании встроенных Web-серверов неважно, где и как сервер подключен к сети. Так же, как

мы набираем номер телефона, здесь достаточно ввести адрес Web-сервера и получить полную информацию.

С использованием концепции Transparent Factory впервые в АСУ ТП становится возможным построение сложной системы с непосредственным прямым доступом на все уровни, к каждому устройству (интеллектуальному датчику, частотно-управляемому приводу, модулю ввода/вывода и т.д.). В этом и заключается основное отличие от традиционного иерархического дерева, в котором непосредственный контакт с узлами нижнего уровня имел только один узел верхнего уровня управляющий контроллер, мост или супервизорное программное обеспечение на РС.

Повышение надежности и управляемости с применением элементов концепции TF достигается [1,2,4,5]:

- в случае отказа узла сети или сегмента линии связи в традиционной схеме становятся недоступными все подключенные к нему устройства. С использованием TF-компонентов они остаются достигаемыми, как минимум, для удаленной диагностики происшедшего;

- процедура полной инсталляции супервизора на новый компьютер занимает не один час, даже при наличии свежей резервной копии проекта, а запуск браузера с любого компьютера корпоративной сети несколько минут;

- разработчик ПО для контроллеров будет испытывать серьезные трудности в отладке собственной программы, если он оторван от своего рабочего места и инструмента. Использование универсальных механизмов доступа к компонентам системы не заменит пакета программирования, но доступно всегда и везде. Снижение стоимости на этапе инсталляции системы из TF-компонентов возможно за счет разгрузки домена технологических серверов, применения аппаратных платформ меньшей стоимости, уменьшения объема или полного отказа от закупок специализированного ПО и коммерческих ОС;

- применения массовых компонентов Ethernet вместо дорогостоящих каналообразующих элементов промышленных сетей, если нет агрессивных внешних воздействий;

- широкого применения существующей инфраструктуры каналов связи, серверов и программного обеспечения, в том числе сторонних фирм.

Перспективы использования. Многие отечественные пользователи заинтересованы во внедрении данной технологии. Укажем некоторые категории пользователей, проявляющих интерес к подобным TF-решениям. Это [1,8,9]:

- отделы АСУТП и АСУП крупных предприятий в металлургии, транспортировке газа, нефтепереработке, химии и нефтехимии, пищевой промышленности. Внедрение концепции ТФ открывает доступ к производственным данным для самых разных специалистов таких предприятий;

- системные интеграторы, реализующие свои системы на значительном удалении от своих офисов. Учитывая все накладные расходы, вопросы дальнейшего обслуживания и диагностики систем могут быть эффективно решены с помощью ТФ. В эту же категорию можно добавить крупные машиностроительные заводы, экспортирующие свое оборудование в другие страны;

- предприятия, нуждающиеся в мониторинге объектов, разбросанных на значительные расстояния. Концепция ТФ может эффективно решить проблемы создания АСУД облэнерго, крупных городских радиоэлектронных средств и др. объектов коммунального хозяйства;

- интересной является идея использования Web-серверов для всех случаев, где необходим мониторинг производственных данных для многих пользователей. Эта технология может заменить установку дорогостоящих пакетов SCADA или им подобных (см. рис.1 Архитектура сбора и обработки данных в концепции Transparent Factory).

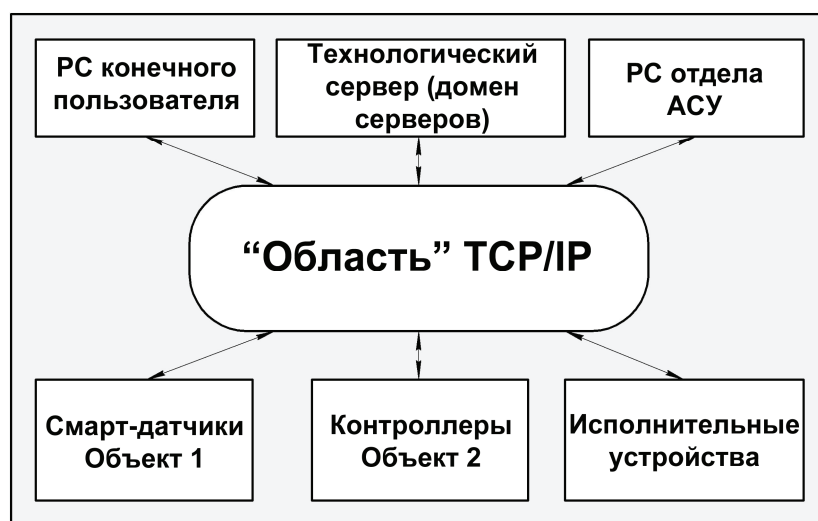


Рис. 1

Использование технологии Ethernet на уровне единой коммуникационной инфраструктуры предприятия, позволяет собирать и обрабатывать информацию с различных уровней для применения в различных приложениях, включать в контур управления различные устройства контроля, обеспечивать централизованное управление устройствами автоматизации технологических процессов и производств, унифицировать оборудование, снизить стоимость эксплуатационного обслуживания и обучения персонала.

Разработка совместимых технологий сбора и обработки данных, в настоящее время, осуществляется на основе Единого стандарта обмена данными и межсерверных коммуникаций для Industrial Ethernet и унаследованных промышленных протоколов OPC Data Exchange Standard for Ethernet, что позволяет получить единые спецификации на сетевые компоненты и кабельную инфраструктуру.

Список литературы

1. Тютюнник М.Н. Концепция Transparent Factory: Web-технология в автоматизации производства [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mka.ru/?p=40134>
2. Тютюнник М.Н. Transparent Factory первые шаги [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://asutp.ru/?p=600099>
3. Еременко, В.Т. Оптимизация ресурсов и управление процессами информационного обмена в сетях АСУТП на основе полевых шин / С.И. Афонин, В.Т. Еременко, С.А. Максаков, А.И. Куленич // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2011. – № 9. – С. 46 – 49.
4. Еременко, В.Т. Моделирование информационных потоков в сетях передачи данных интегрированных АСУ / С.И. Афонин, В. Т. Еременко, Т.М. Парамохина, Л.В. Кузьмина, Д.А. Плащенков // Информационные системы и технологии. – 2011, № 6 – С. 35 – 42.
5. Еременко В.Т. Методологические аспекты выбора профилей сбора и обработки данных в системах неразрушающего контроля и диагностики технических объектов / В.Т. Еременко, А.В. Тютякин // Контроль. Диагностика. – 2013, № 1. – С. 24 – 31.
6. Еременко, В.Т. Метод проектирования сетей передачи данных совместимых с неблокируемой маршрутизацией / В.Т. Еременко, А.И. Офицеров, С.А. Черепков // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2012, № 4. – С. 38 – 46.
7. Проблемы автоматизации управления предприятием [Текст] // ВІТЕ-Россия.-2009.-№9 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.bytemag.ru/articles/detail.php?ID=6822>
8. Орлов С.А. Ethernet в системах промышленной автоматизации [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.osp.ru/lan/2002/06/136286/>
9. Точилин, Н.В. Применение Internet- и Intranet-технологий для обмена электронными данными / Н.В.Точилин. Научно-экономический сборник «Газовая промышленность» [Текст]. М.: ООО «ИРЦ Газпром» – 2000. – №6. – С. 22 – 25.
10. Турчин С. Общие проблемы автоматизации управления предприятием [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.iteam.ru/publications/it/section_53/article_1371/

11. Парк, Дж. Сбор данных в системах контроля и управления. Практическое руководство [Текст]. / Дж. Парк, С. Маккей. – М.: ООО «Группа ИТД», 2006. – 504 с.

12. Парк, Дж. Передача данных в системах контроля и управления. Практическое руководство [Текст]. / Дж. Парк, С. Маккей, Э. Райт. – М.: ООО «Группа ИТД», 2007. – 480с.

Еременко В.Т., профессор, д-р техн. наук.

E-mail: wladimir@orel.ru.

Пеньков Н.Г., аспирант.

E-mail: corsalr_89@mail.ru.

Иванова С.Н., магистр.

E-mail: isn140181@mail.ru.

Полякова А.Г., студент.

E-mail: studentkalenka@mail.ru.

V.T. Eremenko, N.G. Penkov, S.N. Ivanova, A.G. Polyakova

THE MAIN PROBLEMS OF CONSTRUCTION OF THE INTEGRATED AUTOMATED CONTROL SYSTEM OF INDUSTRIAL ENTERPRISES BASED ON OPEN STANDARDS

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

Use of the international standards of TCP/IP, JAVA, OPC and DNA in products is the tool for creation of new strategy of global infrastructure of the enterprise. Also testifies to a defining role of information technologies in the field of industrial automation.

Keywords: *Transparent Factory strategy, enterprise infrastructure, industrial automation.*

Eremenko V.T., professor, doctor of engineering sciences.

E-mail: wladimir@orel.ru.

Penkov N.G., graduate student.

E-mail: corsalr_89@mail.ru.

Ivanova S.N., master.

E-mail: isn140181@mail.ru.

Polyakova A.G., student.

E-mail: studentkalenka@mail.ru.

И.В. Коновалов¹, В.Н. Коновалов²

ПОДХОД К ЛОГИЧЕСКОМУ СИНТЕЗУ ПРОЦЕССОРА-УСКОРИТЕЛЯ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ТРАССИРОВКИ СОЕДИНЕНИЙ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ НА ПЛОСКОСТИ

¹ ИПУ РАН им. В.А. Трапезникова

² КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье рассматривается процесс проектирования специализированного процессора-ускорителя с использованием методов многоуровневой декомпозиции, реализованных в САПР Decomposer.

Ключевые слова: автоматическая трассировка соединений на плоскости, процессор-ускоритель, совмещенная таблица переходов и выходов, многоуровневая декомпозиция, логический синтез конечных автоматов, функциональное моделирование, микросхемы программируемой логики.

Известно большое число программно реализованных систем, решающих задачи размещения элементов на плоскости и автоматической трассировки соединений между элементами (например, системы *P-CAD*, *PROTEL* и др.). Такие задачи относятся к *NP*-полным [1], поэтому время их решения и их качество на однопроцессорных компьютерах оставляет желать лучшего. Использование процессоров-ускорителей открывает новые возможности по улучшению основных эксплуатационных характеристик при решении графических задач большой размерности по подготовке исходных данных и выводу результатов, решении задач размещения элементов и трассировки соединений между ними. Так, например, суперкомпьютер *Roadrunner (IBM)* содержит 32 000 процессоров, из них 16 000 являются графическими процессорами-ускорителями, ранее разработанными для игровой приставки *Playstation-3* [2].

В табл. 1 представлены три основных варианта реализации алгоритмов трассировки и выражений их вычислительной сложности [3].

В таблице приняты следующие обозначения:

m_0 – количество операций по вычислению веса одной вершины в программной реализации,

m_0^1 – количество операций по вычислению веса одной вершины в аппаратной реализации,

N – общее количество вершин,

N_p – количество ячеек, занятое препятствиями.

Таблица 1. Сложность различных реализаций алгоритма трассировки

Реализация алгоритма трассировки	Вычислительная сложность реализации
Программная реализация алгоритма определения кратчайшего пути Форда и Фалкерсона [1].	$P \leq m_0 (N - 1)^2$
Программная реализация алгоритма 1 на модели трассируемого поля.	$P \leq m_0 (8N - N_p - 1)$
Аппаратная реализация волнового алгоритма трассировки	$P \leq m_0^1 \left(\left\lceil \frac{\sqrt{N - N_p}}{2} \right\rceil + N_p \right)$

В первом варианте используется классический алгоритм определения кратчайшего пути на матрице смежности модели трассируемого поля. Во втором – тот же алгоритм реализован непосредственно на модели трассируемого поля, представляющего собой проекцию графического изображения элементов и связей между ними на плоскую матрицу M . В третьем – реализован волновой алгоритм на модели трассируемого поля, в которой каждая ячейка матрицы M представляет собой специализированный процессор. Предполагается, что процессор-ускоритель позволит ускорить процесс автоматической трассировки соединений между элементами на печатных платах и, в последующем, позволит перейти к решению задач объемной трассировки.

Основная концепция спецпроцессора для поиска кратчайшего пути на плоскости разработана и запатентована в лаборатории №18 ИПУ РАН им. В.А. Трапезникова под руководством д.т.н. проф. Е.И. Артамонова в рамках проекта РФФИ №08-07-00067-а [3].

Синтез структурной схемы процессора-ускорителя

Структура процессора-ускорителя содержит три основных блока:

- 1) однородную матрицу M ячеек модели трассировочного поля;

- 2) схему соединений (СС) между ячейками матрицы M ;
- 3) блок управления (БУ).

Структурная схема матрицы M представлена на рис.1. Для простоты изображения на рисунке представлен пример из матрицы 5×5 ячеек модели трассировочного поля. Каждая ячейка матрицы пронумерована с внешней стороны. Ячейки в матрице связаны между собой по восьми направлениям: север (0), северо-восток (1), восток (2), юго-восток (3), юг (4), юго-запад (5), запад (6), северо-запад (7). Связи между ячейками (на рис. 5.1 обозначены стрелками) показывают направления расчета кратчайшего пути. При этом для примера индексами C обозначена ячейка начала трассы, D – конец трассы, P – препятствие.

Общий принцип расчета весов вершин напоминает процесс распространения фронта волны от точки C до точки D . На рис. 1 фронт каждой волны соответствует одной строке «шага алгоритма» и помечен цифрами внутри ячеек матрицы. Расчеты заканчиваются на $(n - 1)$ -ом шаге, когда фронт волны достигнет вершины D .

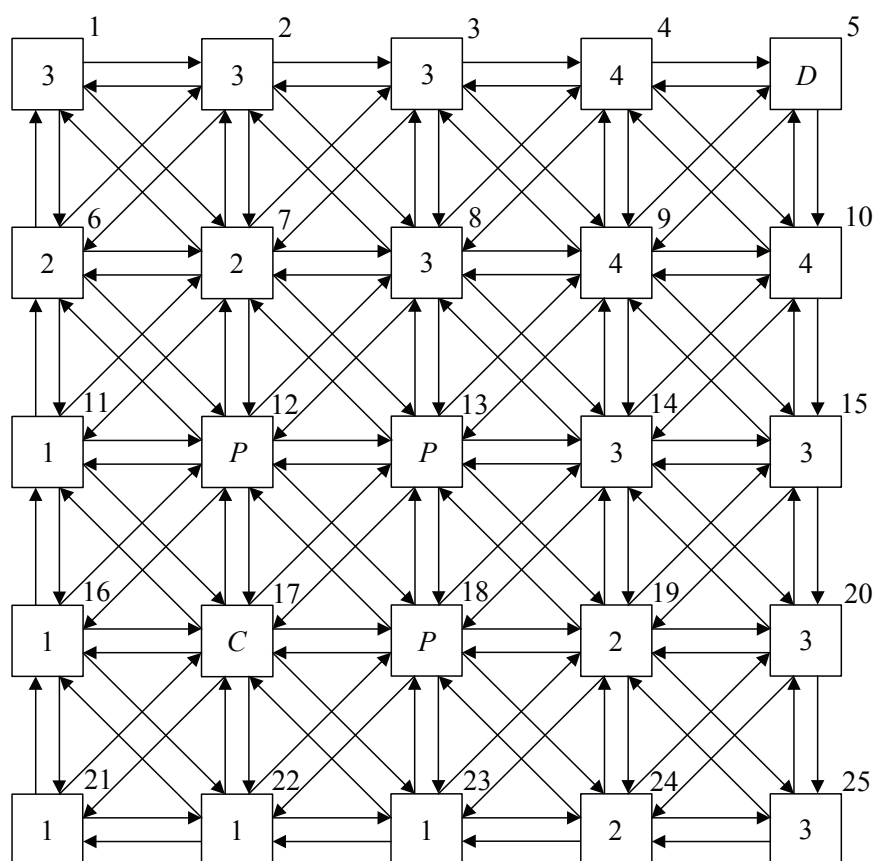


Рис. 1. Структурная схема процессора-ускорителя

Рассмотрим отдельно взятую ячейку спецпроцессора, структурная схема которой приведена на рис. 2.

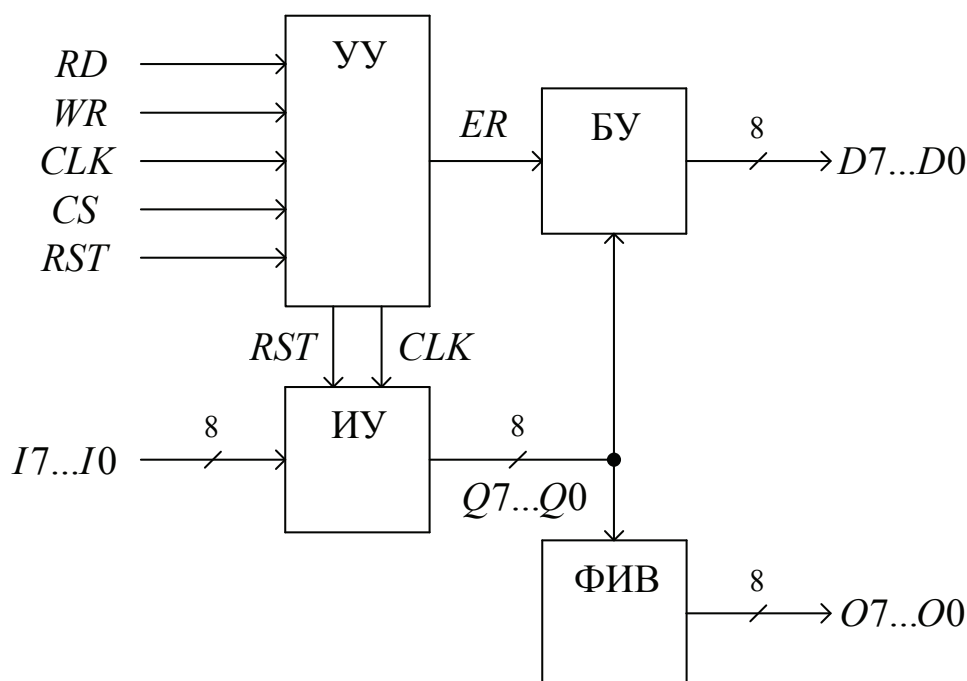


Рис. 2. Структурная схема ячейки процессора-ускорителя

Функционально ячейку можно разделить на четыре части:

- 1) управляющее устройство (УУ), отвечающее за настройку, синхронизацию и чтение состояния ячейки;
- 2) исполнительное устройство (ИУ), реализующее непосредственно алгоритм запоминания направления входящей волны
- 3) формирователь исходящей волны (ФИБ), обеспечивающий дальнейшее распространение волны после срабатывания исполнительного устройства ячейки процессора-ускорителя;
- 4) буферное устройство (БУ), передающее состояние ИУ на общую шину данных процессора-ускорителя при выборе рассматриваемой ячейки входными сигналами CS и RD .

Основные входные и выходные сигналы ячейки:

CLK – тактовый сигнал;

RST – сигнал сброса схемы;

CS – сигнал выбора ячейки для осуществления операций чтения/записи;

WR – сигнал разрешения записи данных в регистры ячейки. При подаче этого сигнала паре с CS исполнительное устройство устанавливается в заблокированное состояние. При этом в процессе функционирования схемы оно не будет реагировать на приходящие от соседних ячеек сигналы и не будет формировать исходящую волну, имитируя таким образом препятствие на трассировочном поле;

RD – сигнал разрешения чтения данных из ячейки. При подаче этого сигнала паре с CS на шину данных $D7... D0$ выставляется состояние исполнительного устройства (направление прихода волны);

$D7... D0$ – шина данных процессора-ускорителя, общая для всех трассировочных ячеек. Предназначена для чтения результатов трассировки

$I7... I0$ – входные сигналы от соседних ячеек.

$O7... O0$ – выходные сигналы к соседним ячейкам.

Ячейка, получив сигнал с одного или нескольких направлений $I7... I0$, по тактирующему импульсу CLK запоминает направление, с которого пришел сигнал, и формирует дальнейшее распространение волны. При этом после срабатывания она перестает реагировать на какие-либо изменения входных сигналов, кроме сигнала сброса RST , переводящего ячейку в исходное состояние.

Формальное описание исполнительного устройства ячейки процессора-ускорителя

Особое внимание в процессе синтеза следует уделить исполнительному устройству (ИУ) и его структуре, поскольку его функционирование носит нетривиальный характер, и его реализация с использованием стандартных методов несколько затруднена.

Рассмотрим упрощенный вариант ячейки, работающей только в ортогональных направлениях. Указанное устройство будет иметь четыре элемента памяти и его структуру можно представить в виде схемы, приведенной на рис. 3.

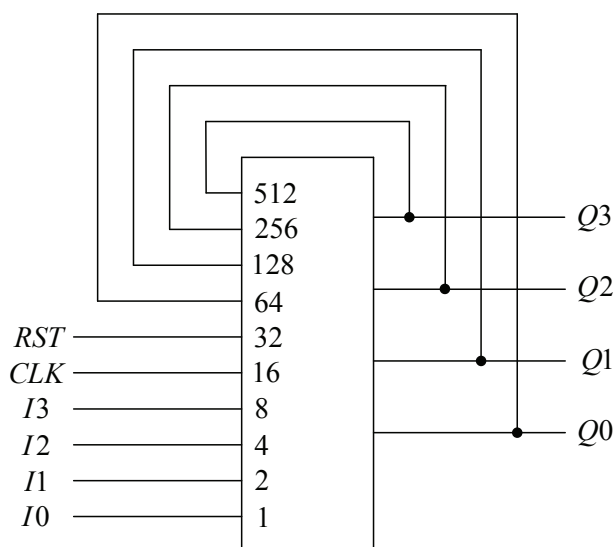


Рис. 3. Исполнительное устройство ячейки спецпроцессора

На один или несколько входов $I3...I0$ поступают сигналы от соседних ячеек, которые фиксируются по переднему фронту сигнала CLK . После этого на выходах $Q3...Q0$ можно видеть сохраненное направление пришедшего сигнала, а ячейка более не будет реагировать на изменение входных сигналов, за исключением сигнала сброса RST .

Описание работы рассматриваемого блока ИУ удобно задать в виде совмещенной таблицы переходов и выходов, которая будет содержать 16 строк (состояний) и 64 столбца (комбинаций на входах схемы).

Синтез схемы блока ИУ в САПР *Decomposer*

Если разорвать обратные связи в схеме блока ИУ трассировочной ячейки (рис. 3), то получится комбинационное устройство, имеющее 10 входов и 4 выхода [4]. Дальнейший структурный синтез схемы заключается в декомпозиции полученного комбинационного устройства с использованием САПР *Decomposer* [5] и последующем замыкании обратных связей. Числовую последовательность рассматриваемого комбинационного устройства можно получить развертыванием таблицы переходов блока ИУ по строкам [4]. Полученная последовательность содержит 1024 элемента, т.к. проектируемая комбинационная схема имеет 10 входов.

Последовательность загружается в САПР *Decomposer* в качестве исходного описания синтезируемой схемы (рис. 4).

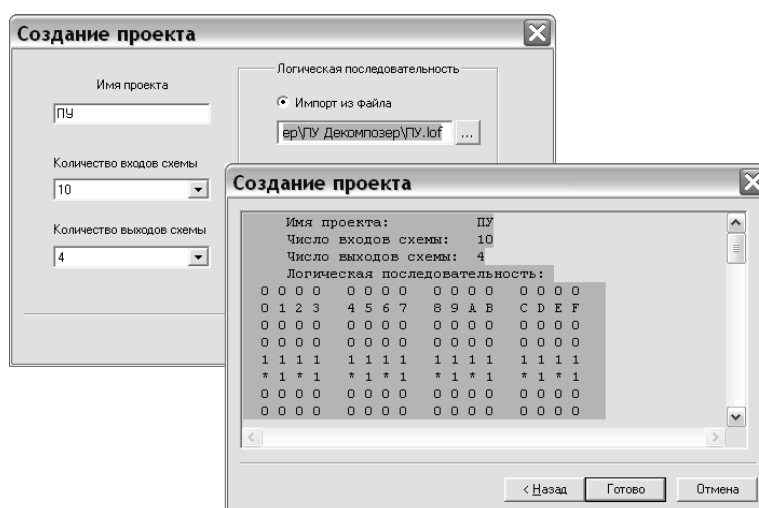


Рис. 4. Описание синтезируемого устройства в САПР *Decomposer*

Далее следует провести параллельную декомпозицию схемы. Результаты проверки существенной зависимости выходов от входов схемы, выполненной с использованием САПР *Decomposer*, представлены на рис. 5.

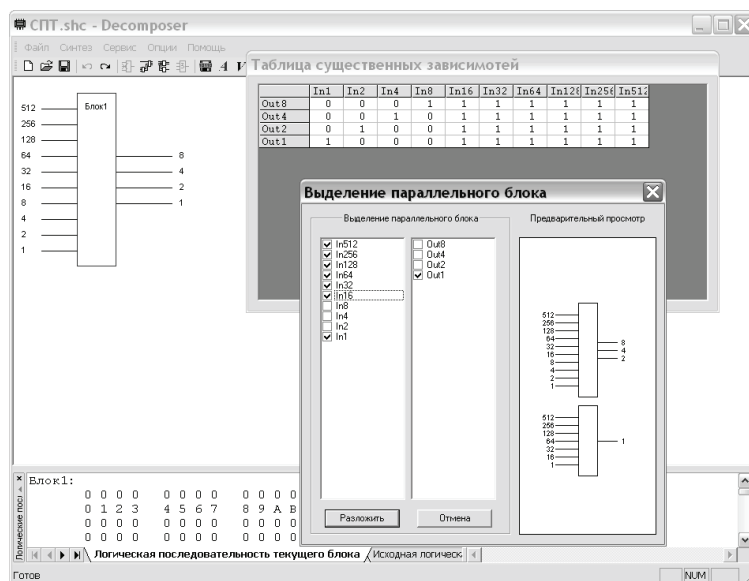


Рис. 5. Таблица существенных зависимостей схемы при выделении блока с выходом Q_0

В результате параллельной декомпозиции схемы устройства получаются четыре блока, каждый из которых имеет по 7 входов и по 1 выходу (выходы $Q_3...Q_0$ на рис. 3).

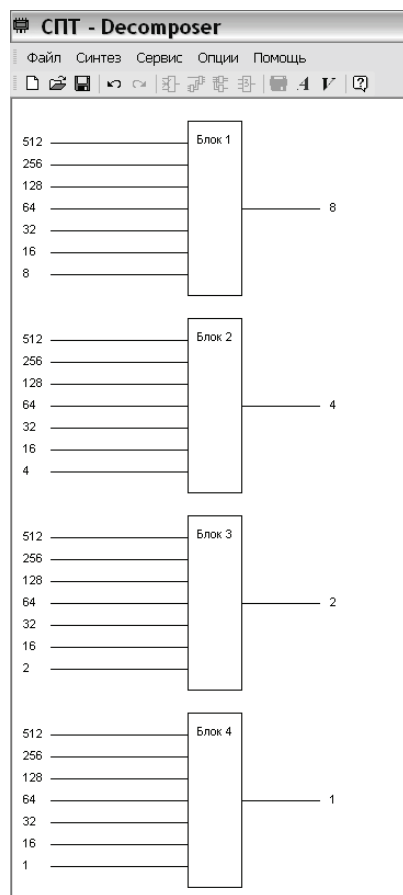


Рис. 6. Результат параллельной декомпозиции схемы

Далее следует провести синтез каждого отдельно взятого блока. Для этого необходимо сохранить последовательности всех блоков в виде отдельных файлов, и затем для каждого из них создать новый проект в САПР *Decomposer*. Поскольку рассматриваемые блоки имеют по одному выходу, дальнейший структурный синтез может быть выполнен с использованием алгоритмов последовательной декомпозиции или детализации (рис. 7) [6].

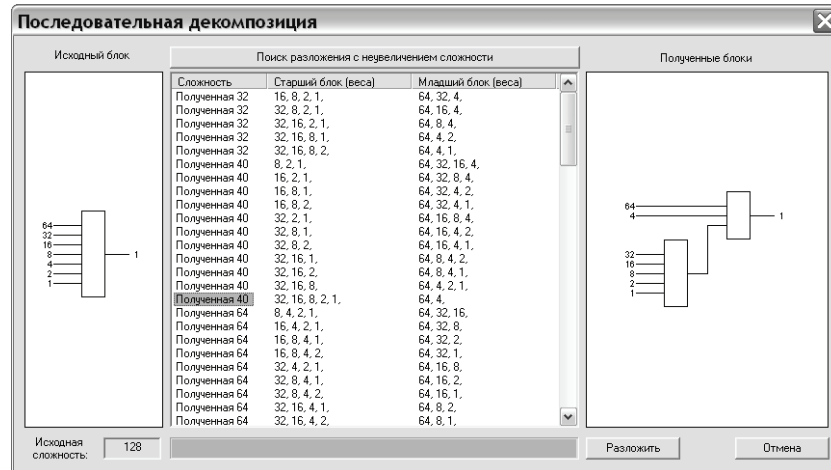


Рис. 7. Последовательная декомпозиция блока 1 с выходом Q_3

Результаты логического синтеза полученных блоков $Q_3...Q_0$ в САПР *Decomposer* приведены на рис. 8 ... 11.

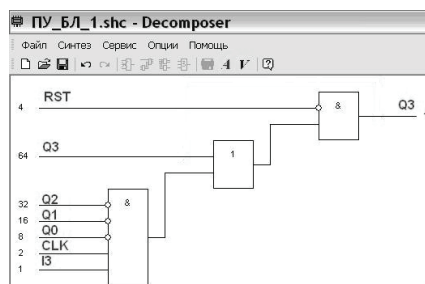


Рис. 8. Логическая схема блока 1 (выход Q_3)

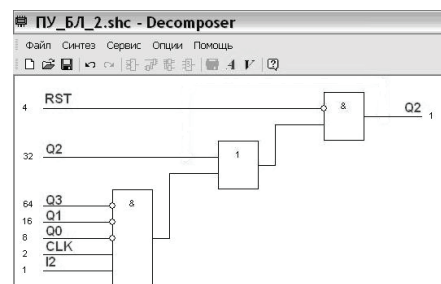


Рис. 9. Логическая схема блока 2 (выход Q_2)

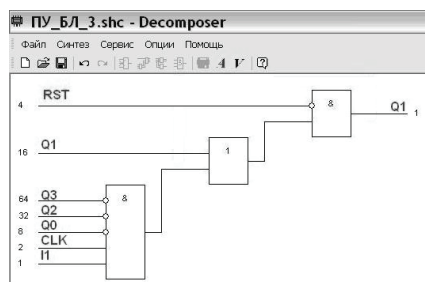


Рис. 10. Логическая схема блока 3 (выход Q_1)

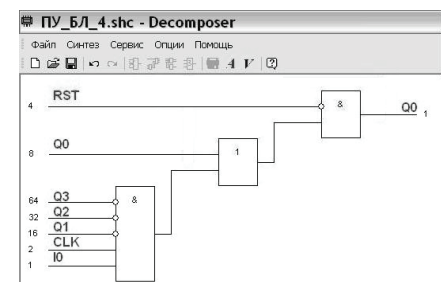


Рис. 11. Логическая схема блока 4 (выход Q_0)

В результате логического синтеза получены структурно абсолютно одинаковые схемы, отличающиеся лишь тем, что их входы подключены к разным цепям внутри ИУ. Пара двухвходовых элементов на указанных схемах при замыкании соответствующей обратной связи образует элемент памяти ячейки, а пятивходовый элемент «И» реализует функцию возбуждения, переводящую этот элемент памяти в единичное состояние. Сброс элементов памяти в нулевое состояние производится сигналом *RST*.

Реализация схемы блока ИУ в программном пакете *WebPACK ISE*

Полученные в САПР *Decomposer* схемы блоков 1...4 были перенесены в программный пакет *WebPACK ISE* для проведения моделирования и реализации исполнительного устройства ячейки спецпроцессора на микросхемах программируемой логики. Пример реализации схемы блока 1 приведен на рис. 12.

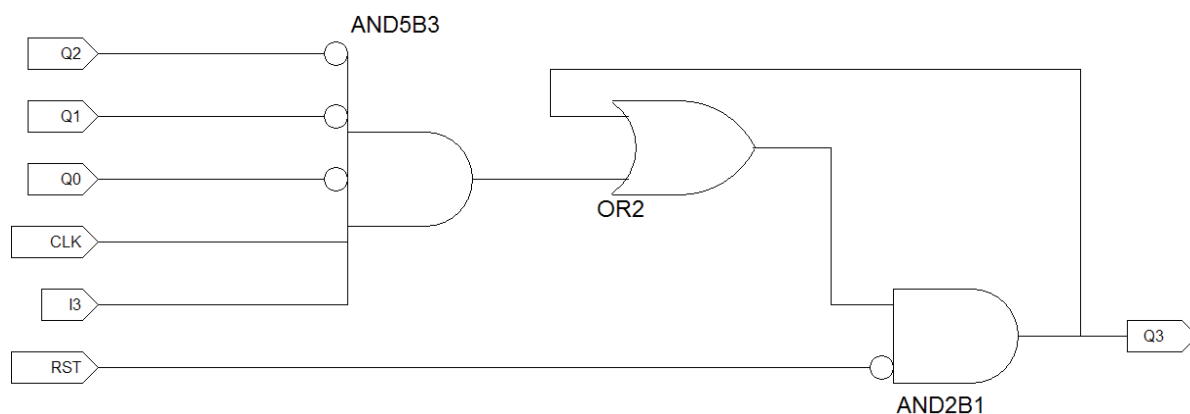


Рис. 12. Схема блока 1 в пакете *WebPACK ISE* (выход *Q3*)

Функциональное моделирование схемы процессора-ускорителя

Функциональное моделирование ячейки процессора-ускорителя проводилось с использованием специализированного программного пакета *Modelsim XE*. На рис. 13 показаны временные диаграммы работы отдельной ячейки спецпроцессора.

Временные маркеры на диаграмме (рис. 13):

t1 – сброс схемы сигналом *RST* (перевод в состояние «0»). Начало первого теста;

t_2 – на вход I_2 поступает сигнал (волна пришла снизу). Схема переходит в состояние «4». На выходе Q_2 появляется логическая «1»;

t_3 – на вход I_3 поступает сигнал (волна пришла слева). Поскольку схема находится в состоянии «4», никаких изменений не происходит;

t_4 – сброс схемы сигналом RST . Начало второго теста;

t_5 – на входы I_0 и I_3 одновременно поступают сигналы. Схема переходит в состояние «9». На выходах Q_0 и Q_3 появляются логические «1»;

t_6 – на вход I_1 поступает сигнал. Схема остается в состоянии «9»;

t_7 – сброс схемы сигналом RST . Начало третьего теста;

t_8 – на вход I_3 поступает сигнал. Схема переходит в состояние «8». На выходе Q_3 появляется логическая «1».

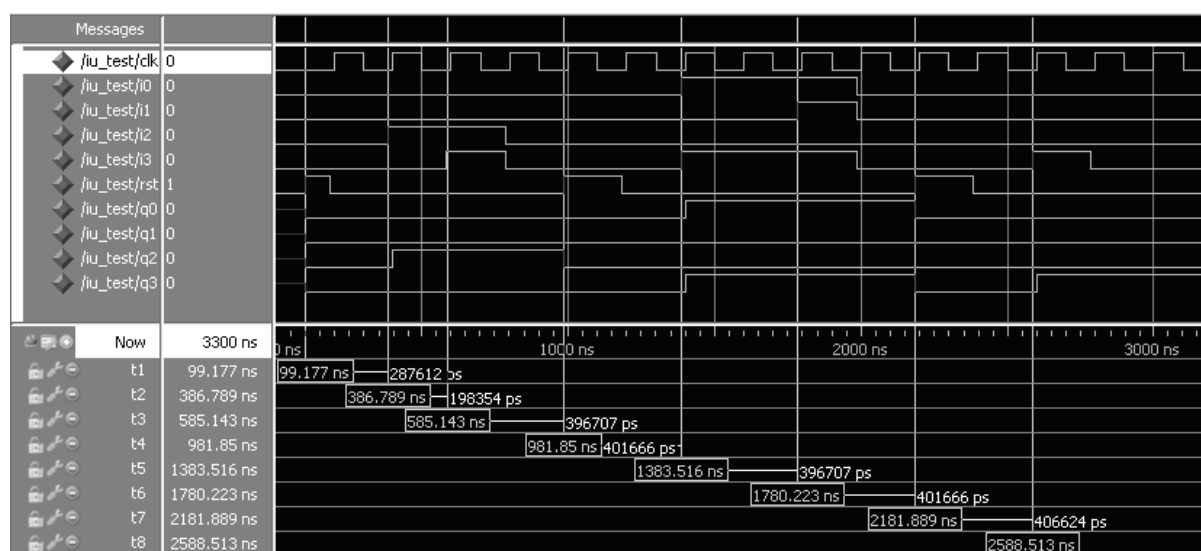


Рис. 13. Результаты моделирования синтезированной схемы ИУ

Из результатов моделирования видно, что полученное в результате синтеза с использованием САПР *Decomposer* и методов многоуровневой декомпозиции исполнительное устройство ячейки процессора-ускорителя работает в соответствии с заданным описанием.

На заключительном этапе разработки был изготовлен макетный образец процессора-ускорителя, реализованный на базе программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС) *xc95288xl* фирмы *Xilinx* (рис. 14).

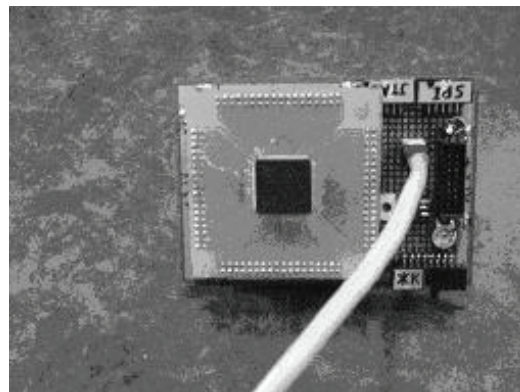
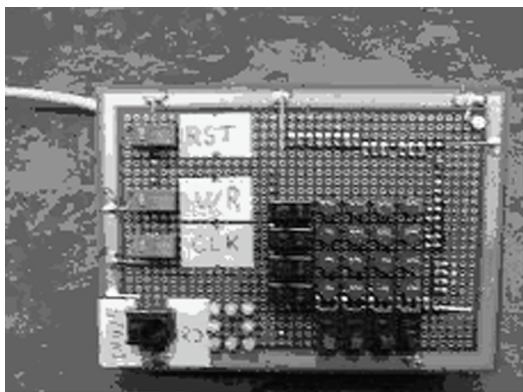
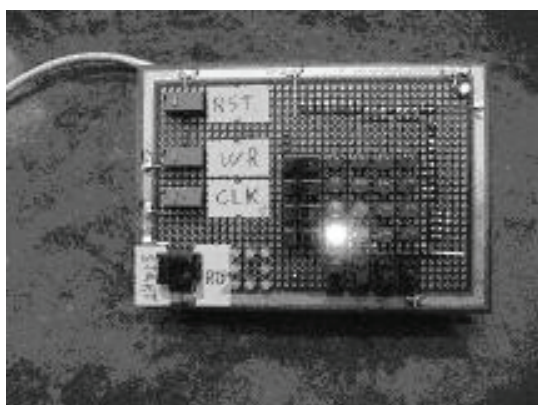
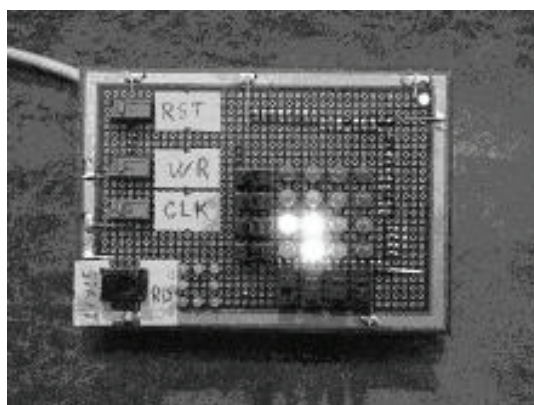


Рис. 14. Фотографии макета процессора-ускорителя

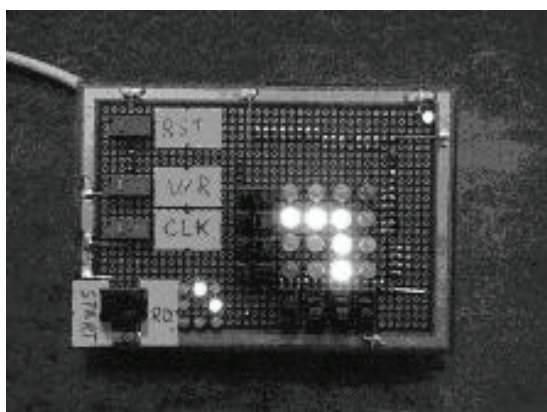
На рис. 15, а – 15, г приведены фотографии, иллюстрирующие на макетном образце процесс распространения волны по модели трассировочного поля, начиная с левого нижнего угла.



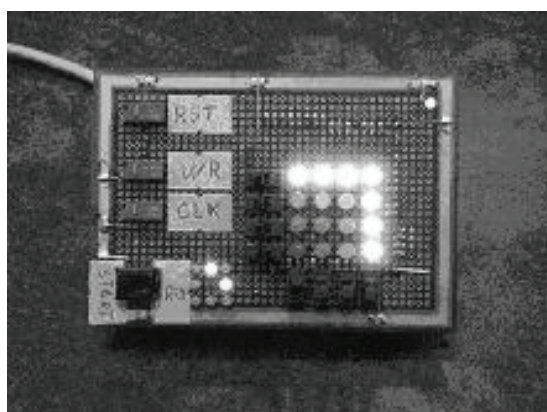
а)



б)



в)



г)

Рис. 15. Последовательность распространения волны по модели трассировочного поля

Список литературы

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. – М.: Мир, 1982. – 584 с.
2. Графический процессор *RSX*. URL <http://ru.wikipedia.org/wiki/RSX> (дата обращения 14.04.2011 г.).
3. Артамонов Е.И., Коновалов И.В., Ничипирович Т.А., Тишкевич Е.В. Процессор-ускоритель автоматической трассировки соединений между элементами на плоскости. // Научно-практический журнал «Открытое Образование». 2011. №2 (86). Ч. 2. С. 18 – 22.
4. Коновалов В.Н., Белов А.А., Коновалов И.В. Подход к логическому синтезу асинхронных конечных автоматов в виде комбинационных схем с обратными связями // Труды МГТУ № 596. Методы исследования и проектирования сложных технических систем: сборник статей. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – С. 116 – 126.
5. САПР *Decomposer* для автоматизированного проектирования цифровых схем / В.Н. Коновалов [и др.] // Системный анализ и информационные технологии САИТ – 2007: труды второй междунар. конф. – М.: Изд. ЛКИ, 2007. – Т. 2. – С. 270 – 273.
6. Детализация комбинационных логических схем для покрытия простыми логическими элементами / В.Н. Коновалов [и др.] // Труды МГТУ № 594. Методы исследования и проектирования сложных технических систем: сборник статей. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – С. 103 – 113.

Коновалов И.В., ассистент.

E-mail: ivan-k85@mail.ru.

Коновалов В.Н., ст. преподаватель.

E-mail: v.konovalov@list.ru.

I.V. Konovalov¹, V.N. Konovalov²

AUTOMATIC PLANE CONNECTIONS TRACING BOOST PROCESSOR LOGICAL SYNTHESIS APPROACH

¹ Trapeznikov Control problems Institute of the Russian Academy Sciences

² Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga, 248000, Russia

Thesis dedicated to hardware tracer synthesis using multilevel decomposition algorithms implemented in CAD Decomposer.

Keywords: *automatic plane connections tracing, boost processor, combined jump/output table, multilevel decomposition, finite-state automation logical synthesis, behavioral modeling, programmable logic devices, FPGA, CPLD.*

Konovalov I.V., assistant.

E-mail: ivan-k85@mail.ru.

Konovalov V.N., senior lecturer.

E-mail: v.konovalov@list.ru.

В.Н. Коновалов, М.О. Корлякова

ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МАЛЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ АППАРАТАМИ В НЕЙРОСЕТЕВОМ БАЗИСЕ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Представлен обзор основных направлений аппаратной реализации нейронных сетей и оценены их возможности для использования на борту малых космических аппаратов. Проведено моделирование отдельных узлов нейросетевой системы управления в условиях ограниченных ресурсов.

Ключевые слова: *нейронные сети, малые космические аппараты, системы управления.*

Системы управления летательных аппаратов решают широкий спектр задач разного типа. При этом значительно отличаются объекты управления и требования к качеству. Однако, все системы этого класса должны быть надежны, устойчивы к внешним искажениям, работать в большом диапазоне входных характеристик и по возможности обеспечивать автономное управление летательным аппаратом.

В настоящее время отмечен значительный рост интереса к интеллектуальным системам управления. Он обусловлен развитием аппаратных средств и появлением новых методов формирования подобных систем. Основным преимуществом интеллектуальных систем управления можно считать следующие их особенности [1]:

- система формируется за счет обучения, т.е. предъявления примеров и поощрения/наказания изменяемых параметров,
- разработаны различные типы обучаемых систем для решения широкого круга задач, активно совершенствуется аппаратная база для реализации интеллектуальных систем управления,
- интеллектуальные системы управления адаптивны, что позволяет работать в широком диапазоне условий и целей.

Можно привести примеры успешного решения задач управления в рамках нейросетевого подхода, который в наибольшей степени ориентирован на работу в условиях автономного обучения и управления. Например, модель *нейросетевого* управления для решения задач наблюдения на борту

космического аппарата [2]. В работе [3] предложено использовать комплекс из 3-х нейронных сетей типа многослойный перцептрон для решения всего комплекса задач управления на борту аппарата. Отмечено, что система справляется с поставленной задачей стабилизации высоты и скорости, но в режиме моделирования не обеспечено достаточное быстродействие, что можно преодолеть за счет решения задачи в реально параллельном аппаратном базисе.

Нейросетевые модели принятия решений ориентированы, как правило, на решение задач низкого уровня управления. Однако, в настоящий момент существует развитый класс нечетких нейронных сетей, которые аппроксимируют процедуры нечеткого дедуктивного вывода. Например, известная архитектура *ANFIS* [4], которая обеспечивает интеграцию нечетких, нейросетевых моделей и технологий самоорганизации. Преимуществом такой формы нейросетевого подхода является способность к самоорганизации и адаптации в процессе жизни системы.

Недостаток нейронных сетей состоит в значительной избыточности модели необходимой для качественного решения задачи. Однако, избыточность заключена в числе нейронов и их размере, а основная вычислительная сложность решения задачи переносится на этап обучения. Это позволяет значительно повысить скорость обработки на этапе решения задач. Кроме того, необходимо отметить, что надежность систем нейросетевого типа обеспечена их способностью удовлетворительно решать задачи даже при отказе существенной части системы. Из опыта известно, что отключение 15 % нейросетевой системы не приводит к существенному снижению качества решения задачи [4]. По итогам моделирования нейронной сети прямого распространения (многослойного перцептрона) показано, что отключение слабых связей не приводит к значительному снижению качества классификации [4, 5].

Из всего выше сказанного следует, что интеллектуальные технологии нашли довольно широкое применение в современных системах управления летательных аппаратов. Они позволяют решать задачи управления на борту с качеством, сравнимым с традиционными подходами, и обеспечивают высокую надежность и быстродействие вычислительной системы. Однако, поскольку в рассмотренных примерах использованы нейронные сети с настраиваемыми параметрами вещественного типа, то существуют определенные трудности при решении задачи их аппаратной реализации. Параллельная обработка информации в нейронных сетях может быть сделана на

разном уровне сложности аппаратного базиса. Например, использование параллельных вычислителей в форме связанных между собой микроконтроллеров-нейронов, позволяет создать нейронную сеть из сложных нейронов с непрерывными входами. Такая сеть для бортовой системы управления не всегда подходит, поскольку размер ее аппаратной реализации может оказаться достаточно значительным. С другой стороны, использование специализированного аппаратного базиса (например, нейропроцессоров), создает более компактную модель, но не обладает достоинствами универсальной вычислительной системы при решении задач, отличных от реализации нейронной сети. Таким образом, необходимо рассматривать не только возможность решения в нейросетевом базисе задач управления на борту летательного аппарата, но и определить пути реализации такой формы управления.

Рассмотрим в качестве примера систему управления малым космическим аппаратом (МКА — Малый Космический Аппарат). В структуре МКА можно выделить полезную нагрузку и служебные подсистемы, обеспечивающие процесс целевого функционирования [6]. Интерес представляет одновременное в однородном базисе решение всех поставленных задач. Современные малые космические аппараты активно внедряются в практику и, как правило, построены на цифровой элементной базе [7]. Удачные примеры реализации МКА показывают единство подходов при решении задач управления и задач взаимодействия с наземными информационными системами.

Эксплуатация МКА протекает в удаленных условиях, на орбите, в связи с чем актуальны средства моделирования процессов функционирования спутника для оценки орбитальной обстановки и поддержки принятия решений по управлению микроспутником в режиме реального времени [8]. Эти средства должны обеспечить прогнозирование состояния всех систем МКА при условии, что сложность решаемых задач может существенно отличаться, и необходим аппарат, одинаково успешно работающий для простых и сложных объектов.

Процесс обучения может быть достаточно длительным, но процесс принятия решения в нейросети определяется только количеством слоев (и нейронов для случая последовательной обработки). В нейросетевом базисе можно эффективно решить задачу аппроксимации функции поиска управляющего воздействия за время меньшее или сравнимое с традиционным подходом. Кроме того, следует отметить, что однородные методы решения

разнородных задач управления позволят существенно упростить аппаратную реализацию системы управления.

Таким образом, нейронные и нейро-нечеткие системы управления удовлетворяют требованиям, предъявляемым к бортовым системам МКА, и формируют модели управления в общем технологическом ключе, как точки зрения аппаратного решения, так и в смысле единства способов получения решения.

Аппаратная реализация разрабатываемых нейронных сетей должна обеспечивать небольшой вес, высокую надежность и иметь достаточно универсальный характер для реализации разнородных задач. Рассмотрим возможные варианты реализации бортовых систем управления МКА в нейросетевом базисе.

Элементной базой нейровычислительных систем являются заказные кристаллы (*ASIC*), встраиваемые микроконтроллеры (*mC*), процессоры общего назначения (*GPP*), программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС – *FPGA*), транспьютеры, цифровые сигнальные процессоры (*DSP*) и нейрочипы [11]. Использование любых из них позволяет сегодня реализовать нейровычислители, функционирующие в реальном масштабе времени, однако наибольшее использование при реализации нейровычислителей нашли ПЛИС, *DSP* и, конечно, нейрочипы.

DSP (*Digital Signal Processor* – цифровые сигнальные процессоры), обладая мощной вычислительной структурой, позволяют реализовать различные алгоритмы обработки информационных потоков. Сравнительно невысокая цена, а также развитые средства разработки программного обеспечения позволяют легко применять их при построении вычислительных систем с массовым параллелизмом.

Программируемая логика способна работать на более высоких частотах, но поскольку управление реализовано аппаратно, изменение алгоритмов работы требует перепрограммирования ПЛИС. Низкая тактовая частота *DSP* пока ограничивает максимальную частоту обрабатываемого аналогового сигнала до уровня в 10 ... 20 МГц, однако, программное управление позволяет достаточно легко изменять не только режимы обработки, но и функции, выполняемые *DSP*. Помимо обработки и фильтрации данных, *DSP* могут осуществлять маршрутизацию цифровых потоков, выработку управляющих сигналов, формирование сигналов системных шин *ISA*, *PCI* и др.

Особенностью использования *DSP* и ПЛИС в качестве элементной базы нейровычислителей является то, что ориентация в выполнении ней-

росетевых операций обуславливает, с одной стороны, повышение скоростей обмена между памятью и параллельными арифметическими устройствами, а с другой стороны – уменьшение времени весового суммирования (умножения и накопления) за счет применения фиксированного набора команд типа регистр-регистр [9 – 11].

Среди *DSP* с фиксированной точкой весьма достойно выглядит первый российский сигнальный процессор (нейросигнальный процессор) фирмы «Модуль» – *Neuro Matrix* [11]. При тактовой частоте 50 МГц он практически не уступает по производительности изделиям мировых лидеров, а по некоторым параметрам (вместо задачам) даже превосходит их.

При создании нейровычислительных систем на базе сигнальных процессоров необходимо помнить, что *DSP* обладают высокой степенью специализации. В них широко используются методы сокращения длительности командного цикла, характерные для универсальных *RISC*-процессоров, такие как конвейеризация на уровне отдельных микроинструкций и инструкций, размещение операндов большинства команд в регистрах, использование теневых регистров для сохранения состояния вычислений при переключении контекста, разделение шин команд и данных (Гарвардская архитектура). В то же время, для сигнальных процессоров характерным является наличие аппаратного умножителя, позволяющего выполнять умножение как минимум двух чисел за один командный такт. Другой особенностью сигнальных процессоров является включение в систему команд таких операций, как умножение с накоплением *MAC* ($C = A * B + C$ с указанным в команде числом выполнений в цикле и с правилом изменения индексов используемых элементов массивов *A* и *B*, то есть уже реализованы преобразования базовых нейроопераций – взвешенное суммирование с накоплением), инверсия бит адреса, разнообразные битовые операции [11].

Отдельно следует рассмотреть возможность создания параллельных вычислителей (в том числе, и нейро-) на базе ПЛИС (программируемых логических интегральных схем) – можно убрать, расшифровка есть выше. В настоящее время множество фирм в мире занимается разработкой и выпуском различных типов микросхем программируемой логики (ПЛ) ПЛИС – убрать, однако лидерство делят фирмы *Xilinx* и *ALTERA*. Выделить продукцию какой-либо одной из них невозможно, поскольку по техническим характеристикам они различаются очень мало.

В настоящее время фирма *ALTERA* выпускает семь семейств СБИС ПЛ, а компания *Xilinx* выпускает семь серий ПЛИС двух типов (*FPGA* –

Field Programmable Gate Array и *CPLD – Complex Programmable Logic Device*). Покажем на примере ПЛИС *Xilinx* их основные особенности [10]:

- значительный объём ресурсов – до 4 млн. системных вентилей на кристалл;
- высокая производительность с системными частотами до 300 МГц;
- технологические нормы – до 0,18 мкм на 6 слоях металла;
- высокая гибкость архитектуры с множеством системных особенностей, таких как внутреннее распределенное и блочное ОЗУ, логика ускоренного переноса, внутренние буферные элементы с третьим состоянием и так далее;
- низкое энергопотребление;
- короткий цикл проектирования и быстрое время компиляции;
- развитые и недорогие средства проектирования;
- возможность перевода проектов в заказные схемы.

Реализация нейровычислителей на основе ПЛИС требует участия эксперта на топологической стадии проектирования. Это обусловлено тем, что автоматизированный режим разводки пока не позволяет достигать 60 ... 100 % использования ресурсов кристалла по разводке, а это является принципиальным для сильносвязанных схем, к которым относятся и нейросетевые вычислители. Построение нейровычислителей на их основе хотя и даёт высокую гибкость создаваемых структур, но пока еще проигрывает по производительности по сравнению с другими решениями.

Таким образом, реализация нейровычислительных систем и специализированных вычислителей с массовым параллелизмом на базе *DSP* и ПЛИС эффективна при решении задач цифровой обработки сигналов, обработки видео- и аудиоданных и построения технических систем управления. При реализации нейровычислителей сегодня, как правило, приоритетно используется гибридная структура, в которой блок матричных вычислений реализуется на базе кластерного соединения *DSP*-процессоров, а логика управления – на основе ПЛИС.

Основной элементной базой перспективных нейровычислителей являются нейрочипы. Их производство ведётся во многих странах мира, причём большинство из них на сегодняшний день ориентированы на закрытое использование (то есть, создавались для конкретных специализированных управляющих систем). Разработка нейрочипов ведётся во многих странах мира. (На сегодня) В настоящий момент можно выделить две базовые линии развития вычислительных систем с массовым параллелизмом (ВСПП)

[10]: ВСМП с модифицированными последовательными алгоритмами, характерными для однопроцессорных фоннеймановских алгоритмов и ВСМП на основе принципиально новых сверхпараллельных нейросетевых алгоритмов решения различных задач (на базе нейроматематики). В России разработан нейросигнальный процессор *Neuro Matrix NM6403* (фирма «Модуль», Россия) [11]. Основой *Neuro Matrix NM6403* является процессорное ядро *NeuroMatrixCore (NMC)*, которое представляет собой синтез-бильную модель высокопроизводительного *DSP*-процессора с архитектурой *VLM/SIMD* (язык *Verilog*). Ядро состоит из двух базовых блоков: 32-бит *RISC*-процессора и 64-бит векторного процессора, обеспечивающего выполнение векторных операций над данными переменной разрядности (патент РФ № 2131145). Базовыми для нейропроцессора являются вычисления вида:

$$Z_i = f(Y_i) = f(U_i + \sum_{j=1}^N X_j W_{ij}), (i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N),$$

где Z_i – выходной сигнал i -го нейрона, X_j – j -й входной сигнал слоя, U_i – смещение i -го нейрона, W_{ij} – весовой коэффициент j -го входа i -го нейрона, Y_i – сумма взвешенных входов i -го нейрона, f – функция активации, N – количество входных сигналов слоя, M – количество нейронов в слое. Операнды Z_i , X_j , U_i и W_{ij} представлены в дополнительном параллельном коде и могут иметь произвольную разрядность.

Основными особенностями рассматриваемого нейропроцессора являются:

- возможность работы с входными сигналами (синапсами) и весами переменной разрядности (от 1 до 64 бит), задаваемыми программно, что обеспечивает уникальную способность нейропроцессора увеличивать производительность с уменьшением разрядности операндов;
- быстрая подкачка новых весов на фоне вычислений;
- 24 операции умножения с накоплением за один такт при длине операндов 8 бит;
- реализация функции активации в виде пороговой функции или функции ограничения;
- возможность работать с данными переменной разрядности по различным алгоритмам, реализуемым с помощью хранящихся во внешнем ОЗУ программ.

Нейропроцессор, благодаря своей универсальности, сможет применяться как базовый элемент для плат нейроускорителей ПК *PC*, для созда-

ния нейрокомпьютерных параллельных вычислительных систем большой производительности, а также для аппаратной поддержки операций над матрицами большой размерности и в задачах цифровой обработки сигналов. Указанный нейропроцессор используется в нейроускорителях фирмы «Модуль» (Россия) [11].

Подводя итоги, отметим, что нейропроцессоры имеют большие перспективы применения в нейросетевых системах управления в силу изначальной ориентации на нейроподобную структуру организации вычислений. Однако, как и другие рассмотренные варианты организации нейросетевых систем управления, они имеют ограничения при представлении входных и выходных данных, а так же ограниченное разрешение для представления синаптических весов. Поэтому, моделирование систем управления в нейросетевом базисе должно подразумевать разумное ограничение представления входов и настраиваемых параметров сетей.

Проведем моделирование отдельных элементов бортовых систем управления для решения вопроса о способе аппаратной реализации управляющей нейронной сети. В качестве простой линейной системы рассмотрим модель атмосферы по 1976 *COESA Atmosphere Model*^{*}, которая задает зависимость от высоты (от 0 до 32000 м.) значений температуры (T , (K)), давления (P , (Pa)), скорости звука (a , (m/s)) и плотности (ρ , (kg/m³)). Данные для моделирования были сформированы через блок *COESA Atmosphere Model block* пакета *Aerospace Blockset Simulink Matlab*. Общая выборка данных содержала 1000 примеров по каждой выходной характеристике.

В данном случае модель не требует формирования динамической нейронной структуры, поскольку известно, что все выходные характеристики непосредственно связаны с текущей высотой и не определяются предшествующими измерениями. В этом случае модель атмосферы можно аппроксимировать сетью вида многослойный перцептрон. Поскольку характеристика зависимости выходных величин модели $T(h)$, $a(h)$, $P(h)$, $\rho(h)$ близка к линейной в рассматриваемом диапазоне значений h , то имеет смысл использовать 1 – 2 слойные сети прямого распространения типа [5], структура которой приведена на рис.1 (схема сети для моделирования атмосферы).

Варьируемые параметры модели:

- число нейронов n ,
- тип нейронов $f(X)$,
- число слоев.

^{*} U.S. Standard Atmosphere, 1976, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.

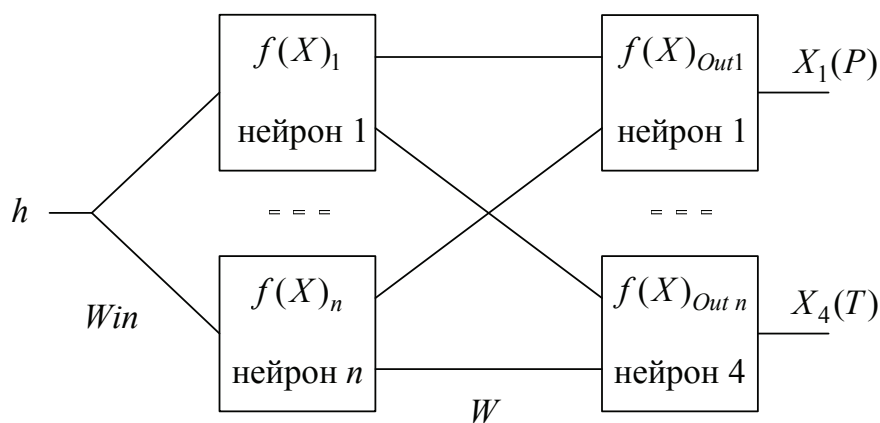


Рис. 1.

В процессе обучения нейронной сети изменяются весовые коэффициенты сети к состоянию, которое обеспечивает наименьшее значение ошибки обучения и обобщения (исследуемой как среднее абсолютное отклонение). Моделирование нейронной сети произведено в пакете *Neural Network ToolBox*.

Для каждой конфигурации осуществляется 10 перезапусков сети со случайного начального состояния с усреднением ошибок по всем реализациям. Таким образом, осуществляется анализ функциональных возможностей архитектуры, а не сравнение конкретных уникальных реализаций.

Все входные и выходные переменные подвергаются предварительной обработке в форме простейшей нормализации на основании исследования примеров обучающей выборки, что позволяет повысить скорость и качество обучения.

Все сети обучены на основе алгоритма обратного распространения ошибки с изменением весовых коэффициентов по методу «сопряженного градиента» [4], а результаты обучения приведены в табл. 1.

Сеть с наилучшим параметром n определяется по минимальной ошибке тестирования как двухслойная сеть логистических нейронов, где $n = 4$.

Вариант с $n = 0$ (без скрытого слоя) гомогенной сети логистических нейронов позволяет получить ошибки следующего уровня (табл. 2).

Следующая моделируемая структура соответствует варианту гетерогенной сети, где два нейрона выходного слоя логистические и два нейрона линейные.

Схема такой конфигурации сети может быть описана следующим образом: $n = 0$ – число нейронов скрытого слоя (сеть имеет только один слой), $f(X)_1, f(X)_2$ – логистический нейрон, $f(X)_3, f(X)_4$ – линейные нейроны, а ошибки обработки тестов и обучения приведены в табл. 3.

Таблица 1. Абсолютные средние ошибки обучения и тестирования для двухслойной гомогенной нейронной сети (логистический нейрон) с алгоритмом обучения «метод сопряженного градиента»

n – число нейронов	P , (Pa)	ro , (kg/m ³)	a , (m/s)	T , (K)	P , (Pa)	ro , (kg/m ³)	a , (m/s)	T , (K)
	обучение				тестирование			
1	0.503	0.4148	0.3474	0.259	0.492	0.3937	0.3347	0.2465
3	0.312	0.2678	0.3249	0.408	0.301	0.2602	0.3130	0.3884
4	0.251	0.2718	0.2671	0.286	0.237	0.2629	0.2601	0.2815
5	0.231	0.2576	0.2358	0.291	0.222	0.2517	0.2232	0.2874
6	0.302	0.3479	0.4860	0.311	0.290	0.3330	0.4673	0.2983

Таблица 2. Ошибки обучения и тестирования для сети без скрытого слоя

n – число нейронов	P , (Pa)	ro , (kg/m ³)	a , (m/s)	T , (K)	P , (Pa)	ro , (kg/m ³)	a , (m/s)	T , (K)
	обучение				тестирование			
0	0.340	0.2695	0.3653	0.483	0.333	0.2637	0.3626	0.4778

Таблица 3. Ошибки обучения и тестирования для сети без скрытого слоя

n – число нейронов	P , (Pa)	ro , (kg/m ³)	a , (m/s)	T , (K)	P , (Pa)	ro , (kg/m ³)	a , (m/s)	T , (K)
	обучение				тестирование			
0	0.179	0.0370	0.0135	0.109	0.180	0.0372	0.0136	0.1099

Таким образом, очевидно, что с точки зрения критерия минимальной сложности сети наиболее эффективной является модель гетерогенной однослойной сети, схема которой приведена на рис.2 (однослойная гетерогенная нейронная сеть модели атмосферы).

Моделирование линейных и слабо нелинейных объектов и подсистем гетерогенными однослойными сетями с подбором нейронов соответствующего аппроксимируемой зависимости типа позволяет минимизировать размер системы управления и перейти к однородным формам моделирования различных процессов.

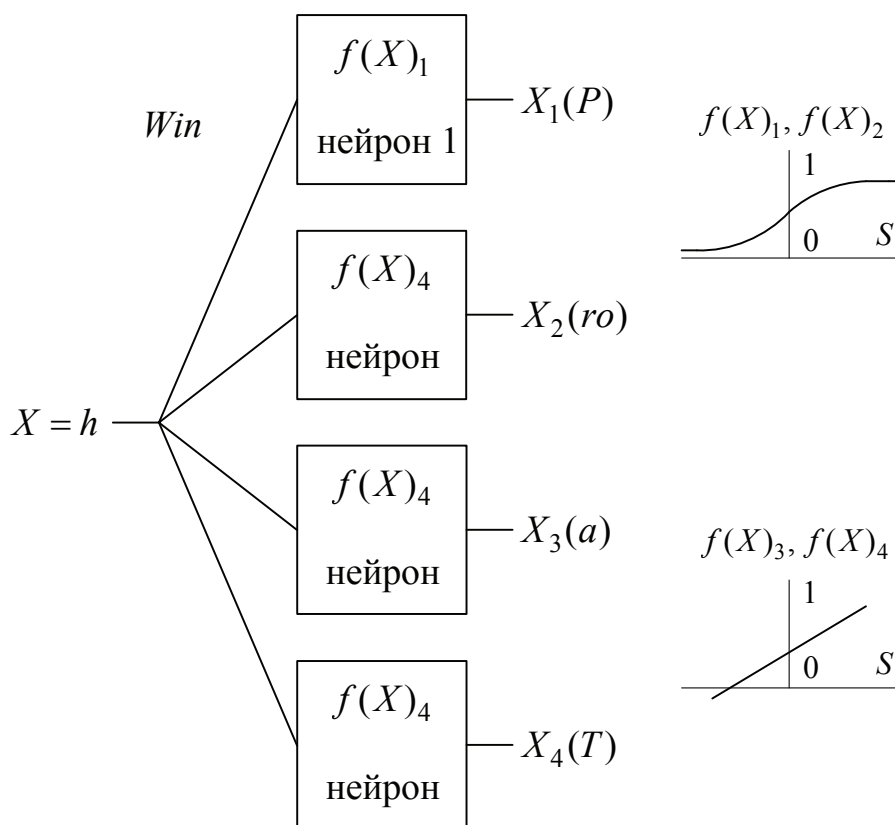


Рис. 2.

Поскольку нейронные сети типа многослойного перцептрона являются универсальным аппроксиматором [4], то возможно построить модели более сложных подсистем летательных аппаратов. Рассмотрим в качестве примера моделирование системы наведения и определения величины ускорения, которое должна развивать противоракета при решении задачи поражения движущейся мишени. В качестве модели использован один из демонстрационных примеров *Aerospace ToolBox MatLab*.

Модельные данные сформированы относительно нескольких подмножеств случайных начальных значений начальной высоты мишени относительно рассматриваемой в качестве объекта управления противоракеты и начальной скорости мишени. Общий объем данных составляет 2500 примеров, из которых 2300 использованы для обучения. Ошибки обучения и тестирования формируемой нейросетевой модели приведены в табл. 4.

Поскольку реализация непрерывных моделей входных сигналов в цифровой элементной базе может быть затруднена, рассмотрим моделирование линейной системы (атмосферы) с дискретной моделью кодирования входного сигнала. Будем представлять каждый из входов 8-разрядным числом со знаком. Тогда входной сигнал будет представлен шиной из 8-и бинарных входов, а выходной – шиной из 32-х бинарных выходов.

Таблица 4. Ошибки моделирования нейросетевой системы для вычисления параметров управления противоракетой

$neuro_n$	sig_d	$az-d$	$sigdot$	Vc	Rm	sig_d	$az-d$	$sigdot$	Vc	Rm
	обучение					тестирование				
4	0.070	0.013	0.016	0.084	0.047	0.070	0.013	0.015	0.084	0.046
6	0.056	0.015	0.016	0.065	0.036	0.057	0.016	0.014	0.067	0.036
8	0.044	0.014	0.016	0.064	0.028	0.043	0.014	0.015	0.065	0.028
10	0.038	0.013	0.018	0.062	0.027	0.038	0.014	0.017	0.063	0.027

По итогам моделирования, которые отображены в табл. 5, получена следующая схема сети:

- число нейронов $n = 6$,
- диапазон входов $X_i = \{-1, 1\}$,
- тип выходного нейрона $f(X)_1, \dots, f(X)_6$ – нейрон с отсеченной линейной функцией активации,
- настраиваемые параметры сети определены из интервала $[-1, 1]$,
- значения выходного параметра сети $f(X)_i$ определены в интервале $[0, 1]$.

Таблица 5. Результаты моделирования модели атмосферы с дискретными входами

n – число нейронов	$P,$ (Pa)	$ro,$ (kg/m ³)	$a,$ (m/s)	$T,$ (K)	$P,$ (Pa)	$ro,$ (kg/m ³)	$a,$ (m/s)	$T,$ (K)
	обучение				тестирование			
01.01.00	0.287	0.3336	0.3379	0.310	0.306	0.3376	0.3398	0.3216
01.03.00	0.204	0.1961	0.1804	0.199	0.216	0.2051	0.1860	0.2062
01.05.00	0.084	0.0996	0.0562	0.116	0.088	0.1066	0.0572	0.1148
01.06.00	0.108	0.0644	0.0625	0.048	0.117	0.0697	0.0667	0.0532

Реализация нелинейной модели с дискретизированными входами позволила получить сеть, которая содержит 32 бинарных входа, 40 бинарных выходов и нейроны скрытого слоя по типу отсеченной линии, а результаты ее моделирования приведены в табл. 6.

Рассмотрим вариант реализации системы с бинаризацией синаптических весов сети после общего обучения (все веса из W и Win приведены к виду -1 или $+1$).

Таблица 6. Ошибки обучения и обобщения для бинарной модели входов и выходов нелинейного объекта

<i>neuron</i>	<i>sig_d</i>	<i>az-d</i>	<i>sigdot</i>	<i>Vc</i>	<i>Rm</i>	<i>sig_d</i>	<i>az-d</i>	<i>sigdot</i>	<i>Vc</i>	<i>Rm</i>
	обучение					тестирование				
4	0.3071	0.2333	0.0460	0.1289	0.2392	0.3136	0.2349	0.0498	0.1390	0.2412
8	0.2192	0.0493	0.0365	0.1289	0.1832	0.2228	0.0499	0.0399	0.1386	0.1853
12	0.2762	0.0524	0.0326	0.1338	0.2154	0.2755	0.0555	0.0321	0.1341	0.2187
16	0.2700	0.0732	0.0330	0.1341	0.2062	0.2677	0.0753	0.0327	0.1345	0.2093
20	0.2361	0.0568	0.0312	0.1320	0.1903	0.2345	0.0590	0.0306	0.1324	0.1920

Ошибки обучения для модели с бинарными весами составляют соответственно

$$e_{test} = [0.3236 \ 0.1986 \ 0.0360 \ 0.1379 \ 0.2320],$$

что несколько больше, чем у исходной модели, но сравнимы по уровню. Таким образом, нелинейные модели характерные для бортовых систем управления летательными аппаратами также удачно аппроксимируют гетерогенные нейронные сети.

Общая характеристика ошибок для всех типов моделей приведена на рис. 3 (средние ошибки тестирования (усреднение 5-и выходных каналов) для различных типов сетей), где видно, что наилучшим качеством моделирования при минимальных аппаратных затратах обладают гетерогенные нейронные сети.

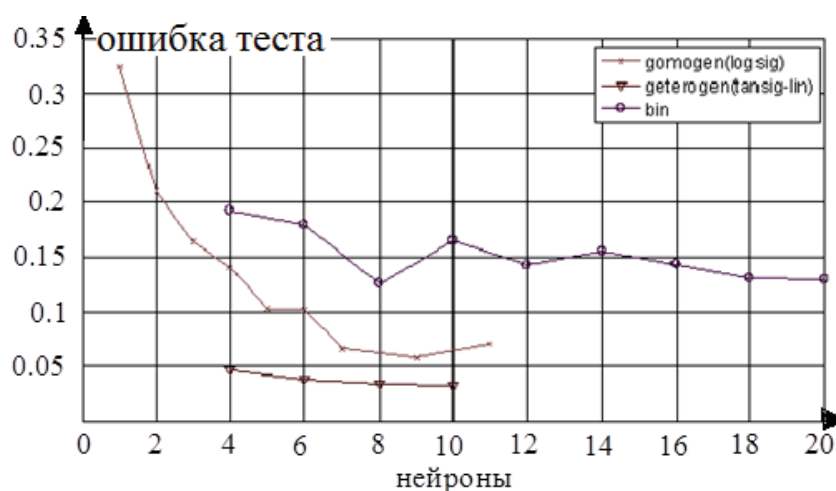


Рис. 3

Полученные результаты моделирования позволяют утверждать, что даже для нелинейных объектов можно сформировать систему управления или модель в бинарном базисе на основе нейросетевого подхода.

Список литературы

1. Пролетарский А.В. Системный синтез интеллектуальных систем управления космических аппаратов и комплексов // Наука и образование. Электронное научно-техническое издание. – 2007. – № 3.
2. Ефимов В.В. Нейросетевое обеспечение бортовых комплексов управления космических аппаратов наблюдения // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2003. – № 5. – С. 26 – 32.
3. Система управления на основе нейронных сетей. URL <http://hsb.ru/user/hsbadmin/> (дата обращения 21.08.2011).
4. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс, 2-е изд.: Пер. с англ. – М.: ООО «Изд. дом Вильямс». – 2006. – 1104 с.
5. Ермоленко А.В., Корлякова М.О. Применение виртуальных моделей объектов для обучения нейросетей // Двенадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2010, Тверь, Россия, 2010: Труды конференции. – М.: Физматлит, 2010. – Т.2. С. 107 – 115.
6. Система информационной поддержки жизненного цикла малого научно-образовательного космического аппарата / Р. Р. Каримов [и др.] // Сб. тр.11-й междунар. конф. CSIT. – 2009. – Т. 3. – С. 22 – 28.
7. Анализ современных возможностей создания малых космических аппаратов для дистанционного зондирования Земли / Н.Н. Севастьянов [и др.] // ТРУДЫ МФТИ. – 2009. – Том 1. – № 3.
8. Информационная поддержка жизненного цикла микроспутника на основе сквозных интеллектуальных моделей / В.Н. Блинов [и др.] // Вестник УГАТУ, Серия «УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА». – Уфа: УГАТУ, 2010. – Т. 14. – № 4 (39). – С. 97 – 103.
9. Элементная база нейровычислителей URL http://lib.zabspu.ru/citforum/hardware/neurocomp/neurocomp_04.shtml.htm (дата обращения 1.12.2013)
10. Шахнов В.А, Власов А.И., Кузнецов А.С. Поляков Ю.А. Нейрокомпьютеры - архитектура и реализация URL <http://www.citforum.idknet.com/hardware/neurocomp/index.shtml> (дата обращения 30.11.2013)
11. Комарцова Л.Г., Максимов А.В., Нейрокомпьютеры – М: МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004 – 400 с.

Коновалов В.Н., ст. преподаватель.

E-mail: v.konovalov@list.ru.

Корлякова М.О., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: mkorlyakova@yandex.ru.

V.N. Konovalov, M.O. Korlyakova

APPROACH TO DEVELOPMENT OF CONTROL SYSTEMS FOR MICRO SPACECRAFTS IN NEURONETWORK BASIS

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

The review of the main directions of hardware realization of neural networks is submitted and their opportunities for use on board micro spacecraft are estimated. Modeling of same elements of a neuronet control system in the conditions of limited resources is carried out.

Keywords: *neuronet, micro spacecraft, control system.*

Konovalov V.N., senior lecturer.

E-mail: v.konovalov@list.ru.

Korlyakova M.O., associate professor, Ph.D.

E-mail: mkorlyakova@yandex.ru.

В.И. Краснощеченко

ПРОСТОЙ АЛГОРИТМ ТЕРМИНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПНЕВМОПРИВОДОМ ПРИ НАЛИЧИИ ФАЗОВОГО ОГРАНИЧЕНИЯ И ОГРАНИЧЕНИЯ НА УПРАВЛЕНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЛОСКОСТЕЙ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В данной статье представлен простой алгоритм терминального управления перемещением штока пневмопривода из любого возможного начального состояния в любое возможное конечное состояние за фиксированное время, фиксированное число равных шагов, с учётом всех ограничений и без удара об ограничитель. В основе алгоритма лежит преобразование исходной задачи терминального управления в задачу линейного программирования, а затем находятся плоскости переключения для реализации алгоритма в реальном масштабе времени. Моделирование показало высокую эффективность и точность предложенного алгоритма управления.

Ключевые слова: задача быстрогодействия, скользящий режим, плоскости переключения, фазовые ограничения, задача линейного программирования, симплекс метод.

Постановка задачи. В работе Н.В. Фалдина и А.В. Моржова [1] изложена методика синтеза оптимального по быстродействию рулевого пневмопривода. Для синтеза используется разработанный авторами локальный метод. Структурная схема данного пневмопривода представлена на рисунке 1. Управляющее напряжение u подаётся на пневмораспределитель, а выходом является поступательное перемещение штока поршня ϕ .

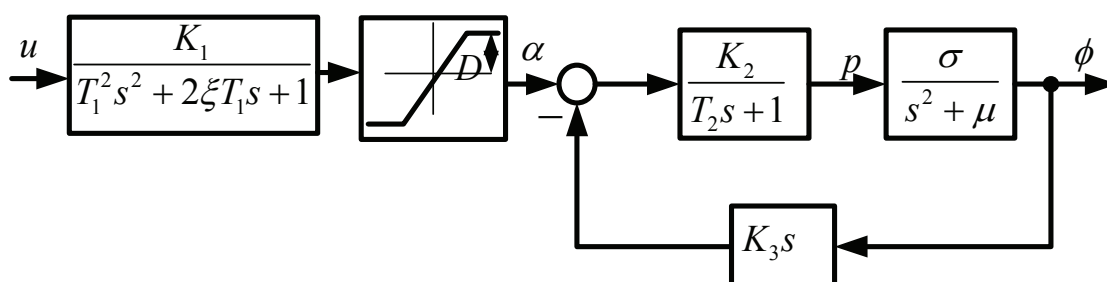


Рис. 1

Параметры системы: $T_1 = 0,002$ с; $T_2 = 0,00106$ с; $\xi = 6,5$; $\sigma = 3,927 \cdot 10^{-4}$ м/Па; $\mu = 532950 \text{ с}^{-2}$; $D = 0,015$ рад; $K_1 = 0,01$ рад/В; $K_2 = 1,9 \cdot 10^8$ Па/рад; $K_3 = 3,23 \cdot 10^{-3}$ рад с/м; $A = 27$ В.

Особенностью данной системы управления, кроме обычного ограничения на управление – ограниченности питающего напряжения, – является наличие ограничителей в форме жёстких механических упоров, ограниченно угловое перемещение выхода пневмораспределителя, $|\alpha| \leq D$. В локальном методе синтеза оптимального управления некоторые фазовые переменные при выходе на ограничитель могут иметь разрывы первого рода, что не имеет места в классическом подходе к решению задач с фазовыми ограничениями [2,3].

Привод работает в релейном режиме и должен за минимальное время обеспечить перемещение рулей (штока пневмопривода) из установившегося состояния $\phi(0) = \mp b$ в установившееся состояние $\phi(\min t_1) = \pm b$, где b – любое числовое значение из диапазона $0 \leq b \leq b^*$ и $b^* = \frac{D\sigma K_2}{\mu} = 0,0021$

м. Фактически, число b определяет шаг поступательного перемещения штока пневмопривода (рулей) в прямом направлении, $-b$, соответственно, в обратном. В работе [1] предполагается, что этот шаг должен быть постоянным. Если на каком-то этапе управления будет необходим переменный шаг (больше – увеличить шаг для более динамичного (но относительно грубого) перемещения рулей; меньше – повысить точность перемещения рулей), данный алгоритм в представленном виде работать не будет. Конечно, минимальное время перехода из состояния $\phi(0) = \mp b$ в $\phi(\min t_1) = \pm b$ – очень важный фактор управления, так как определяет максимальное быстродействие пневмопривода. Однако, наличие разрывов первого рода по угловой скорости при выходе на ограничитель значительно усложняет расчёт оптимального управления, а сам скачок (приблизительно в 10 рад/с), и, соответственно удар об ограничитель, (в [1] он предполагается абсолютно неупругим) приводят к механическому износу элементов пневмопривода. Негативным фактором также является возможность появления достаточно узких, трудно реализуемых на практике, импульсов (доли мс) релейного управления (см. пример в [1, стр. 127])

В данной статье предлагается простой алгоритм терминального управления перемещением штока из *любого начального состояния*

$\phi(0) = \mp b_1, b_1 \in [0, b^*]$, $b^* = 0,0021$ м в любое конечное состояние $\phi(T) = \pm b_2, b_2 \in [0, b^*]$ за фиксированное время $T = 7,4 \cdot 10^{-3}$ с (определено моделированием), фиксированное число *равных* (относительно больших, приблизительно по 1,5 мс) шагов $N = 5$, с учётом всех ограничений и без удара об ограничитель; управление кусочно-постоянное $u \in [-A, A] = [-27, 27]$ В, для реализации которого можно использовать ШИМ-управление. Алгоритм использует плоскости переключения, поэтому в дальнейшем будем его называть ПП-алгоритмом. Плоскости переключения получены на основании аппроксимации решений 900 задач линейного программирования симплекс-методом (общее время решения всех задач 65 секунд на ПК с тактовой частотой 1,3 ГГц и оперативной памятью 1,24 Гб). Каждая задача линейного программирования определяет управление для решения некоторой задачи терминального управления с учётом фазового ограничения и ограничения на управление. Данный метод описан в статье автора [4], представленной в этом сборнике. Далее для краткости его мы будем называть СМ-алгоритм. По сути ПП-алгоритм – это простая и, как будет показано, эффективная аппроксимация всех решений терминальных задач, полученных с помощью СМ-алгоритма.

Выбор базиса для представления системы управления в пространстве состояний. Исходная система в пространстве состояний (по работе [1]). Вектор состояния: $\mathbf{x} = (\alpha \ \dot{\alpha} \ p \ \phi \ \dot{\phi})^T$. Ограничения : $|\alpha| \leq D = 0,015$ рад, $|u| \leq A = 27$ В.

$$\Sigma_0 : \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_0 \mathbf{x} + \mathbf{b}_0 u, \\ y = \mathbf{c}_0 \mathbf{x},$$

где

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2,5 \cdot 10^5 & -6,5 \cdot 10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 1,7925 \cdot 10^{11} & 0 & -9,434 \cdot 10^2 & 0 & -5,7896 \cdot 10^8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3,927 \cdot 10^{-4} & -5,3295 \cdot 10^5 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{b}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{c}_0 = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0).$$

Число обусловленности матрицы $\mathbf{A}_0: C_{\mathbf{A}_0} = 8,9228 \cdot 10^{17}$ При таком большом числе обусловленности $C_{\mathbf{A}_0}$ дискретизация системы Σ_0 и представление задачи управления как задачи линейного программирования становится крайне сложной проблемой, в первую очередь с вычислительной точки зрения. Предлагается использовать сбалансированную модель в пространстве состояний для исходной структурной схемы пневмопривода (рисунок 1), которая получена с использованием пакета MATLAB.

Модель пневмопривода в новых координатах:

$$\Sigma: \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u, \\ y = \mathbf{c}\tilde{\mathbf{x}},$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -943,4 & -742,5 & -959 & 0 & 39,06 \\ 1024 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 512 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -6500 & -488,3 \\ 0 & 0 & 0 & 512 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{c} = (0 \ 0 \ 8,391 \ 0 \ 0).$$

Матрица перехода \mathbf{S} от системы Σ к Σ_0 , $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}$, имеет вид:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 8,9263 \cdot 10^{-11} & -1,2114 \cdot 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,3276 \cdot 10^{-4} \\ 0 & 0 & 0 & 1,1917 \cdot 10^{-1} & 0 \\ -8,8818 \cdot 10^{-16} & 8,0 \cdot 10^{-4} & 7,9409 \cdot 10^{-23} & 7,276 \cdot 10^{-12} & 4,4409 \cdot 10^{-16} \\ 4,096 \cdot 10^{-1} & 0 & -3,3087 \cdot 10^{-24} & 0 & 2,7756 \cdot 10^{-17} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{S} = \mathbf{M}_c (\mathbf{M}_{c0})^{-1}$, \mathbf{M}_c – матрица управляемости для системы Σ , \mathbf{M}_{c0} – матрица управляемости для системы Σ_0

Число обусловленности для сбалансированной матрицы \mathbf{A} : $C_{\mathbf{A}} = 171,14$, т.е. на 15 порядков меньше, чем $C_{\mathbf{A}_0}$. Поэтому для представления и решения задачи терминального управления, как задачи линейного программирования, используем модель Σ . Моделирование для нахождения траекторий с полученным управлением проводим для обеих систем.

Собственные числа матриц \mathbf{A}, \mathbf{A}_0 :

$$\sigma(\mathbf{A}) = \sigma(\mathbf{A}_0) = \{-788,1; -77,6 \pm j \cdot 794,9; -6461,3; -38,7\}.$$

$$T = 7,3 \cdot 10^{-3} \text{ с}; N = 80.$$

Сравнение решения задачи быстрогодействия с помощью СМ-алгоритма и локальным методом. Рассматривается решение задачи быстрогодействия по переводу системы из начального состояния $\phi(0) = b_1 = -1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ в конечное состояние $\phi(T) = b_2 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Движение по границе осуществляется в скользящем (при выбранном шаге дискретизации $h = T/N$) режиме. На рисунке 2 представлены графики оптимального по быстродействию перевода системы из состояния $\phi(0) = b_1 = -1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ в $\phi^*(T) = b_2 = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ с использованием СМ-алгоритма: а) изменение угла $\alpha(t)$; б) перемещение штока $\phi(t)$; в) график управления $u(t)$. Числовые характеристики моделирования: число шагов дискретизации $N = 80$, число итераций $N_{iter} = 174$, $\phi(T) = 1,801 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, $\dot{\phi}(T) = -0,0007 \text{ м/с}$. Полученные траектории системы и управление (рисунок 2) практически совпадают с результатами работы [1, с. 127] за исключением прохождения границы: в статье [1] выход на упор и прижим к ограничителю, в данной работе – скользящий режим.

Ниже мы рассмотрим применение СМ-алгоритма для управления пневмоприводом при любых начальных и конечных условиях, причём выбранное фиксированное время $T_0 = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ и фиксированное число $N = 5$ равных интервалов кусочно-постоянного управления позволяют практически без временных потерь и скользящих режимов обеспечить необходимый переход. А для значительного упрощения и убыстрения работы алгоритма управления в онлайн режиме получена аппроксимация решения задач СМ-алгоритмом с использованием плоскостей переключения (ПП-алгоритм).

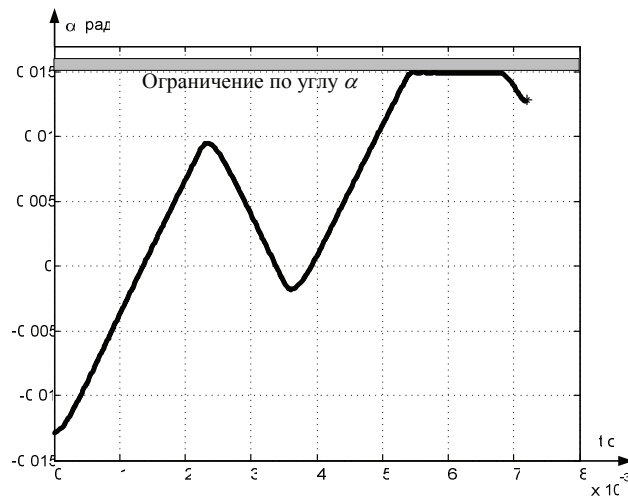
Построение плоскостей переключения для определения управления на отдельных интервалах. Рассматриваются варианты для начального и конечного положения выходной координаты ϕ : $0 \geq b_1 \geq -b^*$, $0 \leq b_2 \leq b^*$, где $b^* = |\phi_{\max}| = 0,0021$ м. Интервалы

$$b_1 \in [-b^*, 0] = \left[-\frac{D\sigma K_2}{\mu}, 0 \right] = [-0,0021 \dots 0]$$

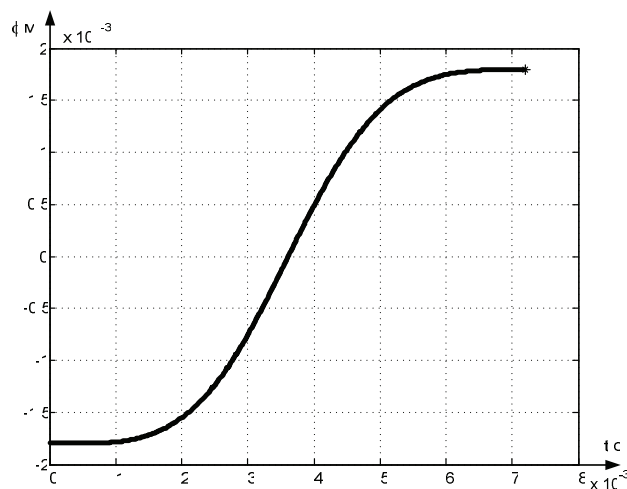
и

$$b_2 \in [0, b^*] = \left[0, \frac{D\sigma K_2}{\mu} \right] = [0 \dots 0,0021]$$

разбиты на 30 равных подинтервалов и для каждого значения $\{b_1, b_2\}$ решена задача оптимизации (всего 900 задач).



а)



б)

Рис. 2

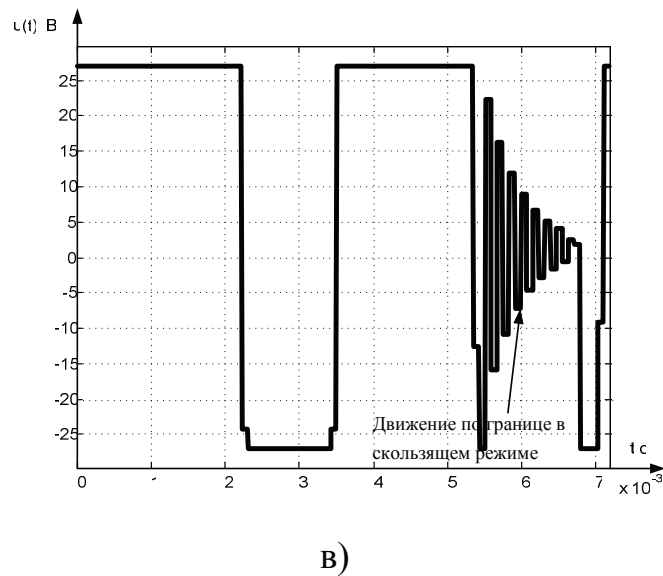


Рис. 2 (продолжение)

По результатам моделирования получены аппроксимирующие плоскости переключения.

Первый интервал управления (рисунок 3). Плоскости переключения:

плоскость P_{11} : $u(0) = A = 27 \text{ В}$;

плоскость P_{12} : $u(0) = -16085,71429 \cdot b_1 + 16800 \cdot b_2$, В.

Алгоритм работы: если $U = -16085,71429 \cdot b_1 + 16800 \cdot b_2 < A = 27 \text{ В}$, тогда $u(0) = U$, иначе $u(0) = A = 27 \text{ В}$.

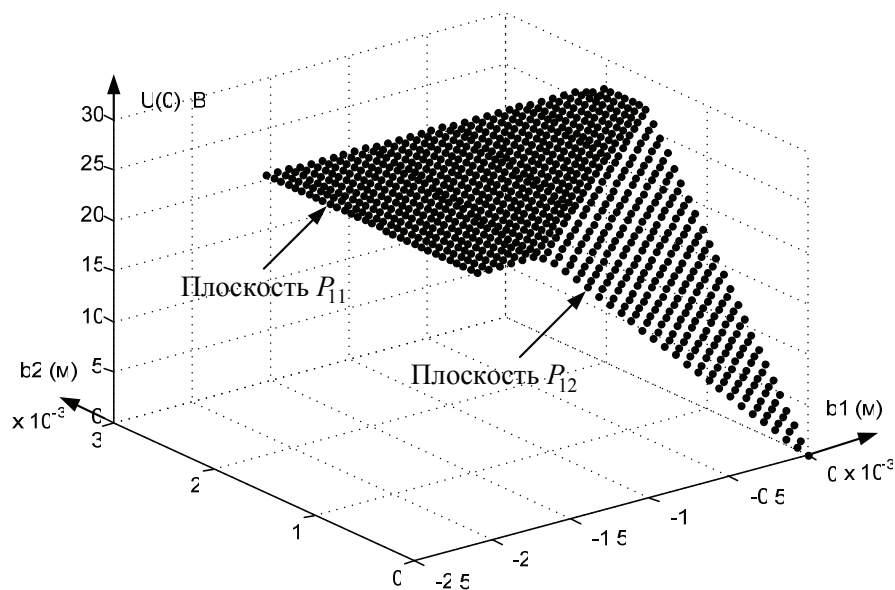


Рис. 3

Второй интервал управления (рисунок 4). Плоскости переключения:
 плоскость $P_{21} : u(1) = -11360,09445 \cdot b_1 + 13311,68831 \cdot b_2 - 46,79793388$, В.
 плоскость $P_{22} : u(1) = 16521,42857 \cdot b_1 - 15807,14286 \cdot b_2$, В.

Пересечение плоскостей и проекция линии пересечения на плоскость $b_1 O b_2$ $\vec{P}_2 = \vec{I} (P_{21} \cap P_{22}) : b_2 = 0,9575083 \cdot b_1 + 0,0016071$.

Алгоритм работы: если $b_2 \leq 0,9575083 \cdot b_1 + 0,0016071$, тогда $u(1) \in P_{22}$, иначе $u(1) \in P_{21}$.

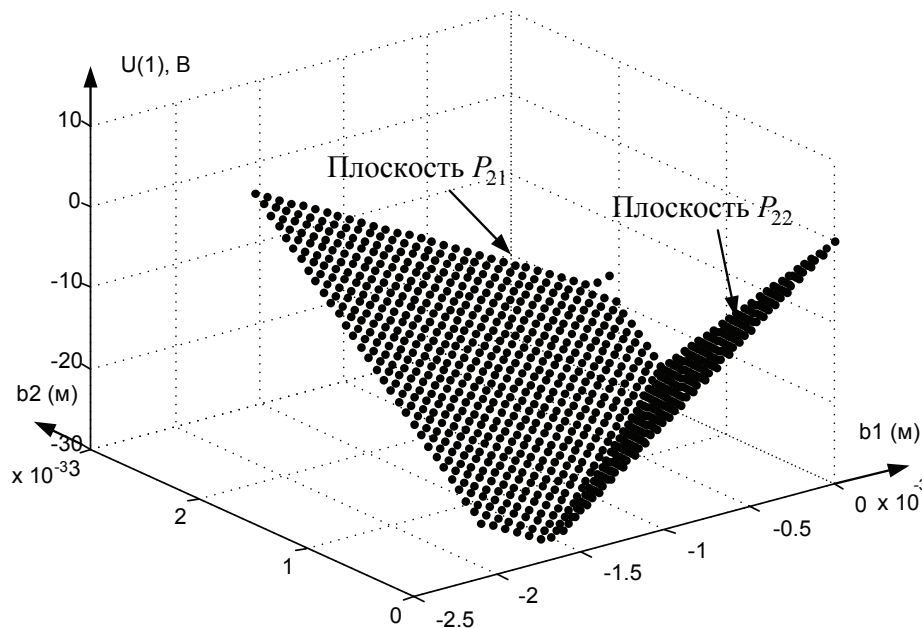


Рис. 4

Третий интервал управления (рисунок 5). Плоскости переключения:
 плоскость $P_{31} : u(2) = 8084,642857 \cdot b_1 - 8462,857143 \cdot b_2 + 46,8167$, В.
 плоскость $P_{32} : u(2) = -16220,48872 \cdot b_1 + 16933,64662 \cdot b_2 + 0,004$, В.

Пересечение плоскостей и проекция линии пересечения на плоскость $b_1 O b_2$ $\vec{P}_3 = \vec{I} (P_{31} \cap P_{32}) : b_2 = 0,9570267 \cdot b_1 + 0,0016071$.

Алгоритм работы: если $b_2 \leq 0,9570267 \cdot b_1 + 0,0016071$, тогда $u(2) \in P_{32}$, иначе $u(2) \in P_{31}$.

Четвёртый интервал управления (рисунок 6). Плоскости переключения:

плоскость $P_{41} : u(3) = -7713,592705 \cdot b_1 + 8947,6231 \cdot b_2 - 19,5423166$, В.
 плоскость $P_{42} : u(3) = 3627,236316 \cdot b_1 - 2874,677348 \cdot b_2 - 0,44732087$, В.

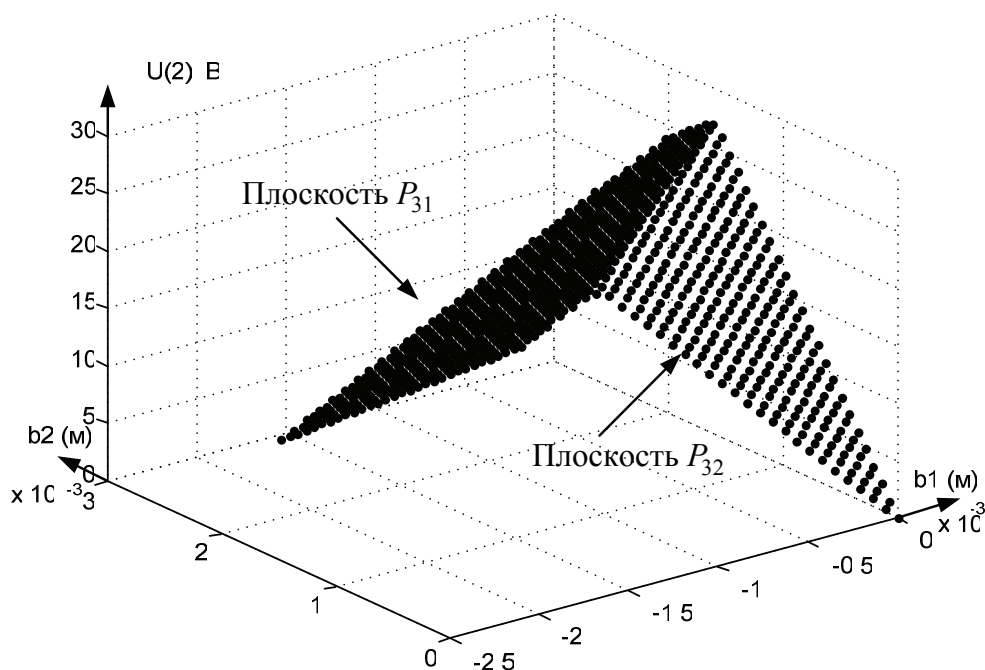


Рис. 5

Пересечение плоскостей и проекция линии пересечения на плоскость b_1Ob_2 : $\vec{P}_4 = \vec{I} (P_{41} \cap P_{42}): b_2 = 0,9592743 \cdot b_1 + 0,00161517$.

Алгоритм работы: если $b_2 \leq 0,9570267 \cdot b_1 + 0,0016071$, тогда $u(3) \in P_{42}$, иначе $u(3) \in P_{41}$.

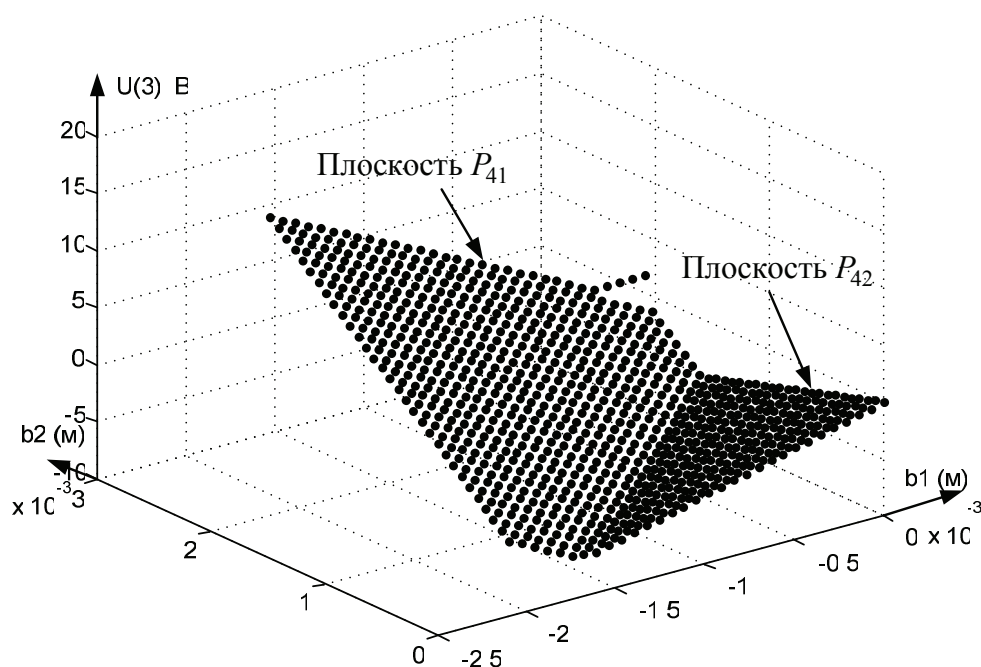


Рис. 6

Пятый интервал управления (рисунок 7). Плоскость переключения одна:

плоскость $P_{51} : u(4) = 0,710109 \cdot b_1 + 713,888889 \cdot b_2 + 0,00166$, В.

Алгоритм работы: $u(4) \in P_{51}$.

Моделирование показало, что предложенный ПП-алгоритм, имея очень высокое быстродействие, позволяет получить хорошую терминальную точность во всём диапазоне перемещения штока пневмопривода. В таблице 1 представлены некоторые результаты терминальных значений желаемого $\phi^*(T) = b_2$ и полученного $\phi(T)$ выходного угла при различных значениях $\{b_1, b_2\}$. Видно, что точность перевода системы в конечную точку весьма высокая.

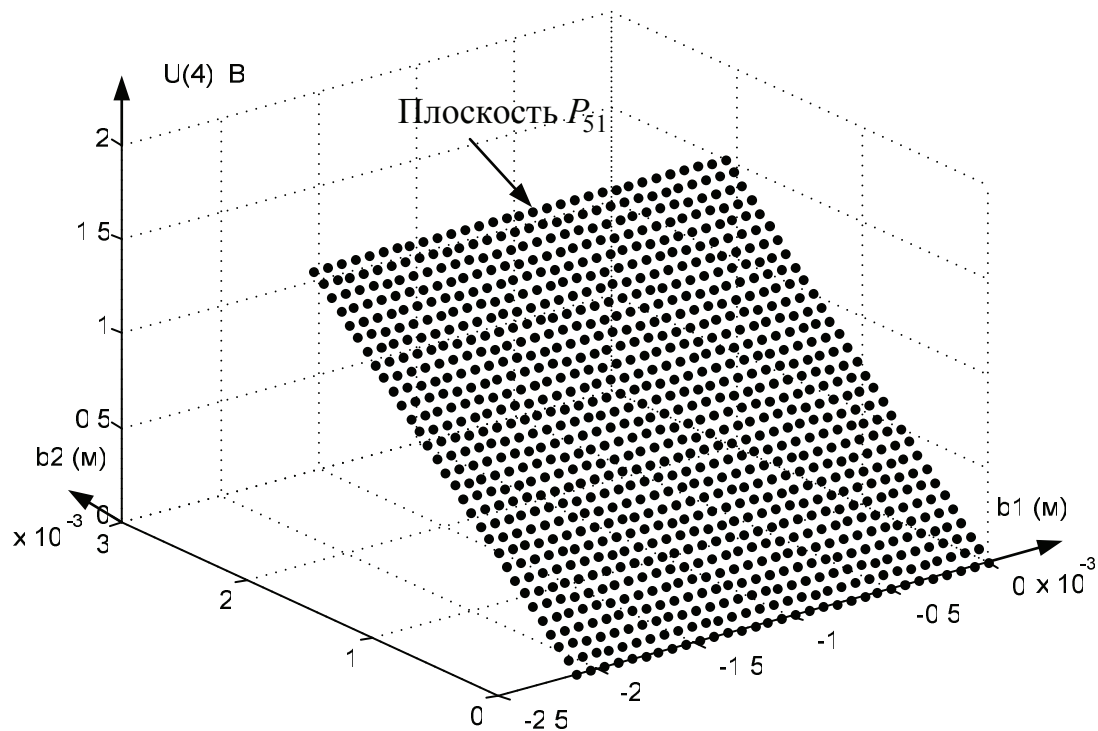


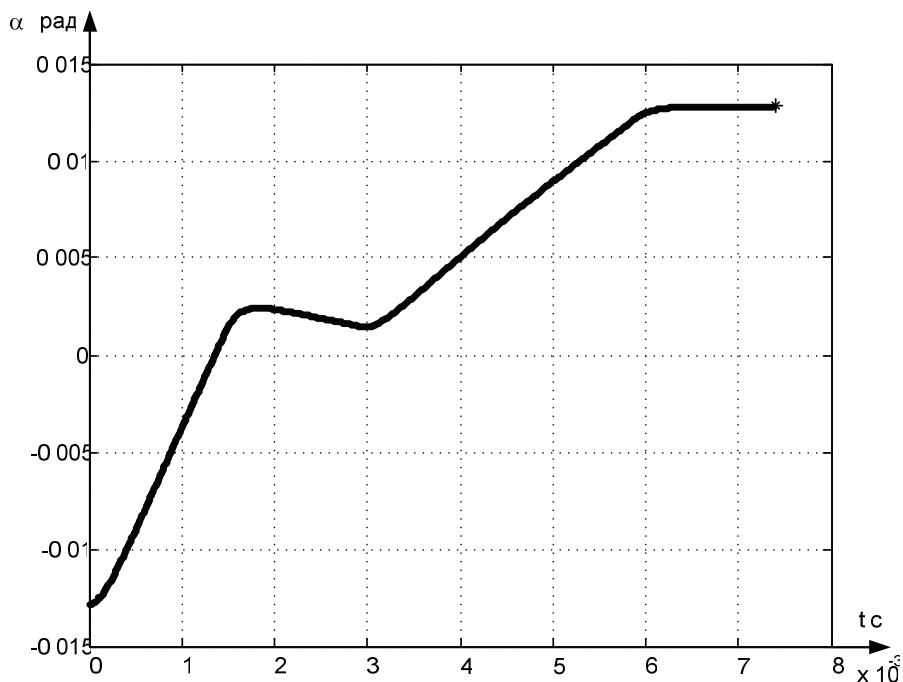
Рис. 7

В качестве примера приведём графики моделирования рассмотренной выше задачи быстродействия с использованием ПП-алгоритма. На рисунке 8а,б,в представлены соответственно, графики изменения угла $\alpha(t)$, перемещения штока $\phi(t)$ и управления $u(t)$. Перевод осуществляется практически за то же время, при этом отсутствует выход на ограничитель или скользящий режим и затраты энергии также значительно меньше.

Таблица 1.¹ Результаты тестирования СМ- и ПП-алгоритмов:
 $b^* = |\phi_{\max}| = 0,0021 \text{ м}, T = 7,4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$

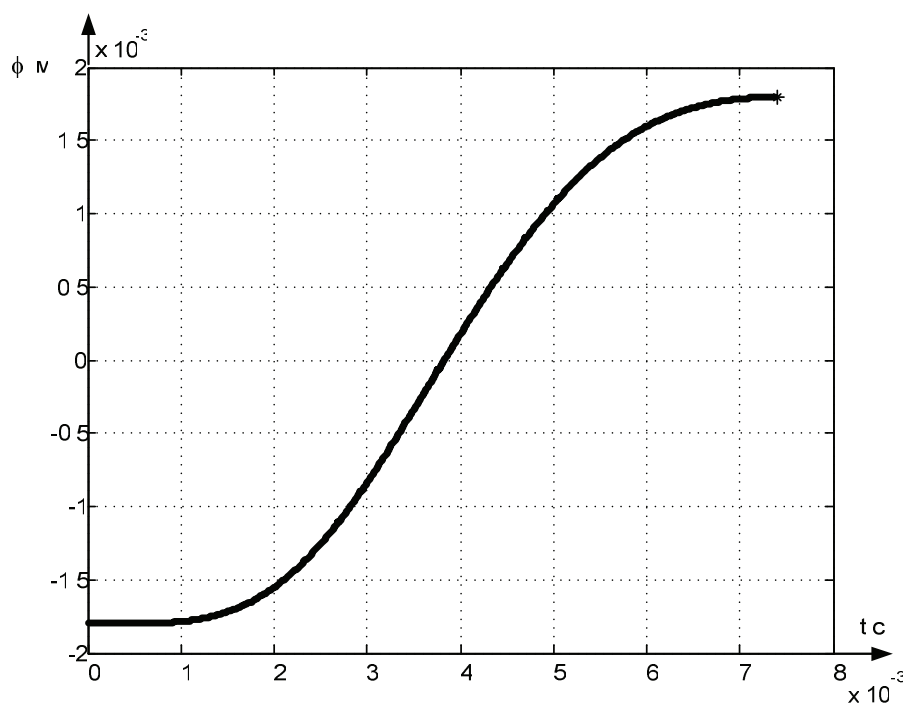
№ п/п	Начальное положение штока $b_1 = \phi(0)$, м	Конечное положение штока $b_2 = \phi^*(T)$, м	Моделирование СМ-алгоритма		Моделирование ПП-алгоритма	
			$\phi(T)$, м	$\dot{\phi}(T)$ м/с	$\phi(T)$, м	$\dot{\phi}(T)$ м/с
1	$-0,1 \cdot b^* = -0,0002$	$0,95 \cdot b^* = 0,001995$	0,0020	-0,0012	0,0020	-0,0014
2	$-0,9 \cdot b^* = -0,00189$	$0,5 \cdot b^* = 0,00105$	0,0010	-0,0027	0,0010	-0,0026
3	$-0,9 \cdot b^* = -0,00189$	$0,1 \cdot b^* = -0,0002$	$0,199 \cdot 10^{-3}$	$-0,463 \cdot 10^{-3}$	$0,198 \cdot 10^{-3}$	$-0,764 \cdot 10^{-3}$

$\phi^*(T)$ – желаемое конечное состояние выхода

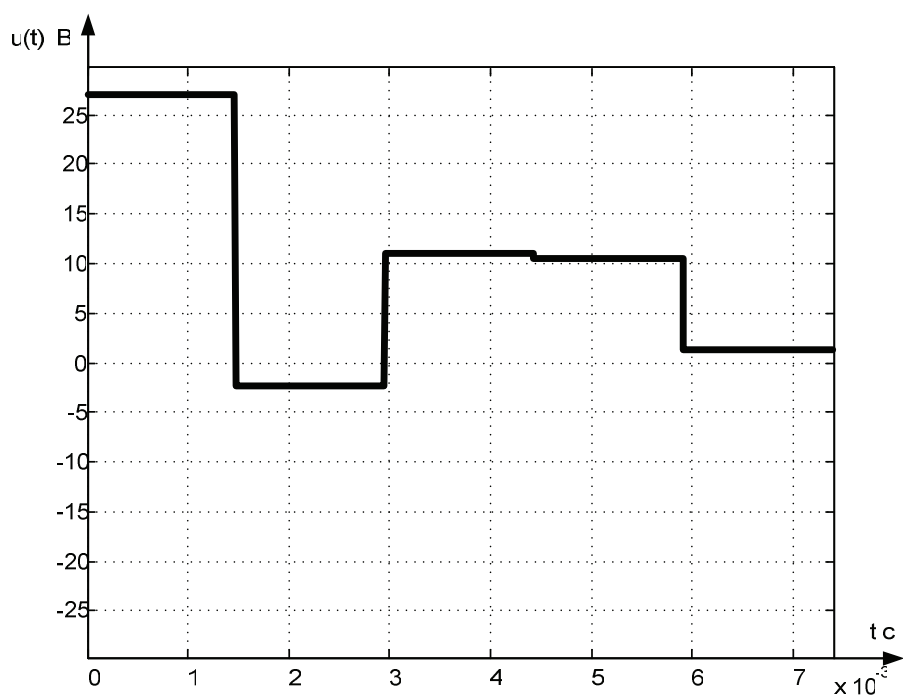


а)

¹ При переходе от углов $b_1 \leq 0, b_2 \geq 0$ к $b_1 \geq 0, b_2 \leq 0$ кусочно-постоянное управление меняет свой знак на противоположный.



б)



в)

Рис. 8

Заключение. В данной статье представлен простой алгоритм терминального управления перемещением штока пневмопривода из любого возможного начального состояния в любое возможное конечное состояние за

фиксированное время , фиксированное число равных шагов $N = 5$, с учётом всех ограничений и без удара об ограничитель; управление кусочно-постоянное $u \in [-A, A] = [-27, 27]B$, для реализации которого можно использовать ШИМ-управление. В основе алгоритма лежит преобразование исходной задачи терминального управления в задачу линейного программирования, а затем находятся плоскости переключения для реализации алгоритма в реальном масштабе времени. Моделирование показало высокую эффективность и точность предложенного алгоритма управления.

Список литературы

1. Фалдин Н.В, Моржов А.В. Синтез локальным методом оптимального по быстродействию рулевого пневмопривода // Известия ТулГУ. Технические науки. Вып. 5: в 3 ч. Ч. 1. – Тула: Изд-во ТулГУ.– 2011. – С.118-128.
2. Пупков К.А, Фалдин Н.В. и Егупов Н.Д. Методы синтеза оптимальных систем автоматического управления. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 512 с.
3. Математическая теория оптимальных процессов/ Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский , Р.В. Гамкредзе и др. – М.: Наука, 1976. – 391 с.
4. Краснощеченко В.И. Симплекс-метод для решения задачи быстродействия при наличии ограничения на скалярное управление и фазовых ограничений // Научно-технические технологии в приборостроении и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: Материалы Всероссийской научно-технической конференции 10-12 декабря 2013 г. (в печати).

Краснощеченко В.И., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: kviip@yandex.ru.

V.I. Krasnoshchchenko

SIMPLE ALGORITHM OF TERMINAL CONTROL OF A PNEUMODRIVE AT PRESENCE OF STATE AND CONTROL CONSTRAINTS WITH USE OF SWITCHING PLANES

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

In article the simple algorithm of terminal control by moving of a rod of a pneumodrive from any possible initial state in any possible final state for the fixed time, the fixed number of equal steps in view of all constraints and without impact to the limiter is submitted. A basis of the algorithm is transformation of an initial problem of terminal control to a problem of linear programming, and then there are switching planes for realization of real time algorithm. Modeling has shown high efficiency and accuracy of the offered control algorithm.

Keywords: *brachistochrone problem, control, state constraints, linear programming, simplex method, sliding mode, switching planes, state constraints.*

Krasnoshchechenko V.I., associate professor, Ph.D.
E-mail: kviip@yandex.ru.

В.М. Масюк, А.А. Похвалитова, П.А. Васин

РАЗРАБОТКА АППАРАТНОЙ ЧАСТИ КОМПЛЕКСА ПО ИЗМЕРЕНИЮ ВЛАЖНОСТИ ЖИВОЙ ДРЕВЕСИНЫ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В статье исследованы методы измерения влажности древесины, предложена конструкция аппаратной части комплекса измерения влажности древесины, разработан макет устройства, получены и обработаны экспериментальные данные.

Ключевые слова: АЦП, измерение влажности, влажность древесины, обработка данных.

Для определения влажности древесины используют различные способы, наиболее распространенными из которых являются весовой и электрический.

При измерении влажности весовым способом от доски отпиливают пробу — «секцию влажности». Отрезанную секцию взвешивают на технических весах с точностью до одной сотой доли грамма, затем пробу помещают в электрический сушильный шкаф и сушат при высокой температуре. Во время сушки пробу периодически вынимают и взвешивают на технических весах. Когда масса пробы перестанет изменяться, то есть когда она достигнет абсолютно сухого состояния, фиксируют последнее значение массы пробы. Влажность древесины при ее измерении таким образом измеряется по формуле

$$\Omega = \frac{M_0 - M_E}{M_0} * 100\% , \quad (1)$$

где Ω - влажность древесины в процентах, M_0 - начальная масса пробы, M_E - конечная масса пробы.

Основной недостаток измерения влажности весовым способом заключается в том, что он требует много времени — от 5 до 8 часов.

При измерении влажности электрическим способом через образец пропускается электрический импульс, затем снимаются значения силы тока в образце. При этом влажность образца измеряется косвенным путем, на основании измерения его омического сопротивления, которое зависит от влажности. Для суждения о влажности целой доски, необходимо снять замеры в нескольких точках на ее поверхности, и взять среднее значение всех измерений для получения наиболее точного значения влажности.

От Лаборатории радиозондирования ИРЭ РАН им. В. А. Котельникова было получено техническое задание на разработку переносного прибора для измерения влажности древесины в полевых условиях с высокой точностью.

Было решено реализовать данный прибор на базе микроконтроллера «АТmega16», используя для снятия значения внешние АЦП.

Так как АЦП имеет множество характеристик, были рассмотрены следующие типы АЦП, чтобы определить тип, наиболее подходящий для данной работы:

- АЦП параллельного преобразования
- АЦП последовательного приближения
- дельта-сигма АЦП

В параллельных АЦП используется массив компараторов, каждый из которых сравнивает входное напряжение с индивидуальным опорным напряжением. Такое опорное напряжение для каждого компаратора формируется на встроенном прецизионном резистивном делителе. Значения опорных напряжений начинаются со значения, равного половине младшего значащего разряда (LSB), и увеличиваются при переходе к каждому следующему компаратору с шагом, равным $V_{REF}/2^3$. В результате для 3-х разрядного АЦП требуется 2^3-1 или семь компараторов. Все компараторы работают параллельно, время задержки схемы равно времени задержки в одном компараторе плюс время задержки в шифраторе. Компаратор и шифратор можно сделать очень быстрыми, в итоге вся схема имеет очень высокое быстродействие.

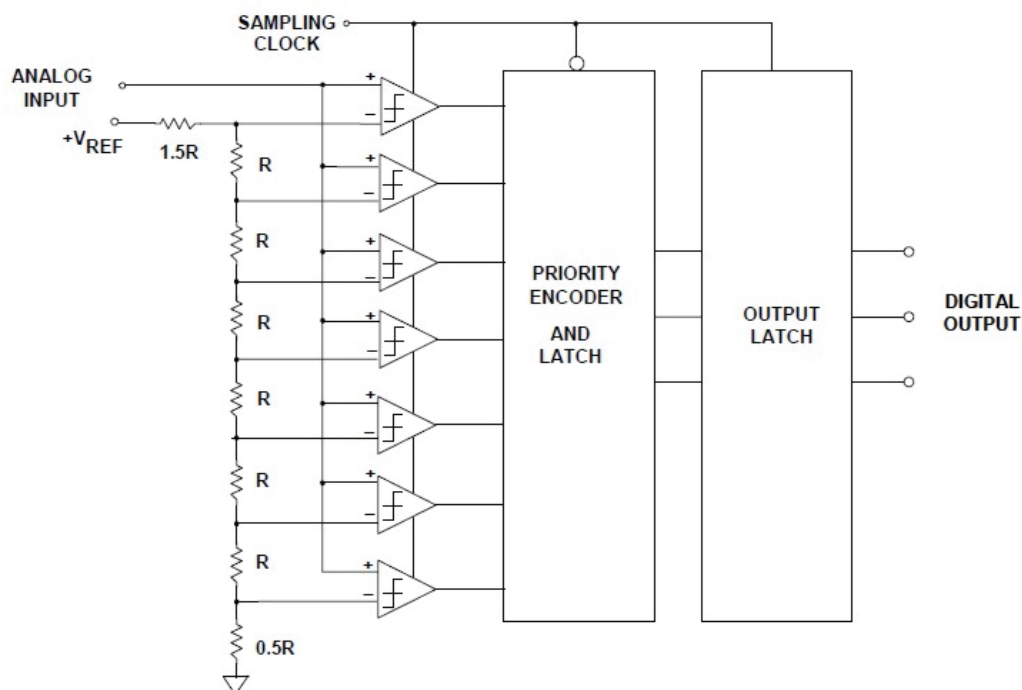


Рис. 1

Рисунок 1 – структурная схема АЦП параллельного преобразования

В основе АЦП последовательного приближения лежит специальный регистр последовательного приближения. В начале цикла преобразования все выходы этого регистра устанавливаются в логический 0, за исключением первого (старшего) разряда. Это формирует на выходе внутреннего цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) сигнал, значение которого равно половине входного диапазона АЦП. А выход компаратора переключается в состояние, определяющее разницу между сигналом на выходе ЦАП и измеряемым входным напряжением.

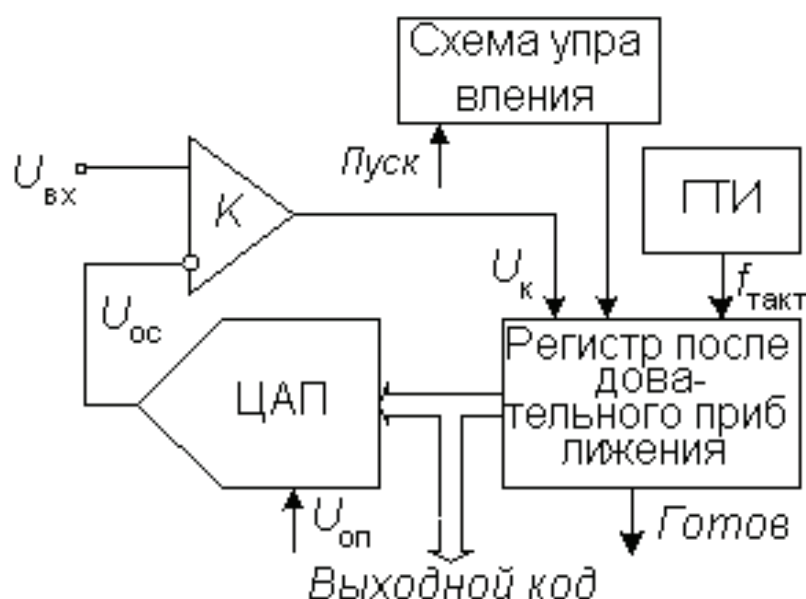


Рис. 2

Рисунок 2 – Структурная схема АЦП последовательного приближения

Сигма-дельта АЦП относятся к классу интегрирующих и предназначены, в основном, для использования в высокоточных измерительных устройствах. Название «сигма-дельта» связано с наличием в данном АЦП сумматора (Σ) и интегратора (Δ). В сигма-дельта АЦП были устранены основные недостатки многоразрядных АЦП двойного и многократного интегрирования, а именно: существенная интегральная нелинейность, обусловленная переходной характеристикой операционного усилителя интегратора, низкое помехоподавление, связанное с тем, что значительную часть времени цикла преобразования АЦП многократного интегрирования не принимает входной сигнал, и, наконец, немалое число внешних элементов — резисторов и высококачественных конденсаторов большой емкости. Современные технологии позволяют изготовить такой АЦП в виде одно-

кристалльной интегральной микросхемы с минимумом внешних элементов и потребляемой мощностью в единицы милливатт. В процессе работы СДМ происходит вычитание выходного сигнала ЦАП, полученного на предыдущем этапе преобразования, из входного напряжения $U_{вх}$, а результирующая разность напряжений интегрируется и преобразуется в код при помощи АЦП малой разрядности. Последовательность кодов, следующих с тактовой частотой $f_{\text{такт}}$, в 2^N раз - (N — разрядность сигма-дельта АЦП) превышающей частоту дискретизации, является цифровым выходным сигналом, который в простейшем случае одноразрядных АЦП и ЦАП СДМ может быть преобразован в параллельный код преобразователем на основе делителя частоты тактовых импульсов и N - разрядного двоичного счетчика с регистром памяти.

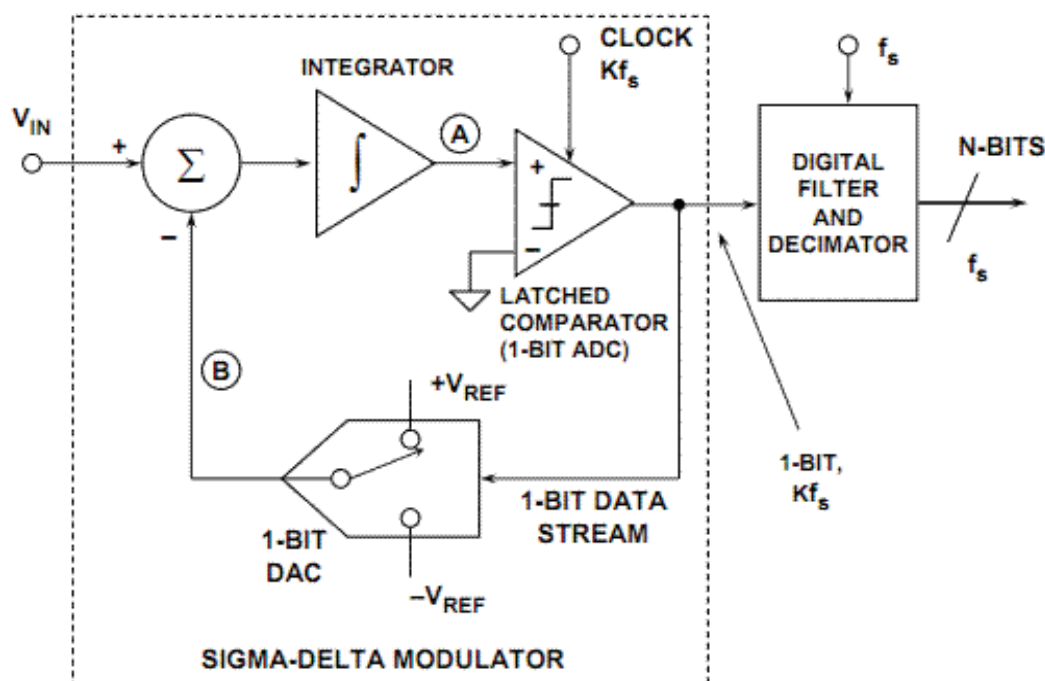


Рис. 3

Рисунок 3 – структурная схема сигма – дельта АЦП

Для данной работы был выбран АЦП на принципе Сигма – Дельта модуляции, как обладающий наибольшей точностью. три АЦП подключаются по SPI интерфейсу к микроконтроллеру. Данные снимаются поочередно каждым из АЦП, после чего обрабатываются микроконтроллером и по СОМ-порту передаются на компьютер. Блок-схема алгоритма работы прибора, его принципиальная схема и схема подключения приведены ниже:

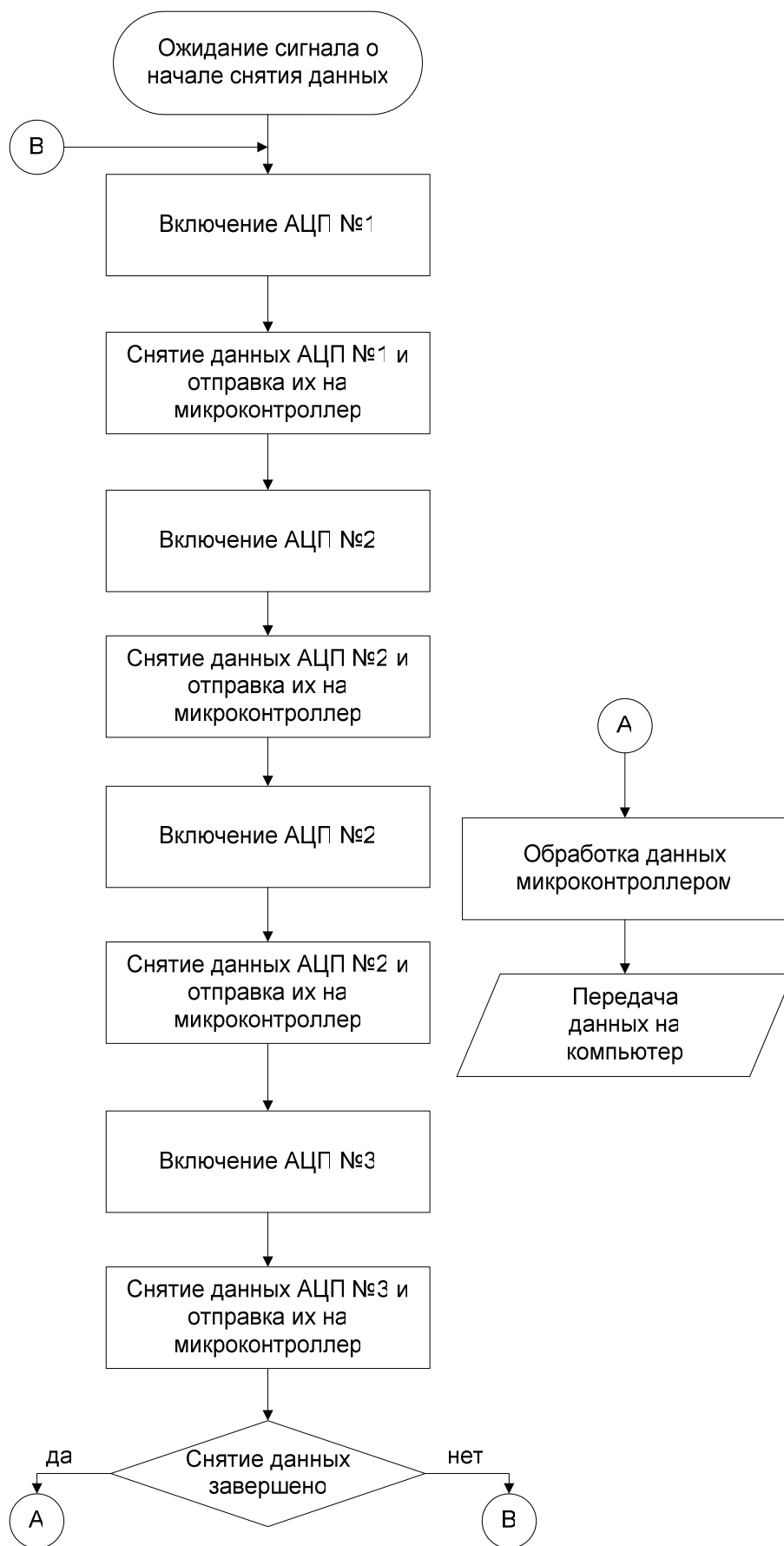


Рис. 4

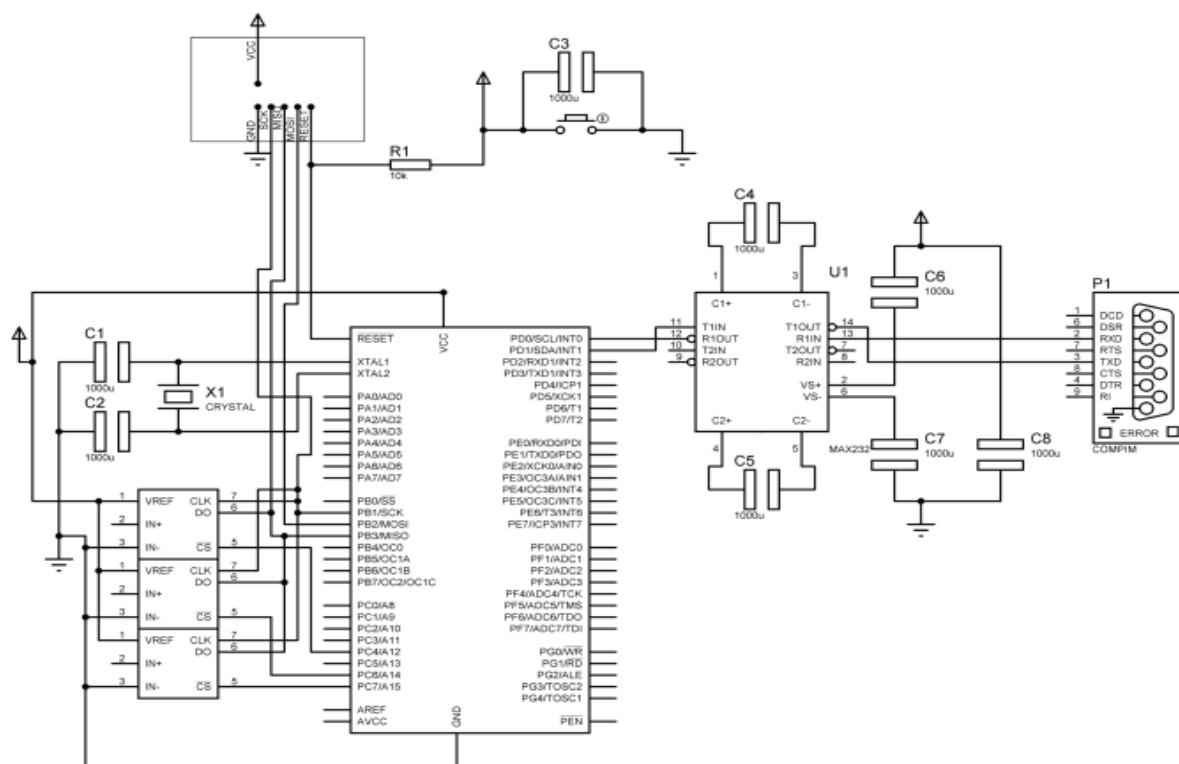


Рис. 5

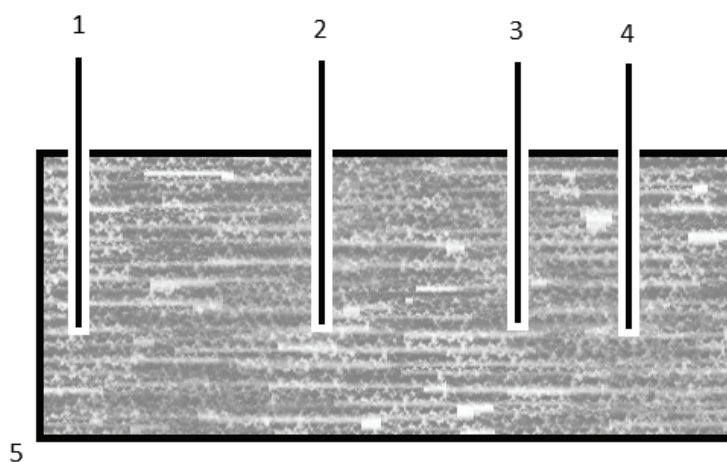


Рис. 6

Рисунок 4 – алгоритм работы прибора. Рисунок 5 – принципиальная схема прибора. Рисунок 6 – схема подключения прибора к образцу, где 1– аналоговый вход АЦП №1, 2–фаза генератора электрических импульсов, 3– аналоговый вход АЦП №2, 4– аналоговый вход АЦП №3, 5 – образец, в котором проводится измерение.

В данном эксперименте иглы, к которым подключены аналоговые входы АЦП, были погружены на одинаковую глубину равную 40мм в тело образца на различных расстояниях от фазы генератора импульсов.

Результат работы прибора приведен ниже:

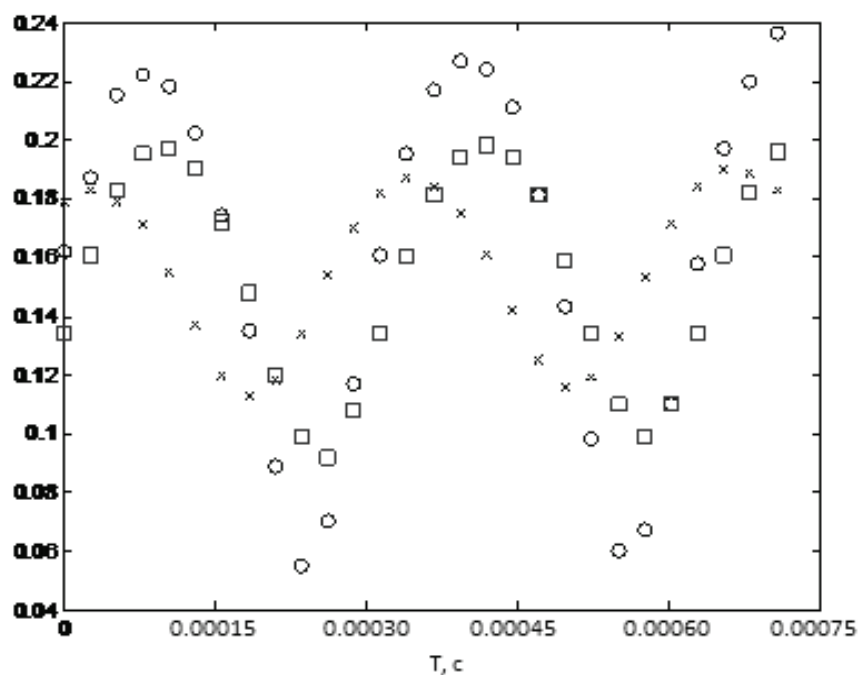


Рис. 7

Рисунок 7 – результат работы прибора, где X – показания АЦП №1, O – показания АЦП №2, □ – показания АЦП №3

Приведенный график показывает, что показания прибора зависят не только от влажности и, как следствие, диэлектрической проницаемости образца, но и от геометрии расположения датчиков.

В результате выполнения работ были получены следующие теоретические и экспериментальные результаты:

- на основе выданного ТЗ был произведен выбор общей схем измерений, для нее подобрана необходимая элементная база, произведен выбор АЦП с учетом всех требований
- разработан экспериментальный образец на основе макетной платы с микроконтроллером ATmega16
- эксперимент был поставлен в ИРЭ РАН, получены данные экспериментов, произведена первичная обработка данных, построена аппроксимационная модель, сделаны выводы о возможности и целесообразности подобных моделей, о том, как она согласуется с другими данными.

Список литературы

1. Хоровиц П., Хилл У. Искусство схемотехники, М.:Мир, 1986.–698с.
2. Калинкевич А.А., Крылова М.С., Каковкина А.Ю., Слюсарев В.И. Исследование сезонной зависимости водного режима элементов сосновых

деревьев для интерпретации результатов радиолокационных съемок с борта самолета // Лесоведение. 2011. № 4. С.39-47.

3. Зенкевич О. «Конечные элементы и аппроксимация» М.:Мир, 1986.–318с.

Масюк В.М., доцент, канд. физ.-мат. наук.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

Похвалитова А.А., студент.

E-mail: gdrnac@gmail.com.

Васин П.А., студент.

E-mail: gdrnac@gmail.com.

V.M. Masyuk, A.A. Pokhvalitova, P.A. Vasin

DESIGNING OF SYSTEM HARDWARE COMPONENT FOR HUMIDITY MEASUREMENT OF WOOD

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

The article examines methods of humidity measurements of wood, offers a design of the system hardware component for humidity measurement of wood, develops a hardware prototype; the measurement data were received and processed.

Keywords: ADS, humidity measurement, humidity of wood, data processing.

Masyuk V.M., associate professor, Ph.D.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

Pokhvalitova A.A., student.

E-mail: gdrnac@gmail.com.

Vasin P.A., student.

E-mail: gdrnac@gmail.com.

В.И. Краснощеченко

СИМПЛЕКС-МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЯ НА СКАЛЯРНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В работе рассматривается решение задачи быстродействия для линейных стационарных объектов со скалярным ограниченным управлением и фазовыми ограничениями в виде параллелепипеда. В предлагаемом алгоритме используется переход от задачи быстродействия к задаче линейного программирования, которая решается симплекс-методом. Данный метод относится к группе методов параметризации управления.

Ключевые слова: задача быстродействия, управление, фазовые ограничения, задача линейного программирования, симплекс-метод.

Введение. Задачи оптимального управления с фазовыми и смешанными ограничениями наиболее характерны для практики, так как отражают реальное функционирование объектов управления. Вместе с тем, с точки зрения нахождения решения – это и наиболее трудные задачи. Разработано много методов для решения подобных задач. Среди них наиболее известные и хорошо разработанные: принцип максимума Понтрягина [1-3]; прямые методы [4]; методы параметризации управления [5]; метод штрафов [6]. Из современных подходов укажем методы, основанные на использовании линейных матричных неравенств [7,8]. Несмотря на обилие подходов к решению задач с ограничениями, среди них отсутствует какой-либо доминирующий, так как каждый имеет как достоинства, так и недостатки, например, по точности, сходимости или вычислительной сложности. И выбор метода в большой степени зависит от конкретной задачи.

В данной работе рассматривается решение задачи быстродействия для линейных стационарных объектов со скалярным ограниченным управлением и фазовыми ограничениями в виде параллелепипеда. В предлагаемом алгоритме используется переход от задачи быстродействия к задаче линейного программирования, которая решается симплекс-методом. Данный метод относится к группе методов параметризации управления.

Постановка задачи. Задана линейная стационарная система управления со скалярным ограниченным управлением и ограничением на переменные состояния в виде параллелепипеда:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + bu(t), \quad (1)$$

– интервальное ограниченное управление

$$u \in U = [u^-, u^+] \subset R^1; u^- < 0; u^+ > 0, \quad (2)$$

– параллелепипед (область допустимых траекторий)

$$\mathbf{x} \in \prod_{i=1}^n [x_i^-, x_i^+] = G \subset R^n, \quad (3)$$

Предполагается, что условия управляемости в области G выполнены.

Замечание. Если на какую-либо координату не накладывается ограничения, например, $x_k, k \in \{1, 2, \dots, n\}$, в качестве "границ" на эту координату выбираются числовые значения, заведомо значительно превышающие по модулю абсолютные значения данной координаты при движении системы без фазовых ограничений.

Заданы начальная и конечная точки: $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1 \in G$. Необходимо обеспечить перевод системы из начальной в конечную точку за минимальное время с соблюдением всех ограничений.

Представление задачи быстрогодействия с ограничениями как задачи линейного программирования. Обозначим через

$$\mathbf{x}^+ = (x_1^+ \ x_2^+ \ \dots \ x_n^+)^T, \ \mathbf{x}^- = (x_1^- \ x_2^- \ \dots \ x_n^-)^T$$

векторы правых и левых границ координат состояния, соответственно.

Шаг 1. Переход к дискретной модели заданной системы.

Имеем

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}u(k), \quad (4)$$

где $\mathbf{x}(k) = \mathbf{x}(kh)$, h – шаг дискретизации и соответствующие матрицы

$$\mathbf{F} = e^{\mathbf{A}h}, \mathbf{G} = \int_0^h e^{\mathbf{A}t} \mathbf{b} dt. \quad (5)$$

Последовательно получаем:

$$\mathbf{x}(1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(0) + \mathbf{G}u(0),$$

$$\mathbf{x}(2) = \mathbf{F}\mathbf{x}(1) + \mathbf{G}u(1) = \mathbf{F}(\mathbf{F}\mathbf{x}(0) + \mathbf{G}u(0)) + \mathbf{G}u(1) = \mathbf{F}^2\mathbf{x}(0) + \mathbf{F}\mathbf{G}u(0) + \mathbf{G}u(1),$$

\vdots

Тогда на k – шаге имеем

$$\mathbf{x}(k) = \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G}u(i). \quad (6)$$

Шаг 2. Учёт ограничений на фазовые координаты

✱ Учёт ограничений на фазовые координаты: $\mathbf{x}^- \leq \mathbf{x}(k) \leq \mathbf{x}^+, k = 1, \dots, N$ (считаем, что $\mathbf{x}(0) \in G$) обеспечивается выполнением следующих неравенств:

$$\mathbf{x}^- - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \leq \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G}u(i) \leq \mathbf{x}^+ - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0), k = 1, \dots, N, \quad (7)$$

где $N = T/h$ – общее число шагов.

Представим неравенства (7) в виде $2Nn$ односторонних неравенств:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G}u(i) &\leq \mathbf{x}^+ - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0), \\ -\sum_{i=0}^{k-1} \mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G}u(i) &\leq -(\mathbf{x}^- - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0)). \end{aligned} \quad (8)$$

✱ Попадание в конечную точку обеспечивается n ограничениями типа равенств:

$$\sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{F}^{N-i-1} \mathbf{G}u(i) = \mathbf{x}_1 - \mathbf{F}^N \mathbf{x}_0. \quad (9)$$

Шаг 3 Переход к канонической форме задачи линейного программирования для фазовых ограничений.

В симплекс-методе требуется привести ограничения (8), (9) к канонической форме задачи линейного программирования [9]. Именно:

- ✓ правые части всех ограничений должны быть неотрицательными;
- ✓ все ограничения должны быть приведены к равенствам;
- ✓ все переменные должны быть неотрицательными.

✱ Сделаем необходимые преобразования в правой и левой частях ограничений (8), (9) так, чтобы правые части были всех ограничений были неотрицательными: если правая часть меньше нуля, то домножаем на (-1) левую и правую части и меняем знак отношения (только для ограничений (8)) на противоположный. Сгруппируем преобразованные неравенства (8) в две группы и добавим к ним скорректированные равенства (9). Получим

$$\sum_{i=0}^{N-1} q_{ji}^L u(i) \leq b_{jL}, j=1, \dots, k_L \quad (10)$$

и

$$\sum_{i=0}^{N-1} q_{ji}^B u(i) \geq b_{jB}, j=1, \dots, k_B; k_L + k_B = 2Nn, \quad (11)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} q_{ji}^E u(i) = b_{jE}, j=1, \dots, n, \quad (12)$$

где

$$\bullet \quad q_{ji}^L = \left(\mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G} \right)_{p_k}; b_{jL} = \left(\mathbf{x}^+ - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} \geq 0, \text{ если } \left(\mathbf{x}^+ - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} \geq 0;$$

$$q_{ji}^L = 0, \text{ если } i > k$$

или

$$q_{ji}^L = \left(-\mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G} \right)_{p_k}; b_{jL} = -\left(\mathbf{x}^- - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} \geq 0, \text{ если } -\left(\mathbf{x}^- - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} \geq 0;$$

$$q_{ji}^L = 0, \text{ если } i > k;$$

$$k = [1, \dots, N], i = 0, 1, \dots, k; j = [1, \dots, k_L], p_k \in \{1, \dots, n\}$$

$$\bullet \quad q_{ji}^B = \left(-\mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G} \right)_{p_k}, b_{jB} = -\left(\mathbf{x}^+ - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} > 0, \quad \text{если}$$

$$\left(\mathbf{x}^+ - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} < 0; q_{ji}^B = 0, \text{ если } i > k$$

или

$$q_{ji}^B = \left(\mathbf{F}^{k-i-1} \mathbf{G} \right)_{p_k}, b_{jB} = \left(\mathbf{x}^- - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_{p_k} > 0, \text{ если } -\left(\mathbf{x}^- - \mathbf{F}^k \mathbf{x}(0) \right)_p < 0;$$

$$q_{ip}^B = 0, \text{ если } i > k;$$

$$k = [1, \dots, N], i = 0, 1, \dots, k, j = [1, \dots, k_B], p_k \in \{1, \dots, n\}.$$

$$\bullet \quad q_{ji}^E = \left(\mathbf{F}^{N-i-1} \mathbf{G} \right)_{p_k}, b_{jE} = \left(\mathbf{x}_1 - \mathbf{F}^N \mathbf{x}_0 \right)_{p_N} \geq 0, \text{ если } \left(\mathbf{x}_1 - \mathbf{F}^N \mathbf{x}_0 \right)_{p_N} \geq 0$$

или

$$q_{ji}^E = \left(-\mathbf{F}^{N-i-1} \mathbf{G} \right)_{p_N}, b_{jE} = -\left(\mathbf{x}_1 - \mathbf{F}^N \mathbf{x}_0 \right)_{p_N}, \text{ если } \left(\mathbf{x}_1 - \mathbf{F}^N \mathbf{x}_0 \right)_{p_N} < 0,$$

$$i = [0, 1, \dots, N-1], j = [1, \dots, n], p_N \in \{1, \dots, n\}.$$

Верхние индексы L, B, E относятся, соответственно, к ограничениям вида $\leq, \geq, =$.

✱ Для выравнивания ограничений (10) добавляем в левую часть данных ограничений неотрицательные остаточные переменные, представленные вектором $\mathbf{s}_r = (s_{r1} \ s_{r2} \ \dots \ s_{rk_L})^T, s_{ri} \geq 0, i = 1, \dots, k_L$.

Для выравнивания ограничений (11) вычитаем из левой части неотрицательные избыточные переменные, представленные вектором $\mathbf{s}_o = (s_{o1} \ s_{o2} \ \dots \ s_{ok_B})^T, s_{oi} \geq 0, i = 1, \dots, k_B$.

Получаем систему $2Nn$ равенств:

$$\sum_{i=0}^{k-1} q_{ji}^L u(i) + s_{rj} = b_{jL}, j = 1, \dots, k_L; k = 1, \dots, N, \ q_{ji}^L = 0, \text{ если } i \geq k, \quad (13)$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} q_{ji}^B u(i) - s_{oj} = b_{jB}, j = 1, \dots, k_B; k_L + k_B = 2Nn, \ q_{ji}^B = 0, \text{ если } i \geq k. \quad (14)$$

✱ Так как текущее управление $u(i) \in U \subset R^1, i = 0, 1, \dots, N-1$ может иметь любой знак, то сделаем необходимую замену

$$u(i) = u'(i) - u''(i); u'(i), u''(i) \geq 0; i = 0, 1, \dots, N-1.$$

Тогда уравнения (12)- (14) примут вид

$$\sum_{i=0}^{k-1} q_{ij}^L u'(i) - \sum_{i=0}^{k-1} q_{ij}^L u''(i) + s_{rj} = b_{jL}, j = 1, \dots, k_L; k = 1, \dots, N, \quad (15)$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} q_{ij}^B u'(i) - \sum_{i=0}^{k-1} q_{ij}^B u''(i) - s_{oj} = b_{jB}, j = 1, \dots, k_B; k = 1, \dots, N; k_L + k_B = 2Nn, \quad (16)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} q_{ij}^E u'(i) - \sum_{i=0}^{N-1} q_{ij}^E u''(i) = b_{jE}, j = 1, \dots, n. \quad (17)$$

Шаг 4 Учёт ограничений на управление $u(i) \leq u^+; -u(i) \leq -u^-$, $i = 0, 1, \dots, N-1$ с приведением их к канонической форме:

Введём остаточные переменные (вектор \mathbf{s}_r^u размерности $2N \times 1$) в ограничения на управление (2) и учтём неограниченность в знаке управления на каждом шаге:

$$\begin{aligned} u'(i) - u''(i) + s_{r,2i+1}^u &= u^+, \\ -u'(i) + u''(i) + s_{r,2(i+1)}^u &= -u^-; \quad i = 0, 1, \dots, N-1. \end{aligned} \quad (18)$$

Шаг 5 Формирование начального допустимого базиса

Для того чтобы получить начальный допустимый базис для задачи линейного программирования, добавим формально к ограничениям (16), (17) остаточные искусственные (неотрицательные) переменные ($R_i \geq 0, i = 1, \dots, k_B + n$). Таким образом, уравнения (16), (17) представляются в виде:

$$\sum_{i=0}^{k-1} q_{ij}^B u'(i) - \sum_{i=0}^{k-1} q_{ij}^B u''(i) - s_{oj} + R_j = b_{jB}, j = 1, \dots, k_B, k = 1, \dots, N. \quad (19)$$

$$\sum_{i=0}^{N-1} q_{ij}^E u'(i) - \sum_{i=0}^{N-1} q_{ij}^E u''(i) + R_p = b_{jE}, j = 1, \dots, n; p = k_{B+1}, \dots, k_B + n. \blacksquare \quad (20)$$

Шаг 6 Формирование целевой функции

$$z = \min_{u'(0), \dots, u''(N-1)} \sum_{i=1}^{k_B+n} R_i. \quad (21)$$

Важно подчеркнуть, что если задача линейного программирования (15), (18)-(20) с целевой функцией (21) имеет решение (как необходимое условие – время управления должно быть не менее минимально требуемого, т.е. времени задачи быстрогодействия и минимального количества переключений с учётом, в том числе, фазовых ограничений), то оптимальное значение целевой функции всегда равно нулю, $z^* = 0$. В этом случае обеспечивается точное попадание в конечную точку с одновременным выполнением всех ограничений. При этом в оптимальном базисе остаточные искусственные переменные либо отсутствуют, либо равны нулю (при малом числе шагов дискретизации N). Поэтому и $z^* = 0$.

Шаг 7 Выбор начального допустимого базиса и формирование z – строки начальной симплекс-таблицы

Начальный допустимый базис будет состоять из всех остаточных переменных уравнений (15), (18) и остаточных искусственных переменных уравнений (19), (20), всего $(2N + 1)n + 2N$ переменных:

$$\mathbf{x}_B(0) = \{s_r, s_r^u, \mathbf{R}\}. \quad (22)$$

Нетрудно показать, что каноническое представление z – строки

$$z - \sum_{i=1}^{k_B+n} R_i = 0, \quad (23)$$

после подстановки базисных переменных $R_i, i=1, \dots, k_B+n$ из ограничений (19), (20) в (23) имеет вид:

$$\begin{aligned} z + \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{k_B} q_{ji}^B + \sum_{j=1}^n q_{ji}^E \right) u'(i) - \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{j=1}^{k_B} q_{ji}^B + \sum_{j=1}^n q_{ji}^E \right) u''(i) - \sum_{j=1}^{k_B} s_{oj} + \\ + \sum_{j=1}^{k_L} 0 \cdot s_{rj} + \sum_{j=1}^{2N} 0 \cdot s_{rj}^u + \sum_{j=1}^{k_B+n} 0 \cdot R_j = \sum_{j=1}^{k_B} b_{jB} + \sum_{j=1}^n b_{jE}. \end{aligned} \quad (24)$$

Шаг 8 Составление начальной симплекс-таблицы

Начальная симплекс-таблица CT_0 (представляющая каноническую форму вершины многогранника решений в расширенном пространстве) с особой базисной переменной z , со всеми введенными переменными и правой частью – это матрица переменной размерности: от максимальной $((n+1)(2N+1)) \times (4N(n+1) + n + 2)$, когда все фазовые ограничения имеют отрицательные правые части (имеется $2Nn$ избыточных переменных), до минимальной размерности $((n+1)(2N+1)) \times ((n+2)(2N+1))$, когда все фазовые ограничения имеют только неотрицательные правые части (избыточные переменные отсутствуют). Число строк совпадает с числом базисных переменных, включая особую (не исключаемую) базисную переменную z , т.е. $(2N+1)(n+1)$.

Далее проводится стандартная процедура оптимизации симплекс-методом [9]:

- проверка оптимальности текущего базиса;
- если он не оптимален, определяется включаемая, затем исключаемая переменные;
- находится матрица перехода и производится переход к новой симплекс-таблице (новой вершине многогранника решений) и т.д. и т.п.

Процедура поиска минимального времени управления. Точность работы алгоритма зависит от количества шагов дискретизации N .

Шаг 1 Задаются: начальное количество шагов дискретизации N (обычно 50-100); необходимая терминальная точность $\|x(t_1^*) - x_1\| \leq \varepsilon$, где

$\varepsilon > 0$ – малое число и некоторое малое (заведомо меньшее оптимального) начальное значение $t_1(1)$ конечного времени t_1 (определяется эмпирически, исходя из динамических характеристик системы).

Шаг 2 Итерационным способом, начиная с $t_1(1)$ и, постепенно увеличивая с шагом Δt_1 конечное время управления t_1 , определяется минимальное время t_1^* , при котором:

- ✓ обеспечивается необходимая терминальная точность $\|\mathbf{x}(t_1^*) - \mathbf{x}_1\| \leq \varepsilon$;
- ✓ выполнены все ограничения;
- ✓ управление принимает предельные значения, за исключением интервалов времени движения системы по границе фазовых ограничений.

Для каждого времени $t_1(i), i = 1, 2, \dots$ решается задача линейного программирования. Оптимальное значение целевой функции задачи линейного программирования при $t_1 < t_1^*$ больше нуля, $z^* > 0$, а при $t_1 \geq t_1^*$ практически (в идеале точно) равно нулю, $z^* = 0$.

Если требуется повысить терминальную точность или/и имеются моменты ступенчатого переключения управления, то необходимо увеличивать число шагов N .

Ненулевая ошибка $\|\mathbf{x}(t_1^*) - \mathbf{x}_1\| \leq \varepsilon$, $\varepsilon > 0$, даже при $z^* = 0$, имеет место потому, что используется конечная точность представления задачи быстрогодействия в виде задачи линейного программирования. Например, правая часть ограничения терминальной точности содержит N -ю степень матрицы \mathbf{F} , $\mathbf{x}_1 - \mathbf{F}^N \mathbf{x}_0$.

Пример. В качестве примера применения представленного алгоритма управления рассмотрим систему второго порядка с матрицами:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -0,9 & -0,1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

ограничением на управление $|u| \leq 1$, фазовыми ограничениями: $|x_1| \leq 0,5$; $|x_2| \leq 2$. Необходимо перевести данную систему из начального состояния $\mathbf{x}_0 = (-0,4; -1,5)^T$ в конечное $\mathbf{x}_1 = (-0,4; 0)^T$ за минимально возможное время $\min t_1$ с учётом всех ограничений.

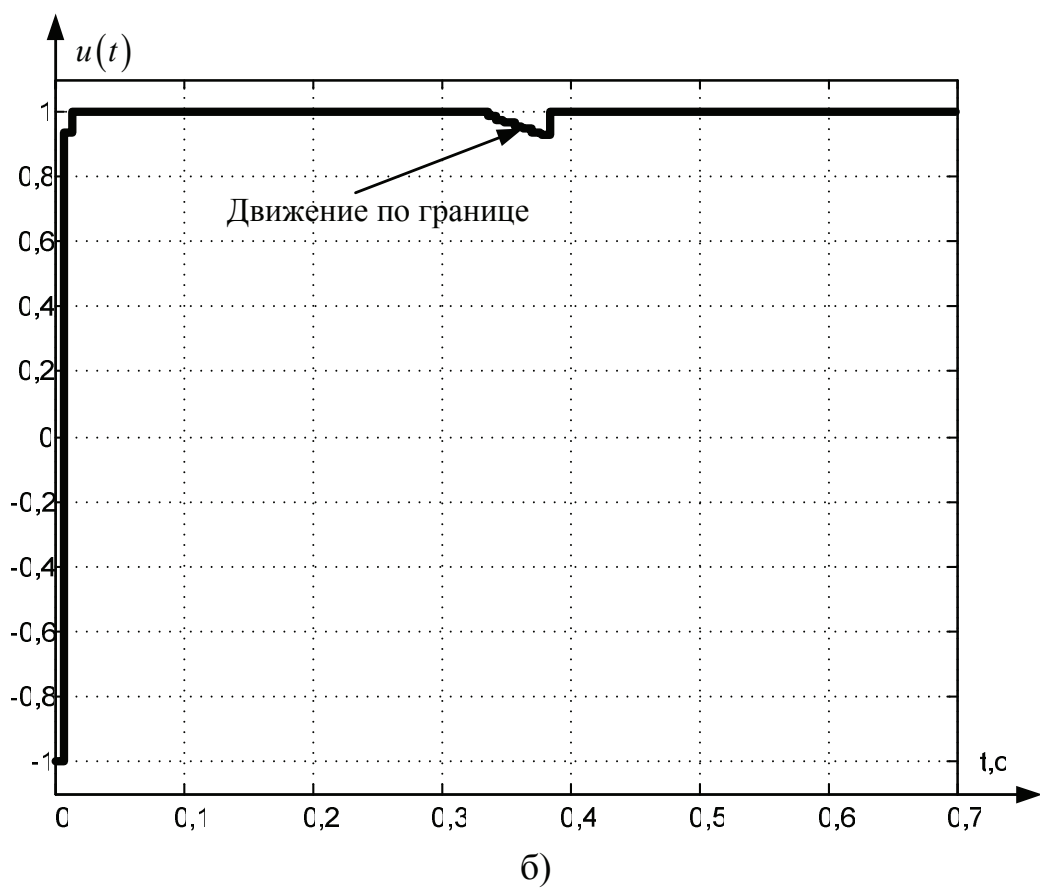
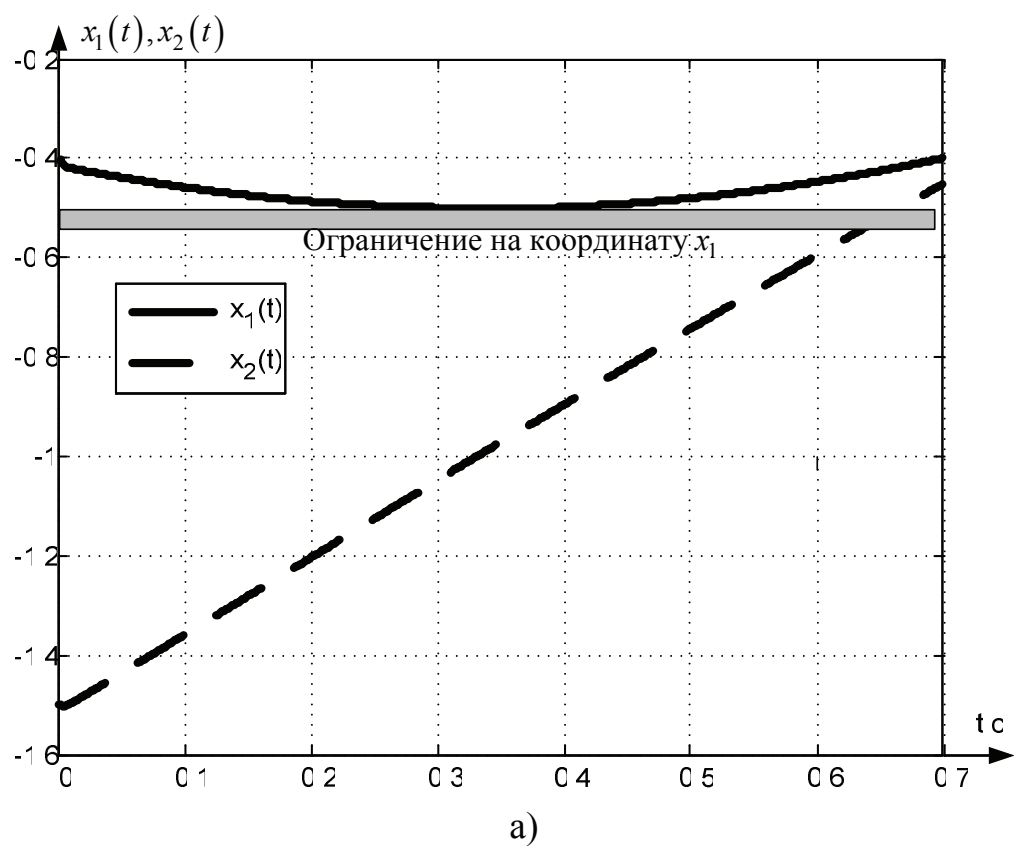
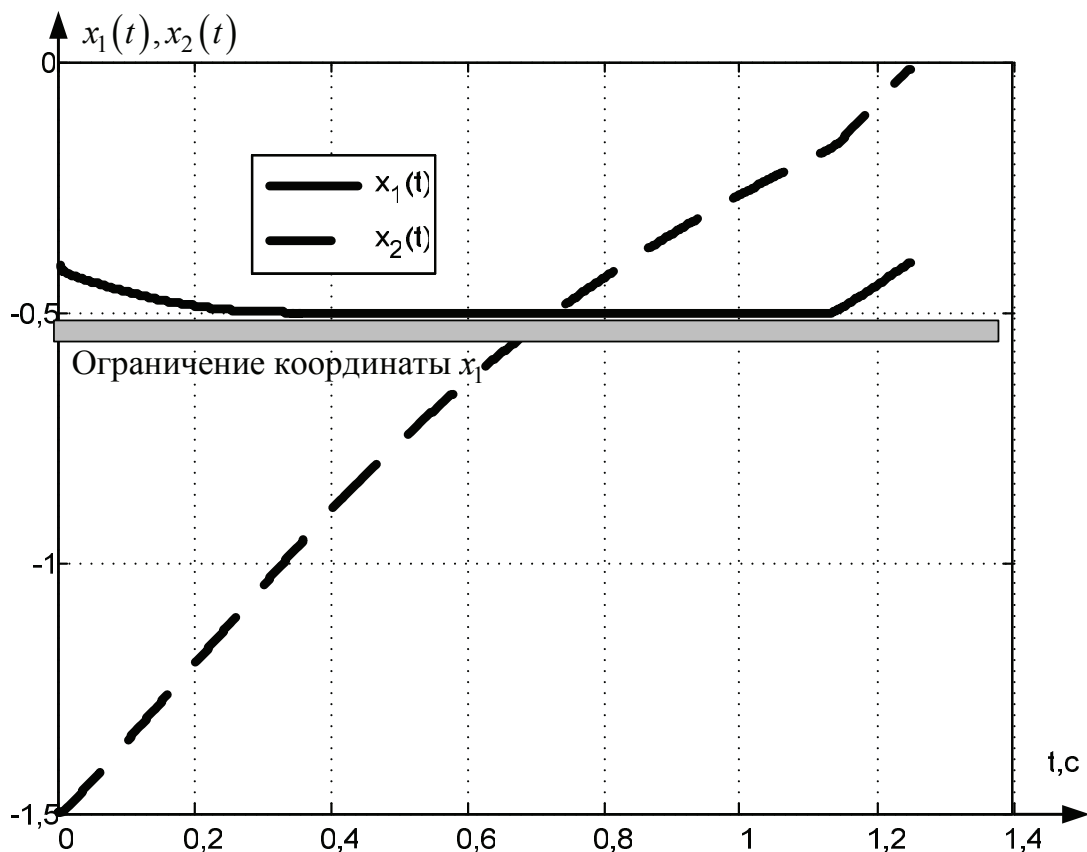
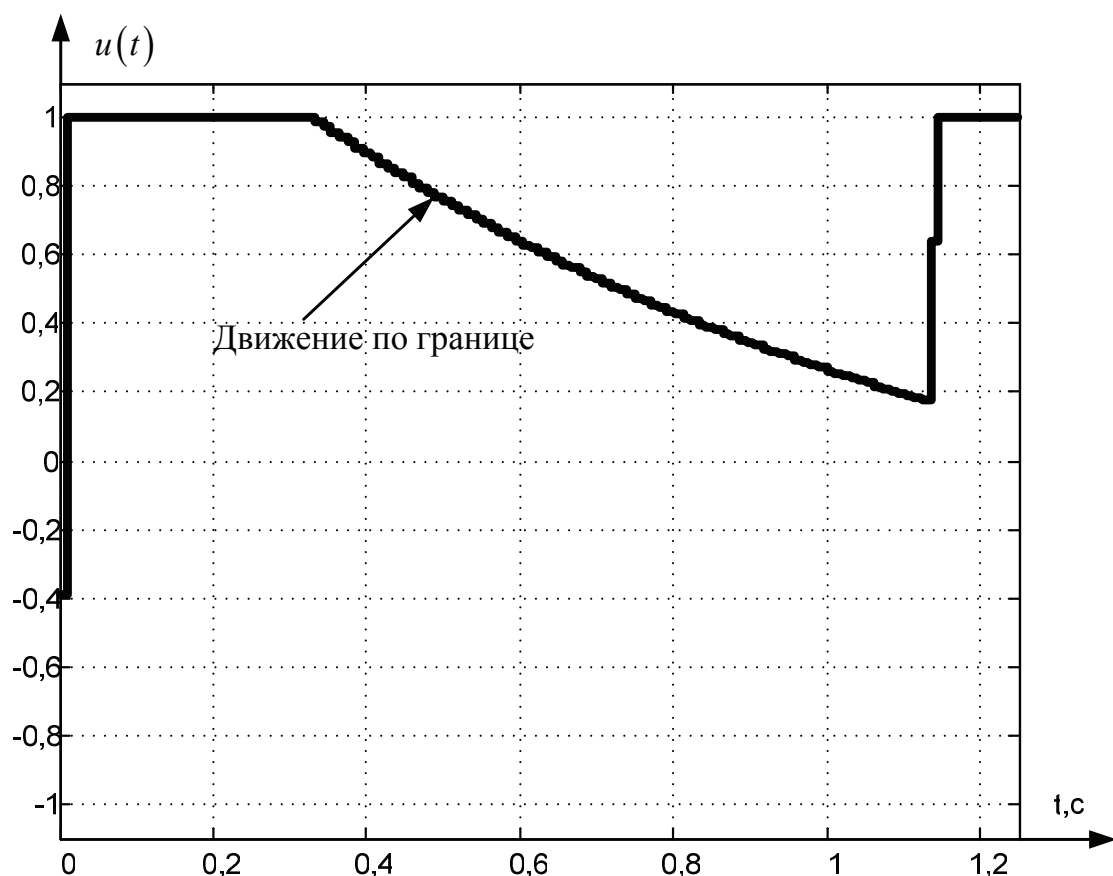


Рис. 1

На начальном этапе в алгоритме использовано $N = 100$ шагов кусочно-постоянного управления. Итерационным способом, начиная с начального значения $t_1(1) = 0,1$ с и, постепенно увеличивая с шагом $\Delta t_1 = 0,1$ с конечное время управления, было получено минимальное время $t_1^* = 1,25$ с (на последнем этапе шаг был уменьшен до $\Delta t_1 = 0,01$ с), при котором была обеспечена необходимая терминальная точность $\|\mathbf{x}(t_1^*) - \mathbf{x}_1\| \leq \varepsilon$, $\varepsilon = 0,02$ и выполнены все ограничения. Результаты работы алгоритма приведены на рисунках 1,2. Рисунки 1а, 1б отображают графики координат состояния и управления для промежуточного времени $t_1(7) = 0,7$ с (время меньше минимально необходимого). Здесь: число итераций для нахождения оптимального решения $N_{iter} = 203$, значение целевой функции $z^*(7) = 0,453$.



а)



б)

Рис. 2

Рисунки 2а, 2б представляют графики координат состояния и управления для оптимального времени $t_1^* = 1,25$ с. Здесь: число шагов дискретизации $N = 120$, число итераций для нахождения оптимального решения $N_{iter} = 295$, значение целевой функции $z^* = 0,0145$. Отметим, что движение по границе $x_1(t) = x_1^- = -0,5$ осуществляется непрерывно изменяющимся управлением, на остальных участках управление почти всюду принимает предельные значения.

Заключение. В данной работе разработан алгоритм решения задачи быстрогодействия для линейных стационарных систем со скалярным ограниченным управлением и фазовыми ограничениями в виде параллелепипеда. Исходный объект управления из непрерывной переводится в дискретную область, а затем задача быстрогодействия представляется как задача линейного программирования, где учитываются все ограничения. В работе подробно изложен механизм учёта данных ограничений. Задача линейного

программирования решается с помощью симплекс-метода. Моделирование показало, что если не стремиться к чрезмерной *по времени* точности перевода в терминальную точку, то 30-60 точек дискретизации вполне достаточно.

Список литературы

1. Гамкрелидзе Р.В. Оптимальные процессы управления при ограниченных фазовых координатах // Изв. АН СССР. Математика. – 1960. – №3. – С. 315 – 356.
2. Дубовицкий А.Я., Милютин А.А. Необходимые условия слабого экстремума в задачах оптимального управления со смешанными ограничениями типа неравенства // Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1968. – Т. 8, № 4. – С. 725-779.
3. Пупков К.А., Фалдин Н.В., Егупов Н.Д. Методы синтеза оптимальных систем автоматического управления – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 512 с.
4. Buskens C., Maurer H. SQP-methods for solving optimal control problems with state and control constraints: adjoint variables, sensitivity analysis and real time control // J. of Comput.&Appl. Math., V. 120, no. 1-2,2000. – Pp. 85-108.
5. Teo K.L., Goh C.J., Wong K.H. A unified computational approach for optimal control problems. – New York: Longman Scientific and Technical, 1991. – 267 p.
6. Xing A.Q. The exact penalty function method in constrained optimal control problems // J. of Math. Analysis & Appl.– 1984. – V. 186.– Pp. 514-522.
7. Баландин Д.В., Коган М.М. Линейные матричные неравенства в синтезе регуляторов при ограничениях на управление и фазовые координаты // Труды VIII Международной конференции "Идентификация систем и задачи управления " SICPRO'09 (Москва, 26-30 января 2009 г.). – 2009. – С. 31-34.
8. Blanchini F. Non-quadratic Lyapunov functions for robust control // Automatica. – 1995. – № 31. – P. 451-461.
9. Таха Х. Введение в исследование операций. Т.1.– М.: Мир, 1985. – 479 с.

Краснощеченко В.И., доцент, канд. техн. наук.
E-mail: kviip@yandex.ru.

V.I. Krasnoshchechenko

**SIMPLEX-METHOD FOR THE SOLUTION
OF A BRACHISTOCHRONE PROBLEM WITH THE SCALAR
CONTROL CONSTRAINT AND STATE CONSTRAINTS**

Bauman Moscow State Technical University, Kaluga Branch, Kaluga,
248000, Russia

In paper the solution of a brachistochrone problem for linear time invariant objects with the scalar control constraint and state constraints as a parallelepiped is considered. In offered algorithm transition from a brachistochrone problem to a problem of linear programming which is solved a simplex method is used. The given method concerns to group of control parametrization of methods.

Keywords: *brachistochrone problem, control, state constraints, linear programming, simplex method.*

Krasnoshchechenko V.I., associate professor, Ph.D.
E-mail: kviip@yandex.ru.

Тун Тун Чжо, Тин Эй Чжо, А.М. Макаренков

АВТОМАТИЗАЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРОЕКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА В КЛАССЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

При разработке современных систем управления предъявляются повышенные требования к их точности и надежности, требующие дополнительного учета ряда факторов случайного характера, действующих в реальных условиях эксплуатации. Влияние таких факторов может быть учтено введением случайных параметров в математическую модель системы, используемую на этапе ее разработки в качестве основы всех расчетных процедур.

В данной работе рассматривается построение проекционной модели электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) в классе систем со случайными параметрами, представленной в форме, удобной для решения задачи статистического анализа методом аналитического усреднения случайного оператора системы [1]. Данная форма имеет вид

$$\mathbf{C}^x = (\bar{\mathbf{A}} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{C}^y + \mathbf{C}_0,$$

где \mathbf{C}^y , \mathbf{C}^x , \mathbf{C}_0 – вектор-столбцы проекционных характеристик входного сигнала системы, ее выходного сигнала и вектора начальных условий соответственно; $\bar{\mathbf{A}}$ – детерминированная матрица, определяемая через математические ожидания случайных коэффициентов исходной модели; $\Delta\mathbf{A}$ – случайная матрица, определяемая через их центрированные случайные составляющие. Выражения для данных матриц приведены ниже [2]:

$$\bar{\mathbf{A}} = (\mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}}_x)^{-1} \bar{\mathbf{A}}_y;$$

$$\Delta\mathbf{A} = \mathbf{A}_{x0} \left(\sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v (\mathbf{A}_x^{\Delta} \mathbf{A}_{x0})^v \bar{\mathbf{A}}_y + \sum_{v=0}^{\infty} (-1)^v (\mathbf{A}_x^{\Delta} \mathbf{A}_{x0})^v \mathbf{A}_y^{\Delta} \right),$$

где

$$\bar{\mathbf{A}}_x = \sum_{i=0}^{n-1} \bar{a}_i (\mathbf{P}^{n-i})^T; \quad \bar{\mathbf{A}}_y = \sum_{j=0}^{k-1} \bar{b}_j (\mathbf{P}^{n-j})^T; \quad \mathbf{A}_{x0} = (\mathbf{I} + \bar{\mathbf{A}}_x)^{-1};$$

$$\mathbf{A}_x^\Delta = \sum_{i=0}^{n-1} \Delta a_i (\mathbf{P}^{n-i})^T; \quad \mathbf{A}_y^\Delta = \sum_{j=0}^{k-1} \Delta b_j (\mathbf{P}^{n-j})^T.$$

В приведенных выражениях \mathbf{P}^T – матричный оператор интегрирования, \mathbf{I} – единичная матрица.

При выводе вышеприведенных выражений предполагается представление случайных коэффициентов дифференциального уравнения, описывающего исходную непрерывную модель ЭГСП, в виде

$$a_i = \bar{a}_i + \Delta a_i, \quad i = \overline{0, n-1}, \quad b_j = \bar{b}_j + \Delta b_j, \quad j = \overline{0, k-1},$$

где \bar{a}_i и \bar{b}_j – средние значения (математические ожидания); Δa_i и Δb_j – случайные отклонения (центрированные случайные составляющие).

Само дифференциальное уравнение исходной модели ЭГСП, получаемое исключением переменных из системы дифференциальных уравнений, либо сворачиванием структурной схемы, имеет вид

$$\sum_{i=0}^7 a_i \left(d^i / dt^i \right) x = b_0 y; \quad a_n \equiv 1.$$

Процедура аналитического усреднения сводится к выражению стохастических моментов произвольных порядков случайных коэффициентов уравнений исходной модели через моменты первого и второго порядков, заданные для этих коэффициентов. Таким образом, возникает задача определения математических ожиданий и дисперсий случайных коэффициентов a_i , b_j по заданному математическому ожиданию и дисперсии некоторого случайного физического параметра ЭГСП, то есть требуется вывод достаточно громоздких алгебраических выражений.

Для решения указанной задачи разработана программа на языке системы MATLAB, использующая функции аналитических преобразований пакета Symbolic Math Toolbox. Данная программа в качестве входных данных принимает выражения для передаточных функций звеньев структурной схемы исходной модели ЭГСП и формулы структурных преобразований для типовых соединений звеньев. Результатом работы программы являются выражения для математических ожиданий и дисперсий случайных коэффициентов a_i , b_j .

Вторым этапом аналитических преобразований является раскрытие стохастических моментов произвольных порядков в процессе усреднения случайного оператора $\Delta \mathbf{A}$ с использованием функций того же пакета.

Таким образом, решена задача автоматизации построения проекционной модели ЭГСП в классе систем со случайными параметрами, что дает возможность применения метода усреднения проекционных моделей в инженерной практике.

Список литературы

1. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Макаренков А.М. и др. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем. — М.: Физматлит, 2003. — 400 с.

2. Макаренков А.М. Учет влияния случайных параметров в проекционных моделях систем автоматического управления // Известия ТулГУ. Серия Вычислительная техника, информационные технологии, системы управления. Вып.3. Системы управления. Том.2. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2006. — С.30-38.

Тун Тун Чжо, аспирант.

E-mail: htaminncyaw@gmail.com.

Тин Эй Чжо, аспирант.

E-mail: tinayekyaw87@gmail.com.

Макаренков А.М., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

С.И. Николаенко, Н.А. Николаенко

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ СТАТИСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ШИРОКОГО КЛАССА РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В процессе обработки экспериментальных данных часто возникает проблема наличия в полученной выборке наблюдений, существенно выпадающих из основной массы. Такие «аномальные» данные («артефакты») значительно искажают сведения о положении центра и степени рассеяния всей выборки, вычисленных путем применения стандартных статистических формул:

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i; \quad D = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - M)^2.$$

Одним из путей решения указанной проблемы для нормального распределения является использование несмещенных робастных λ -оценок Мешалкина, основанных на умножении каждого значения из ряда данных на весовой коэффициент, представляющий собой степень экспоненты, показатель которой зависит от расстояния Махаланобиса и регулируемого параметра λ .

Значения положения центра и степени рассеяния выборки с помощью λ -оценок можно вычислить путем итеративного решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \sum (x_i - M_\lambda) e^{\frac{-\lambda q_i}{2}} = 0, \\ \left((x_i - M_\lambda)(x_i - M_\lambda)^T - \frac{1}{1+\lambda} C_\lambda \right) e^{\frac{-\lambda q_i}{2}} = 0, \end{cases}$$

где: $q_i = (x_i - M_\lambda)^T C_\lambda^{-1} (x_i - M_\lambda)$.

В качестве исходных M_λ и C_λ используются стандартные статистические оценки максимума правдоподобия, обладающие наименьшей дисперсией, но чрезвычайно неустойчивые даже при малом нарушении нормальности распределения.

При $\lambda = 0$ λ -оценки вырождаются в стандартные оценки максимума правдоподобия, а при $\lambda = 1$ – в оценки максимума устойчивости.

Для «загрязненного» нормального распределения λ -оценки Мешалкина при $\lambda = 0,5$ отсеивают до 30% «артефактов». Однако при использовании данных с другими законами распределения λ -оценки дают смещенные показатели центра и степени рассеяния данных, отвергая часть правильных значений (не «артефактов»).

В докладе предлагается следующий алгоритм устойчивого оценивания статистических характеристик распределения с помощью λ -оценок Мешалкина.

1. К исходным данным применяются λ -оценки. Если данные не имеют нормального распределения, то отбрасываются не только «артефакты», но и часть истинных значений.

2. Выполняется аппроксимация распределения по его «ядру» с помощью непрерывной параметрической кривой из какого-либо достаточно широкого семейства (например, семейства кривых Пирсона.)

3. Проводится нормализация данных с использованием полученной аппроксимации.

4. К нормализованным данным снова применяются λ -оценки с отбрасыванием уже «действительных артефактов».

Эти шаги можно итерационно повторять.

Так как применение λ -оценок Мешалкина требует больших затрат времени и ресурсов, чем стандартные оценки максимума правдоподобия, то необходим критерий наличия «артефактов» в данных. В качестве такого критерия предлагается использовать следующую величину:

$$K_{\lambda} = \frac{1}{np} \sum (x_i - M_{\lambda})^T C_{\lambda}^{-1} (x_i - M_{\lambda}).$$

«Артефакты» в данных, мало влияя на оценки M_{λ} и C_{λ} , приводят к увеличению K_{λ} на несколько порядков.

С практической точки зрения важно, что λ -оценки можно использовать не только для устойчивого оценивания параметров широкого класса распределений, но и для кластеризации данных.

Список литературы

1. Шурыгин А.М. Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. – М.: Финансы и статистика, 2000. – 224с.
2. Бостанджиян В.А. Пособие по статистическим распределениям. – Черноголовка: ИПХФ РАН, 2000. – 1008 с.
3. Митропольский А.К. Техника статистических вычислений. – М.: Наука, 1971. – 576 с.

Николаенко С.И., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: sinico@mail.ru.

Николаенко Н.А., ст. преподаватель.

E-mail: nani-co@mail.ru.

В.Т. Еременко, О.М. Борисов, Н.И. Фомин

АЛГОРИТМЫ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЖИВУЧЕСТИ КОМПОНЕНТОВ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ (АСУ ПП) НА ОСНОВЕ СТРАТЕГИЙ ЗАЩИТЫ ЗВЕНА И ЗАЩИТЫ ПУТИ

ФГБОУ ВПО «Госуниверситет-УНПК»

Под задачей обеспечения живучести компонентов АСУ ПП понимают определение множества возможных обходных маршрутов для каждого множества отказавших ресурсов и выбор оптимального варианта по критерию минимальной стоимости [2, 3]. Обычно, для уменьшения вычислительной сложности, задачу упрощают, рассматривая отказ только одного типа ресурса — звена данных, связывающего два смежных узла сети [1]. Так, в работе [3], рассматривается алгоритм проектирования защищенной сети иерархической структуры для модели с кратковременными отказами одного звена. В модели предполагается, что в один момент времени отказать может только одно звено и что его работоспособность будет восстановлена до того, как откажет другое звено.

Существует две основных стратегии обеспечения живучести компонентов АСУ ПП: защита звена (line protection) и защита пути (path protection) [1, 2].

Защита звена предполагает построение обходного маршрута, связывающего конечные точки отказавшего звена. Поток данных будет направляться по обходному маршруту при достижении одной из конечных точек отказавшего звена.

Защита пути подразумевает построение нового маршрута между конечными точками АСУ ПП, по которому поток данных будет направляться в обход неисправного участка сети.

Критерием задачи оптимизации компонентов АСУ ПП является максимальная загрузка сети.

Многие проблемы, возникающие в различных областях знания, могут быть сформулированы, как задачи теории графов [7].

В теории неориентированных графов, потоковая модель представляется в виде неориентированного графа $G = (V, E)$, где V — совокупность вершин графа (например, маршрутизаторы/коммутаторы сети), E — сово-

купность ребер графа. Пусть C — стоимость резервирования полосы пропускания в сети для АСУ ПП. Пусть Q — совокупность конечных точек АСУ ПП, которая является подмножеством совокупности вершин графа V , $Q \subseteq V$. Каждая конечная точка АСУ ПП $v \in Q$ характеризуется двумя полосами пропускания: B_v^{in} (максимальное значение потока данных, которое может принять конечная точка v от других конечных точек АСУ ПП) и B_v^{out} (максимальное значение потока данных, которое может отправить конечная точка v другим конечным точкам АСУ ПП).

Рассмотрим иерархическую топологию АСУ ПП. Если считать, что каждая вершина $v \in Q$ является конечной точкой дерева T , то существует отдельное ребро, инцидентное вершине v . Пусть (u, v) — любое ребро дерева T , тогда граф в виде дерева легко может быть разделен на два подграфа $(T_u^{(u,v)}$ и $T_v^{(u,v)})$ с помощью удаления ребра (u, v) . Будем считать граф $T_u^{(u,v)}$ поддеревом дерева T , содержащим вершину u , когда ребро (u, v) удалено из дерева T . Резервируемая полоса пропускания на таком ребре должна быть равна максимальному суммарному потоку данных между двумя множествами конечных точек компонентов АСУ ПП, которые связаны этим ребром. Необходимо отметить, что в дереве T весь поток данных из одной конечной точки АСУ ПП в другую передается по единственному пути.

Задачей обеспечения живучести СПД АСУ ПП при одиночном отказе какого-либо звена является задача выбора набора резервных ребер $f \in G - T$ и решение вопросов маршрутирования потока данных по запасному пути, при этом в запасном пути различаются ребра, принадлежащие и не принадлежащие дереву T .

Пусть P_{uv} — путь, который проходит от вершины $u \in T$ до вершины $v \in T$, при этом, путь проходит через вершины графа $G(V, E)$, не принадлежащие дереву T , то есть путь $P_{uv} \in G - T$. Следовательно, граф $G' = G \cup P_{uv}$ содержит цикл c_{uv} , при этом, если из графа G' удалить любое ребро e из пути P_{uv} , инцидентное вершине u или v , то получим дерево $T' = G' - e$, по которому может передаваться поток данных конечных точек АСУ ПП. Следовательно, ребра $f \in P_{uv}$ выступили в роле защиты ребер $e \in T \cap c_{uv}$ дерева T .

Очевидно, что любое ребро $f \in P_{uv}$ может входить в другой путь $P_{xy} : x \in T, y \in T$, и соответственно, быть защитным для ребер $e \in T \cap f_{uv}$.

Рассмотрим способ расчета величины защитной полосы пропускания. Пусть $E(f)$ - множество ребер $e \in T$, для которых ребро f может быть защитным, $\bar{E}(f)$ - множество ребер $e \in T$, для которых ребро f является защитным. Тогда, выберем направление в цикле c_{uv} , сориентируем ребра цикла c_{uv} в соответствие с выбранным направлением и получим контур \bar{c}_{uv} , в котором любое ребро (x, y) направлено от вершины x к вершине y . Будем считать, что ребро $f = (x, y)$ и ребра $(u, v) \in \bar{E}(f)$ направлены одинаково в соответствующих контурах (т.е. от вершины x к вершине y и от вершины u к вершине v). Тогда величина защитной полосы пропускания, которая должна быть выделена на этом ребре $f = (x, y)$, определяется:

$$b^{защ}(x, y) = \max_{(u, v) \in \bar{E}(f)} \{b(v, u)\}, \quad (1)$$

Отметим, что в случае симметричного потока данных, $b^{защ}(x, y) = b^{защ}(y, x)$.

В стратегии защиты звена, защитный путь должен связать конечные вершины отказавшего ребра. Пусть произошел отказ на ребре $(u, v) \in T$ и существует путь P_{xy} в $G - T$, такой что все защитные ребра $f \in P_{xy}$ являются защитными для звена (u, v) . Тогда, все ребра $f \in P_{xy}$ вместе с ребром $(u, v) \in T$ входят в цикл c_{xy} , следовательно, необходимо дополнительно выделить $b^{дон}(i, j) = b(v, u)$. и $b^{дон}(j, i) = b(u, v)$ на всех ребрах e пути P_{xy} , удовлетворяющих условию $e \in T \cap P_{xy} \setminus (u, v)$. Будем считать, что ребро (u, v) и ребра $e \in T \cap P_{xy} \setminus (u, v)$ направлены одинаково в контуре \bar{c}_{xy} [1].

Защитная полоса пропускания для всех ребер $(u, v) \in T$ находится, с помощью описанного ниже выражения:

$$b_T^{защ}(x, y) = \max_{\forall (u, v) \in T - (x, y)} \{b_{uv}^{дон}(x, y)\}, \quad (2)$$

Стратегия защиты звена для АСУ ПП с симметричным потоком данных конечных точек проиллюстрирована на рисунке 1, а.

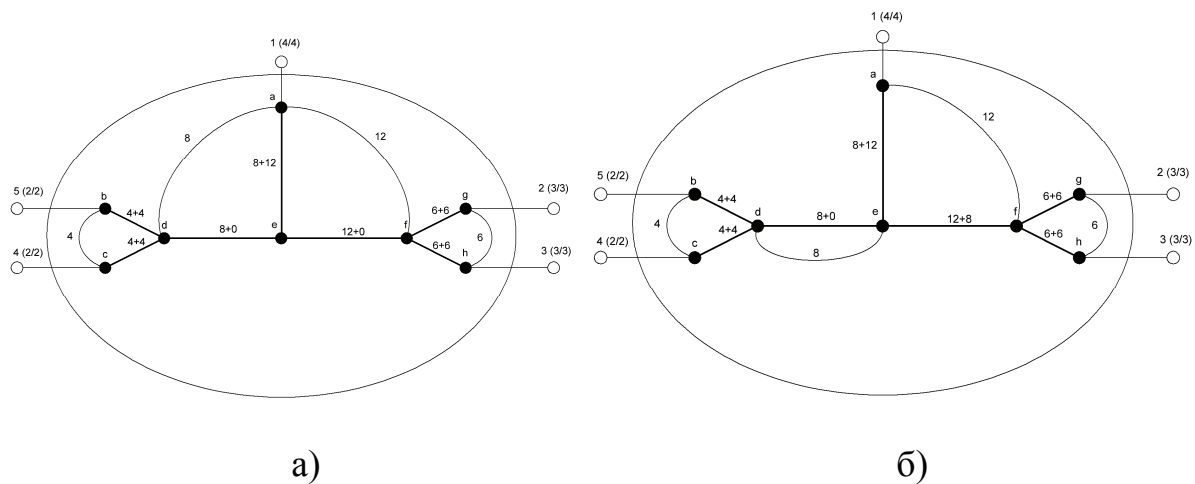


Рис. 1

На рисунке 1, а показано дерево, к которому добавлено 4 звена – (a, f) , (b, c) , (d, e) , (g, h) . Выпишем ребра, защищаемые этими звеньями: $\overline{E}(a, f) = \{(a, e), (e, f)\}$, $\overline{E}(b, c) = \{(b, d), (c, d)\}$, $\overline{E}(d, e) = \{(d, e)\}$, $\overline{E}(g, h) = \{(g, f), (h, f)\}$. Тогда по формуле (1) получаются следующие значения защитных полос пропускания на этих звеньях:

$$b^{заш}(a, f) = \max\{b(a, e), b(e, f)\} = 12, \quad b^{заш}(b, c) = \max\{b(b, d), b(c, d)\} = 4,$$

$$b^{заш}(d, e) = 8, \quad b^{заш}(g, h) = \max\{b(g, f), b(h, f)\} = 6.$$

Тогда дополнительная полоса пропускания для всех ребер $e \in T$, для всех защитных путей: $b_{ae}^{don}(e, f) = 12$, $b_{ae}^{don}(f, e) = 8$, $b_{bc}^{don}(b, d) = 4$, $b_{bc}^{don}(c, d) = 4$, $b_{de}^{don}(d, e) = 0$, $b_{gh}^{don}(g, f) = 6$, $b_{gh}^{don}(h, f) = 6$.

После этого, необходимо воспользоваться выражением (2) и найти максимальные значения дополнительной полосы пропускания для каждого ребра $e \in T$.

Просуммировав результаты, полученные из выражений (1) и (2), мы получим величину суммарной защитной полосы пропускания для обеспечения живучести всего дерева T методом защиты звена. В нашем примере, она равна 70.

В стратегии защиты пути, защитный путь должен связать два поддерева $T(u, v)$ и $T(v, u)$ дерева T в случае отказа ребра (u, v) . Пусть существует путь P_{xy} в $G - T$, такой что все защитные ребра $f \in P_{xy}$ являются защитными для звена (u, v) , то есть пакеты в АСУ ПП будут передаваться по

образованному дереву $T_{uv} = T - (u, v) + P_{xy}$. В этом случае, на защитных ребрах $f \in T - (u, v)$, необходимо выделить дополнительную полосу пропускания, рассчитываемую по выражению:

$$b_{uv}^{\text{don}}(x, y) = \max \left\{ 0, \min \left\{ \sum_{i \in Q \cap T_{uv}(x, y)} b_{\text{out}}(i), \sum_{j \in Q \cap T_{uv}(y, x)} b_{\text{in}}(j) \right\} - b(x, y) \right\}, \quad (3)$$

Защитная полоса пропускания для всех ребер $(u, v) \in T$ находится, с помощью выражения (2).

На рисунке 1, б показано дерево, к которому добавлено 4 звена – (a, f) , (b, c) , (d, e) , (g, h) . Рассмотрим расчет дополнительной полосы пропускания.

Рассчитаем дополнительную полосу пропускания, используя выражение (3), в случае отказа ребра (f, e) дерева T . Так как поток данных симметричный, то для ускорения расчетов мы будем считать суммарный поток данных (входящий и исходящий).

$$b_{fe}^{\text{don}}(a, e) = \max \{0, \min \{20, 8\} - 8\} = 12,$$

$$b_{fe}^{\text{don}}(f, g) = \max \{0, \min \{6, 22\} - 6\} = 0,$$

$$b_{fe}^{\text{don}}(f, h) = \max \{0, \min \{6, 22\} - 6\} = 0,$$

и т.д.

Аналогичным образом рассчитываются значения дополнительной полосы пропускания для отказа каждого ребра дерева T . После применения к полученным данным выражения (2), мы получим значения защитной полосы пропускания на каждом ребре. Просуммировав эти значения, в нашем случае, значение дополнительной резервируемой полосы пропускания для дерева T равно 62.

Для определения оптимальных защитных ребер $e \in G - T$, в литературе описан аппроксимационный алгоритм [1], который имеет очевидный недостаток - функция стоимости не учитывает полосу пропускания, которая должна быть дополнительно выделена на ребрах дерева АСУ ПП.

В работе [2] предлагается решение задачи методом смешанного целочисленного линейного программирования, которая отдельно формулируется для резервирования звена и для резервирования пути, который имеет плохую сходимость для сетей больших размеров, но в небольших сетях он более эффективен, чем аппроксимационный алгоритм.

Результаты применения описанных выше алгоритмов, приведены в работе [2] для сетей с различной топологией при различном числе конечных точек АСУ ПП. Из них следует, что стратегия защиты пути наиболее эффективна, аппроксимационный алгоритм наименее эффективен.

С использованием теории неориентированных графов, описана потоковая модель АСУ ПП, приведена методика расчета минимально возможной резервируемой полосы пропускания, описана методика расчета необходимой дополнительной полосы пропускания для стратегии защиты звена и стратегии защиты пути, обеспечивающих защиту АСУ ПП, в случае отказа какого-либо звена.

Анализируя зависимость занимаемой полосы пропускания от топологии сети, количества конечных точек АСУ ПП и используемой стратегии резервирования, можно сделать вывод, что в общем случае, наибольшей эффективностью обладают стратегия защиты звена и стратегия защиты пути. Исходя из этого, целесообразна разработка гибридной стратегии защиты компонентов АСУ ПП, использующей резервирование звена и резервирование пути в зависимости от различных факторов, которые необходимо определить в дальнейшей работе.

Список литературы

1. Росляков, А.В. Виртуальные частные сети. Основы построения и применения / А.В. Росляков. - М.: Эко-Трендз, 2006. - 304 с.
2. Balasubramanian, A. Bandwidth requirements for the protected VPNs in the hose model / A. Balasubramanian, G. Sasaki // International Symposium on Information Theory. - Kanagawa 2003. - P.89-90.
3. Italiano G. F., Rastogi R., Yener B. Restoration Algorithms for Virtual Private Networks in the Hose Model // IEEE INFOCOM, 2002.
4. Duffield, N.G. A flexible model for resource management in virtual private networks / N. Duffield, P. Goyal, A. Greenberg, P. Mishra, K. Ramakrishnan, J.E. van der Merwe // ACM SIGCOMM Computer Communication Review. - 1999. - V 29, № 4. - P. 95-108.
5. Басакер, Р. Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. - М.:Наука, 1974-367 с.
6. Нуштаев А.В., Росляков А.В. Алгоритмы построения отказоустойчивых виртуальных частных сетей // Доклады 60-й научной сессии, посвященной Дню Радио. - М., 2005. - С. 54-57.

7. Оре, О. Теория графов / О. Оре. - М.: Наука, 1968. - 336 с.
8. Еременко, В.Т. Анализ моделей управления трафиком в сетях АСУП на основе технологии MPLS. / В.Т. Еременко, С.В. Еременко, Д.В. Анисимов, С.А. Черепков, А.А. Лякишев // Информационные системы и технологии. –2013. – № 1. – С. 106-112.

Еременко В.Т., профессор, д-р техн. наук.

E-mail: evtib_gu_unpk@mail.ru.

Борисов О.М., аспирант.

E-mail: evtib_gu_unpk@mail.ru.

Фомин Н.И., аспирант.

E-mail: evtib_gu_unpk@mail.ru.

Аунг Чжо Со, Мьо Паинг Сат, А.М. Макаренков

ИДЕНТИФИКАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРИВОДА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Повышение точности силовых приводов, являющихся важной частью систем автоматического управления, применяемых в таких областях как робототехника, авиация и ракетостроение, является актуальной проблемой. В большинстве подобных приложений используется электрогидравлический следящий привод (ЭГСП), обладающий высокой удельной мощностью и быстродействием. В то же время для ЭГСП характерна заметная чувствительность к свойствам рабочей жидкости, температуре окружающей среды, технологическому разбросу параметров и другим факторам, носящим в основном случайный характер. При разработке современных систем автоматического управления требуется учет указанных факторов как случайных параметров математической модели системы. При этом возникает задача идентификации данных параметров в смысле определения их статистических характеристик. Решению этой задачи посвящена данная работа.

Рассматривается задача идентификации дисперсии случайного коэффициента вязкого трения на золотнике электрогидравлического усилителя (ЭГУ) в составе ЭГСП.

Линеаризованная математическая модель ЭГУ описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} L \frac{di(t)}{dt} + R_a i(t) &= u_{\text{ex}}(t), \\ J_{\text{я}} \frac{d^2 \varphi_{\text{я}}(t)}{dt^2} + h_{\text{я}} \frac{d\varphi_{\text{я}}(t)}{dt} + k_{M\varphi} \varphi_{\text{я}}(t) &= k_{Mi} i(t) - k_{Mp_y} p_y(t) - k_{\text{moc}} x(t), \\ \frac{V_y}{2E} \frac{dp_y(t)}{dt} + k_{Q_y p_y} p_y(t) &= k_{Q_y \varphi} \varphi_y(t) - F_3 \frac{dx(t)}{dt}, \\ m_3 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + h_3 \frac{dx(t)}{dt} + 2C_{\text{зод}} x(t) &= F_3 p_y(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где, $u_{\text{ex}}(t)$ – напряжение на обмотке управления электромеханического преобразователя (ЭМП); $i(t)$ – ток в обмотке управления ЭМП; $\varphi_{\text{я}}(t)$ – угол поворота якоря ЭМП и закреплённой на нём заслонки; $p_y(t)$ – пере-

пад давления на торцах золотника ЭГУ; $x(t)$ – перемещение золотника ЭГУ.

Коэффициенты в уравнениях (1) имеют следующий физический смысл: L – индуктивность обмотки управления ЭМП; R_a – активное сопротивление обмотки управления ЭМП; $J_{\text{я}}$ – момент инерции якоря ЭМП и заслонки относительно оси вращения якоря; $h_{\text{я}}$ – коэффициент вязкого трения на якоре ЭМП; $k_{M\phi}$ и k_{Mi} – коэффициенты внешней моментной характеристики ЭМП; k_{Mp_y} – коэффициент, учитывающий влияние гидродинамических сил; $k_{\text{мос}}$ – коэффициент механической обратной связи через гибкий стержень; V_y – объём управляющих полостей ЭГУ; E – модуль объёмной упругости рабочей жидкости; $k_{Q_{yP_y}}$ и $k_{Q\phi}$ – коэффициенты линеаризации расходно-перепадной и регулировочной характеристик управляющего элемента «сопло-заслонка»; F_3 – площадь торца золотника ЭГУ; m_3 – масса золотника ЭГУ; h_3 – коэффициент вязкого трения на золотнике ЭГУ, рассматриваемый как случайный параметр; $C_{\text{эд}}$ – коэффициент жёсткости гидродинамической пружины.

Исполнительным органом ЭГСП является гидродвигатель (ГД). Он представляет собой гидродвигатель поршневого типа, приводимый в движение потоком рабочей жидкости (минеральное масло).

Уравнение электрической отрицательной обратной связи

$$u_{\text{ex}}(t) = k_{yc}(u(t) - k_{oc}y(t)), \quad (2)$$

где, k_{yc} – коэффициент передачи усилителя; k_{oc} – коэффициент передачи цепи электрической обратной связи, $u(t)$ – электрическое напряжение на входе ЭГСП (входной сигнал), $y(t)$ – перемещение поршня ГД (выходной сигнал ЭГСП).

Уравнение движения поршня ГД

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + h \frac{dy(t)}{dt} + Cy(t) = Fp(t), \quad (3)$$

где, M – масса нагрузки и масса подвижных частей ГД, h – коэффициент вязкого трения на поршне ГД, C – коэффициент позиционной нагрузки ГД.

Таким образом, уравнения (2)-(3) в совокупности с уравнениями (1) составляют полную модель ЭГСП.

Для решения задачи идентификации был применен алгоритм, основанный на использовании метода математического программирования, описанный в [1], с тем отличием, что для вычисления минимизируемого функционала вместо метода усреднения проекционных моделей применяется метод статистических испытаний. Другим отличием является модифицированная форма функционала.

Согласно данному алгоритму требуется построить следующий функционал:

$$J(\mathbf{K}) = \left[\int_0^T \left[m_x^u(t) - m_x^p(t, \mathbf{K}) \right]^2 dt \right]^{1/2} + \left[\int_0^T \int_0^T \left[R_{xx}^u(t_1, t_2) - R_{xx}^p(t_1, t_2, \mathbf{K}) \right]^2 dt_1 dt_2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

в который входит математическое ожидание измеренного выходного сигнала реальной системы $m_x^u(t)$ и его автокорреляционная функция $R_{xx}^u(t_1, t_2)$, а также математическое ожидание $m_x^p(t, \mathbf{K})$ и автокорреляционная функция $R_{xx}^p(t_1, t_2, \mathbf{K})$, вычисленные методом статистических испытаний с использованием проекционной модели ЭГСП.

Функционалу (4) соответствует следующее представление в спектральной области:

$$J(\mathbf{K}) = \left[\sum_{i=1}^p \left[c_i^{EM}(\mathbf{K}) \right]^2 \right]^{1/2} + \left[\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \left[c_{ij}^E(\mathbf{K}) \right]^2 \right]^{1/2}, \quad (5)$$

где $c_i^{EM}(\mathbf{K})$ и $c_{ij}^E(\mathbf{K})$ – элементы матриц проекционных характеристик $\mathbf{C}^{EM}(\mathbf{K})$ и $\mathbf{C}^E(\mathbf{K})$ соответственно, вычисляемых как

$$\mathbf{C}^{EM}(\mathbf{K}) = \mathbf{C}^{m_x^u} - \mathbf{C}^{m_x^p}(\mathbf{K}), \mathbf{C}^E(\mathbf{K}) = \mathbf{C}^{R_{xx}^u} - \mathbf{C}^{R_{xx}^p}(\mathbf{K}),$$

где $\mathbf{C}^{m_x^u}$ и $\mathbf{C}^{m_x^p}$ – проекционные характеристики функции математического ожидания измеренного и расчетного выходного сигнала системы, $\mathbf{C}^{R_{xx}^u}$ и $\mathbf{C}^{R_{xx}^p}$ – проекционные характеристики измеренной и расчетной автокорреляционной функции ее выходного сигнала. Указанные расчетные статистические характеристики также вычисляются методом статистических испытаний по проекционной модели ЭГСП; $\mathbf{K} = [D_{h_3}]$ – вектор искомых параметров, содержащий в данном случае только один элемент.

Минимизация функционала (5) относительно значений элементов вектора \mathbf{K} (значение D_{h_3}) с ограничением на положительность дисперсии случайного параметра h_3 позволяет решить поставленную задачу идентификации.

Для оценки точности описанного метода идентификации был выполнен вычислительный эксперимент, в ходе которого сначала была решена задача статистического анализа ЭГСП методом статистических испытаний модели (1)-(3) для заданного значения дисперсии случайного параметра $D_{h_3} = 0,001$, в результате чего были найдены матрицы S^{m_x} и $S^{R_{xx}}$. Затем была решена задача идентификации, в результате чего была найдена дисперсия D_{h_3} . Сравнение значений заданной и найденной дисперсий позволяет сделать вывод о достаточной точности использованного алгоритма — ошибка не превышает 5%.

В выполненном вычислительном эксперименте дисперсия случайного параметра считалась известной. Это является искусственным условием, поскольку измерение выходного сигнала реальной стохастической системы заменяется его вычислением по математической модели. При этом заданная дисперсия выступает в качестве эталонного значения, позволяющего оценить точность решения задачи идентификации. В дальнейшем планируется выполнить натурный эксперимент.

Таким образом, в работе показана возможность решения задачи идентификации случайного параметра математической модели ЭГСП с использованием проекционных аппроксимаций и алгоритма, описанного в [1].

Список литературы

1. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Макаренков А.М. и др. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем. — М.: Физматлит, 2003. — 400 с.

Аунг Чжо Со, аспирант.

E-mail: aungkyawsoe48@gmail.com.

Мьо Паинг Сат, аспирант.

E-mail: myopaingsatt85@gmail.com.

Макаренков А.М., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

А.В. Аксенов, А.А. Козинец, М.В. Федотов

ИССЛЕДОВАНИЕ И СИНТЕЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ: ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ. I

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Американский ученый Л.Заде ввел понятие параметрической передаточной функции линейной нестационарной системы (ППФ).

ППФ определяется зависимостью:

$$W(s, t) = \int_0^t k(t, \tau) e^{-s(t-\tau)} d\tau. \quad (1)$$

Положим, что линейная нестационарная система автоматического управления описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\sum_{k=0}^n a_k(t) x^{(k)}(t) = \sum_{k=0}^m b_k(t) y^{(k)}(t), \quad (2)$$

или что тоже самое

$$D(p, t)x(t) = M(p, t)y(t), \quad p = \frac{d}{dt}. \quad (3)$$

Для ППФ системы описываемой дифференциальным уравнением (1), Заде получил параметрическое операторное уравнение с дифференциальным оператором вида

$$\sum_{v=0}^n A_v(s, t) W^{(v)}(s, t) = B(s, t), \quad (4)$$

где

$$A_v(s, t) = \frac{1}{v!} \frac{d^v}{ds^v} A(s, t), \quad A(s, t) = \sum_{v=0}^n a_v(t) s^v;$$
$$B(s, t) = \sum_{v=0}^m b_v(t) s^v.$$

ППФ $W(s, t)$ в инженерной практике находится методом последовательных приближений

$$W(s, t) = \sum_{i=0}^{\infty} W_i(s, t), \quad (5)$$

причем за первое приближение принимается выражение

$$W_0(s, t) = \frac{B(s, t)}{D(s, t)}.$$

Если коэффициенты дифференциального уравнения (ДУ) (1) не изменяются в больших пределах, то ограничиваются в (5) нулевым приближением

$$W(s, t) \approx W_0(s, t) = \frac{M(s, t)}{D(s, t)}. \quad (6)$$

Метод основанный на формуле (6) называется методом «замороженных коэффициентов».

Значение этого подхода состоит в том, что частотный метод, нашедший широкое применение в инженерной практике при исследовании и синтезе систем с постоянными параметрами (класс стационарных линейных систем (ЛСС)) может быть обобщен на нестационарные линейные системы (ЛНС). Если ППФ известна, то обобщение частотного метода на ЛНС не представляет затруднений и основано на том, что время t рассматривается как параметр. Практически это означает, что вместо одной пары логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ), определяющих однозначно динамические свойства ЛСС, необходимо построение семейства ЛЧХ для ряда значений t_i в исследуемом промежутке $[0, T]: 0 \leq t_i \leq T$.

Построенные характеристики используются, как правило, для анализа устойчивости, исследования качества и, что особенно важно, синтеза систем.

Недостаток подхода – имеют место существенные трудности реализации на ЭВМ, обусловленные графоаналитическим содержанием метода. В связи с этим выдающийся ученый В.В.Солодовников поставил задачу трансформировать метод в обобщенный или спектральный метод анализа и синтеза САУ, что позволяет получить удобные для программирования на ЭВМ алгоритмы всех этапов расчета САУ.

В части II этой статьи рассмотрен новый подход, ориентированный на применение ЭВМ.

Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. И доп. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления/Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с., ил.

Аксенов А.В., студент.

E-mail: an.aksenov992@yandex.ru.

Козинец А.А., студент.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Федотов М.В., студент.

E-mail: fedotov.mv@mail.ru.

Найнг Аунг Со, Нэй Тве, М.А. Петровичев

**ИССЛЕДОВАНИЕ И СИНТЕЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ: ИНТЕГРАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ
ПАРАМЕТРИЧЕСКУЮ ПЕРЕДАТОЧНУЮ ФУНКЦИЮ. II**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В первой части статьи был рассмотрен подход, основанный на решении операторных уравнений методом последовательных приближений. В настоящей статье отражены положения, направленные на построение алгоритма расчета параметрической передаточной функции с использованием аппарата интегральных уравнений.

Нестационарная система описывается уравнением

$$\sum_{v=0}^n a_v(t) x^{(v)}(t) = \sum_{k=0}^m b_k(t) y^{(k)}(t) \quad (1)$$

а соответствующая ППФ определяется зависимостью

$$\sum_{v=0}^n A_v(s, t) W^{(v)}(s, t) = B(s, t), \quad (2)$$

где

$$A_v(s, t) = \frac{1}{v!} \frac{d^v}{ds^v} A(s, t), \quad A(s, t) = \sum_{v=0}^n a_v(t) s^v; \quad (3)$$
$$B(s, t) = \sum_{v=0}^m b_v(t) s^v.$$

Рассмотрим основные положения перехода от дифференциального уравнения (2) к эквивалентному интегральному уравнению Вольтерра 1-го рода.

Интегрируя n раз левую и правую части уравнения (2) получим

$$\sum_{k=0}^n \int_0^t \dots \int_0^{\tau_{n-1}} A_k(s, \tau_n) W^{(k)}(s, \tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n = \int_0^t \dots \int_0^{\tau_{n-1}} B(s, \tau_n) d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (4)$$

Рассмотрим n - кратный интеграл (4)

$$\begin{aligned} \int_0^t \dots \int_0^{\tau_{n-1}} A_k(s, \tau_n) W^{(k)}(s, \tau_n) d\tau_1, d\tau_2 \dots d\tau_n = \\ = \int_0^t \dots \int_0^{\tau} A_k(s, \tau) W^{(k)}(\tau) (d\tau)^n = \int_0^t \dots \int_0^{\tau} A_k(s, \tau) W^{(k)}(s, \tau) d\tau^{n-1} d\tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Поскольку

$$\frac{1}{n!} \frac{d^n}{d\tau^n} \left[(t - \tau)^n \right] = 1, \quad (6)$$

то

$$(d\tau)^n = \frac{d^n \left[(t - \tau)^n \right]}{n!}. \quad (7)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^t \dots \int_0^{\tau} A_k(s, \tau) W^{(k)}(s, \tau) (d\tau)^n d\tau = \int_0^t \dots \int_0^{\tau} A_k(s, \tau) W^{(k)}(s, \tau) d^n \left[(t - \tau)^n \right] d\tau \\ = \frac{1}{n!} \int_0^t (t - \tau)^n A_k(s, \tau) W^{(k)}(s, \tau) d\tau = \frac{1}{n!} \int_0^t (t - \tau)^n B(s, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (8)$$

Интегралы в левой и правой частях последнего соотношения проинтегрируем по частям. После элементарных, но громоздких преобразований можно записать результат в форме:

- для левой части:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^n \frac{1}{n!} \int_0^t (t - \tau)^n A_k(s, \tau) W^{(k)}(s, \tau) d\tau = \\ = \int_0^t W(s, \tau) \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{n!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left[A_k(s, \tau) (t - \tau)^n \right] d\tau; \end{aligned} \quad (9)$$

- для правой части:

$$\frac{1}{n!} \int_0^t (t - \tau)^n B(s, \tau) d\tau = \frac{1}{n!} \int_0^t B(s, \tau) (t - \tau)^n d\tau. \quad (10)$$

Интегральное уравнение, эквивалентное ДУ () в развернутой форме имеет вид

$$\int_0^t \left\{ \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{n!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left[A_k(s, \tau)(t - \tau)^n \right] \right\} W(s, \tau) d\tau = \int_0^t \frac{1}{n!} B(s, \tau)(t - \tau)^n d\tau;$$

или что то же самое

$$\int_0^t k_W(s, t, \tau) W(s, \tau) d\tau = \int_0^t k_B(t, \tau) B(s, \tau) d\tau; \quad (11)$$

где

$$k_W(s, t, \tau) = \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{n!} \frac{d^k}{d\tau^k} \left[A_k(s, \tau)(t - \tau)^n \right], \quad (12)$$

$$k_B(t, \tau) = \frac{1}{n!} (t - \tau)^n. \quad (13)$$

Таким образом, получено параметрическое уравнение Вольтера 1-го рода (11), эквивалентное параметрическому дифференциальному уравнению (2), определяющему параметрическую передаточную функцию линейной нестационарной системы автоматического управления.

Уравнение (11), относящееся к классу интегральных уравнений Вольterra может быть представлено в форме интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода:

$$\int_0^T k_W^\Phi(s, t, \tau) W(s, \tau) d\tau = \int_0^T k_B^\Phi(t, \tau) B(s, \tau) d\tau, \quad (14)$$

где

$$k_W^\Phi(s, t, \tau) = \begin{cases} k_W(s, t, \tau), & 0 \leq \tau \leq t; \\ 0, & t \leq \tau \leq T. \end{cases}$$

$$k_B^\Phi(t, \tau) = \begin{cases} k_B(t, \tau), & 0 \leq \tau \leq t; \\ 0, & t \leq \tau \leq T. \end{cases}$$

Для уравнений вида (14) можно построить алгоритмы, ориентированные на реализацию с помощью ЭВМ.

Рассмотрению аналитической схемы алгоритма посвящена часть III статьи.

Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. И доп. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления/Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с., ил.

Найнг Аунг Со, аспирант.

E-mail: naingaugsoe128@gmail.com.

Нэй Тве, аспирант.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Петровичев М.А., ассистент.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

Нэй Тве, Найнг Аунг Со, М.А. Петровичев

ИССЛЕДОВАНИЕ И СИНТЕЗ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ: АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ФРЕДГОЛЬМА. III

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В работах М.А.Красносельского, П.П.Забрейко, Е.И.Пустыльника. П.Е.Соболевского необходимость перехода от дифференциальных к интегральным уравнениям формулируется так: *«Исследование многих математических задач упрощается, если их удастся свести к уравнениям в функциональных пространствах с непрерывными или вполне непрерывными операторами. Особенно это относится к нелинейным краевым задачам, интегро-дифференциальным и интегральным уравнениям. Для перехода к уравнениям с непрерывным или вполне непрерывным оператором обычно стремятся свести исходную задачу к некоторому интегральному уравнению».*

Подчеркивается, что «свойства интегральных операторов важны не только при изучении интегральных уравнений... Интегральные операторы и их дробные степени играют важную роль при изучении сходимости рядов Фурье, при исследовании приближенных методов, при рассмотрении различных эволюционных задач, в теории колебаний и др... Выясняется, что линейный интегральный оператор обладает рядом дополнительных свойств по сравнению с абстрактными линейными операторами.

Ключевое положение настоящей статьи — использование для построения алгоритма решения интегрального уравнения Фредгольма, на ЭВМ **аппарата вполне непрерывных операторов**. Понятие вполне непрерывного оператора возникло при изучении интегральных операторов. Это понятие было введено Д. Гильбертом. Разработки этого направления велись сотрудниками школы Д. Гильберта: Э. Шмидтом, Ф. Риссом, Г. Вейлем и др.

Исследование и синтез САУ фактически распадается на три независимые части:

1. Переход от дифференциального уравнения к эквивалентному операторному уравнению с интегральным оператором в функциональ-

ных пространствах с непрерывным и вполне непрерывным оператором (вторая часть статьи);

2. Исследование соответствующего интегрального выражения как оператора, действующего в функциональных пространствах;
3. Применение общих методов функционального анализа исследования линейных операторных уравнений с учетом содержания задачи.

С учетом сказанного далее рассматривается задача построения решения интегрального уравнения

$$\int_0^T k_W^\Phi(s, t, \tau) W(s, \tau) d\tau = \int_0^T k_B^\Phi(t, \tau) B(s, \tau) d\tau, \quad (1)$$

которое является результатом перехода от дифференциального уравнения.

Поскольку интегральное уравнение (1) относится к классу уравнений с вполне непрерывным оператором, то возможна аппроксимация вполне непрерывного оператора конечномерными операторами, что служит базой для разработки весьма эффективных алгоритмов решения широкого спектра задач расчета и проектирования САУ. Возможность аппроксимации с заданной точностью позволила называть вполне непрерывные операторы в пространстве с базисом почти конечномерными.

Воспользуемся, выбрав ортонормированный базис

$$\Phi(t) = \{\varphi_k(t) : k = 1, 2, \dots, l, \dots\}, \quad (2)$$

представлением функций, входящих в уравнение (1) в форме разложения по базису (2):

$$W(s, \tau) = \sum_{k=1}^l C_k^W(s) \varphi_k(\tau) = \Phi^T(\tau) \mathbf{C}^W(s), \quad (3)$$

где $\mathbf{C}^W(s) = (C_1^W(s), C_2^W(s), \dots, C_l^W(s))$;

$$k_W^\Phi(s, t, \tau) = \sum_{v_1=1}^l \sum_{v_2=1}^l C_{v_1 v_2}^W(s) \varphi_{v_1}(t) \varphi_{v_2}(\tau) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^W(s) \Phi(\tau), \quad (4)$$

где $\mathbf{A}_0^W(s) = \left(\int_0^T \int_0^T k_W^\Phi(s, t, \tau) \varphi_{v_1}(t) \varphi_{v_2}(\tau) dt d\tau \right)_{v_1, v_2=1}^l$;

$$B(s, \tau) = \sum_{v=1}^l C_v^B(s) \varphi_v(\tau) = \Phi^T(\tau) \mathbf{C}^B(s), \quad (5)$$

где $\mathbf{C}^B(s) = (C_1^B(s), C_2^B(s), \dots, C_l^B(s))$;

$$k_B^\Phi(t, \tau) = \sum_{v_1=1}^l \sum_{v_2=1}^l C_{v_1 v_2}^B(s) \varphi_{v_1}(t) \varphi_{v_2}(\tau) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^B(s) \Phi(\tau), \quad (6)$$

где

$$\mathbf{A}_0^B(s) = \left(\int_0^T \int_0^T k_B^\Phi(t, \tau) \varphi_{v_1}(t) \varphi_{v_2}(\tau) dt d\tau \right)_{v_1, v_2=1}^l.$$

Подставляя (3), (4), (5) и (6) в (1), получим:

$$\int_0^T \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^W(s) \Phi(\tau) \Phi^T(\tau) \mathbf{C}^W(s) d\tau = \int_0^T \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^B(s) \Phi(\tau) \Phi^T(\tau) \mathbf{C}^B(s) d\tau. \quad (7)$$

Отсюда находим

$$\Phi^T(t) \mathbf{A}_0^W(s) \underbrace{\int_0^T \Phi(\tau) \Phi^T(\tau) d\tau}_{\substack{\mathbf{I} - \text{единичная} \\ \text{матрица}}} \mathbf{C}^W(s) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_0^B(s) \underbrace{\int_0^T \Phi(\tau) \Phi^T(\tau) d\tau}_{\substack{\mathbf{I} - \text{единичная} \\ \text{матрица}}} \mathbf{C}^B(s). \quad (8)$$

Соотношение (8) представляет собой наиболее важный результат, определяющий приближенную зависимость для ППФ:

$$\mathbf{A}_0^W(s) \mathbf{C}^W(s) = \mathbf{A}_0^B \mathbf{C}^B(s), \quad (9)$$

которая имеет вид

$$\mathbf{C}^W(s) = \left(\mathbf{A}_0^W(s) \right)^{-1} \mathbf{A}_0^B \mathbf{C}^B(s). \quad (10)$$

Таким образом, решение задачи нахождения приближенной зависимости для ППФ имеет вид

$$W(s, t) = \Phi^T(t) \mathbf{C}^W(s) = \Phi^T(t) \left(\mathbf{A}_0^W(s) \right)^{-1} \mathbf{A}_0^B \mathbf{C}^B(s). \quad (11)$$

Или, что тоже самое

$$W(s, t) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_l(s) \mathbf{C}^B(s), \quad (12)$$

где

$$\mathbf{A}_l(s) = \left(\mathbf{A}_0^W(s) \right)^{-1} \mathbf{A}_0^B = \begin{pmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) & \cdots & a_{1l}(s) \\ a_{21}(s) & a_{22}(s) & \cdots & a_{2l}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{l1}(s) & a_{l2}(s) & \cdots & a_{ll}(s) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Зависимость (13) – это конечномерная аппроксимация вполне непрерывного интегрального оператора в (1).

Ясно, что бесконечная матрица вида

$$\mathbf{A}_\infty = \begin{pmatrix} a_{11}(s) & a_{12}(s) & \cdots & a_{1l}(s) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{l1}(s) & a_{l2}(s) & \cdots & a_{ll}(s) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{pmatrix} \quad (14)$$

полностью определяет вполне непрерывный оператор в уравнении (1).

Для решения инженерных задач вполне непрерывные операторы в пространстве с базисом представляются в виде суммы, одно из слагаемых которой – конечномерный оператор (13), второе слагаемое имеет вид

$$\mathbf{A}_{l+1,\infty} = \begin{pmatrix} 00 & 0a_{1(l+1)}(p) & \cdots & \cdots \\ 00 & 0a_{2(l+1)}(p) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{(l+1)l}(p) & a_{(l+1)(l+1)}(p) & \cdots & \cdots \end{pmatrix}, \quad (15)$$

при этом оператор с матрицей $\mathbf{A}_{l+1,\infty}$ имеет норму, которая не превосходит наперед заданной величины.

Поскольку

$$W(s, t) = \int_0^t k(t, \tau) e^{-s(t-\tau)} d\tau,$$

$$\text{а } x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \left[\int_0^t k(t, \tau) e^{-s(t-\tau)} d\tau Y(s) e^{st} \right] ds = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(s, t) Y(s) e^{st} ds,$$

при этом $x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s, t) e^{st} ds$, то из приведенных зависимостей следует

дует

$$X(s, t) = W(s, t) Y(s).$$

Вывод: для нестационарных систем, также как и для стационарных, изображение выхода системы находится как произведение передаточной функции на изображения входа:

$$X(s, t) = W(s, t)Y(s) = \Phi^T(t) \mathbf{A}_l(s) \mathbf{C}^B(s) \mathbf{Y}(s). \quad (16)$$

Последняя зависимость является базой для решения задач анализа с использованием соотношения

$$x(t) = L^{-1} \left\{ \Phi(t) \mathbf{A}_l(s) \mathbf{C}^B(s) \mathbf{Y}(s) \right\},$$

а так же синтеза с применением процедуры параметрической оптимизации.

Список литературы

1. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. И доп. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления/Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с., ил.

Нэй Тве, аспирант.

E-mail: naythway1984@gmail.com.

Найнг Аунг Со, аспирант.

E-mail: naingaungsoe128@gmail.com.

Петровичев М.А., ассистент.

E-mail: tabblif@yandex.ru.

В.М. Масюк, Е.А. Кудряшов, В.С. Родионов

ИССЛЕДОВАНИЕ МОЩНЫХ СИЛОВЫХ БЛОКОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯМИ В РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Введение. В настоящее время наибольшее распространение в машиностроительных и приборостроительных отраслях получили манипуляционные роботы: автоматические машины (стационарная или передвижная), состоящие из исполнительного устройства в виде манипулятора, имеющего несколько степеней подвижности, и устройства программного управления и приводов, которая служит для выполнения в производственном процессе двигательных и управляющих функций. Приводы являются также необходимой составляющей частью: это «мышцы» роботов. Самыми популярными двигателями в приводах являются электрические, но также применяется пневматика, гидравлика и другие, использующие химические вещества или сжатый воздух [2].

Сейчас перед лабораторией мехатроники и робототехники стоит несколько задач:

- разработка современных отказоустойчивых манипуляционных устройств на параллельной структуре;
- модернизация систем управления промышленными манипуляторами;
- перевод систем управления на микропроцессорную основу и оптимизация эффективности работы, что включает в себя максимальное энергосбережение.

Большая часть оборудования лаборатории использует в качестве привода коллекторные двигатели постоянного тока и пневмоцилиндры. Разрабатываемая структура управления коллекторными двигателями представлена на рис. 1:



Рис. 1

В данной работе исследуется возможность применения различных ключевых элементов для управления двигательными установками манипуляционного механизма. В качестве экспериментальных элементов используются схемы на биполярных, MOSFET и IGBT транзисторах [1]. Объектами управления являются исполнительные механизмы различных роботов, так исследовались:

- коллекторные двигатели типа ДПМ-30-Н1 с редуктором
- шаговые двигатели (униполярные и биполярные)

Выбор обоснован тем, что ШД массово используются в станках с ЧПУ и имеют возможности работать непосредственно без датчиков обратных связей по программному управлению.

Коллекторный двигатель – наиболее массовый вариант, используется практически во всех робототехнических приводах. Требует энкодера и системы управления (рис. 2.).

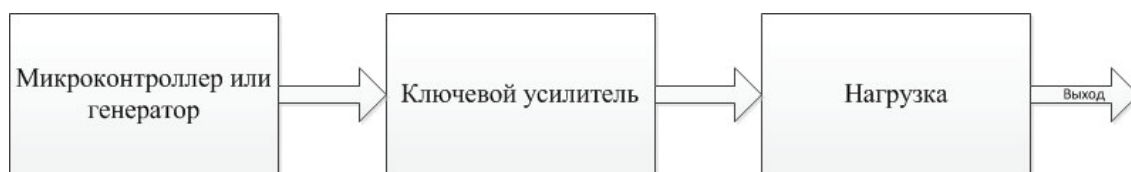


Рис.2.

С точки зрения использования данных двигателей как робототехнических приводов можно выделить следующие преимущества и недостатки: для шагового двигателя – двигатель обеспечивает полный момент в режиме остановки (если обмотки запитаны); высокая надежность; однозначная зависимость положения от входных импульсов обеспечивает позиционирование без обратной связи. Недостатки шагового двигателя: возможна потеря контроля положения ввиду работы без обратной связи; потребление энергии не уменьшается даже без нагрузки; невысокая удельная мощность; относительно сложная схема управления. Преимущества коллекторного двигателя: возможность регулирования частоты вращения; высокий КПД. Недостатки коллекторного двигателя: ограниченный срок службы; имеют низкий момент вращения.

В эксперименте использовались униполярные и биполярные шаговые двигатели MITSUMI M49SP и коллекторный двигатель ДПМ-30-Н1 со следующими основными характеристиками: для M49SP макс. число оборотов 1600 об./мин. , частота управляющей последовательности $6,4 \text{ кГц}$, сопротивление обмотки $6,4 \text{ Ом}$, напряжение 24 В ; для ДПМ-30-Н1 макс. число оборотов 2600 об./мин. , частота ШИМ, пусковой ток 1 А , напряжение 27 В .

Существуют два подхода управления упомянутыми двигателями: прямоугольными импульсами и цифровой широтно-импульсной модуляцией (ШИМ).

Аналоговая ШИМ. ШИМ-сигнал генерируется аналоговым компаратором, на один вход которого подаётся вспомогательный опорный пилообразный сигнал, значительно большей частоты, чем частота модулирующего сигнала, а на другой – модулирующий непрерывный аналоговый сигнал.

Цифровая ШИМ. В двоичной цифровой технике, выходы в которой могут принимать только одно из двух значений, приближение желаемого среднего уровня выхода при помощи ШИМ является совершенно естественным. Схема настолько же проста: пилообразный сигнал генерируется N -битным счётчиком.

Причины распространения ШИМ. Основной причиной внедрения ШИМ является сложность обеспечения электронной аппаратуры произвольным напряжением. Недостаток транзисторной схемы в том, что транзисторы греются больше всего в полупроводимом состоянии (50 %). И, хотя такой КПД ещё находится в допустимых пределах, то выделение тепла, особенно в промышленных масштабах, сводит всю идею на нет. Именно поэтому было решено использовать транзисторную схему, но только в пограничных состояниях (вкл/выкл), а полученный выход сглаживать LC-цепочкой (фильтром) при необходимости [4]. Для реализации управления с ШИМ необходим промежуточный ключевой усилитель.

Существуют 3 типа приборов, на которых возможно построение ключевых усилителей, каждый из которых имеет свою сферу применения: ключевой усилитель на биполярном транзисторе – на сегодняшний день применяется в маломощных высокочастотных схемах. Ключевой усилитель на силовых MOSFET транзисторах – применяется в низковольтных и силовых схемах. Частотный диапазон десятки – сотни килогерц. Ключевой усилитель на IGBT транзисторах – применяется в высоковольтных силовых схемах. Частотный диапазон аналогичен предыдущему случаю.

Исходя из этого и учитывая, что типовое напряжение питания робототехнических и мехатронных устройств составляет 24 – 36 В, целесообразно использовать ключевые усилители на MOSFET транзисторах.

MOSFET транзистор — не токовый, а потенциальный прибор. Для того чтобы перевести транзистор из открытого состояния в закрытое и наоборот, нужно приложить к затвору, относительно истока, напряжение. Ток в цепи затвора все же течет, но этот процесс занимает очень незначительный промежуток времени и определяется частотой, динамическими характеристиками прибора и др. [2].

Современные MOSFET транзистор в данных режимах работы имеют хорошие характеристики: так, используемые в экспериментальном образце доступные приборы IRLR2905 имеют следующие характеристики: $V_{DSS} = 55 В$, $I_D = 42 А$, $R_{DSon} = 27 мОм$. Но в процессе моделирования выяснились следующие особенности: управление подобными транзисторами осуществляется логическим уровнем, однако при подаче на затвор логического уровня при частоте ШИМ $f = 5 кГц$ и токе нагрузки $I_C = 1,2 А$ тепловые потери значительно превосходили расчетный уровень (теоретически порядка $100 мВт$, в реальности $\sim 1,5..2 Вт$). Особенность в том, что при низких напряжениях транзистор находится в пограничном ключевом режиме. Первая же задача, которая ставится при проектировании устройств - задача энергоэффективности и возможности работы при пассивном охлаждении в компактных корпусах. В работе стоит задача исследования тепловых потерь MOSFET транзисторов. Исследуем характеристики силовых MOSFET транзисторов [1,3].

Статические потери транзистора:

$$P_{CT} = I_{эфф}^2 * R_{СИ} (60^\circ C) \quad (1)$$

$$P_{CT} = 1,5^2 А * 0,033 Ом = 0,074 Вт$$

Динамические потери транзистора:

$$P_{вкл/выкл} = \left(\left(\frac{U_s * I_d}{2} \right) * \frac{Q_g}{I_g} \right) * F \quad (2)$$

$$P_{вкл/выкл} = \left(\left(\frac{27 В * 1,5 А}{2} \right) * \frac{48 * 10^{-9} Кл}{0,2 А} \right) = 0,024 Вт$$

Суммарные потери равны:

$$P_{дин} = P_{вкл} + P_{выкл} \quad (3)$$

$$P_{дин} = 0,024 Вт + 0,024 Вт = 0,048 Вт$$

Полная мощность потерь:

$$P_{сумм} = P_{CT} + P_{дин} \quad (4)$$

$$P_{сумм} = 0,074 Вт + 0,048 Вт = 0,122 Вт$$

Предельная допустимая температура корпуса транзистора:

$$T_{кр} = T_{ср} + P_{сумм} * (Rt_{(кр-к)} + Rt_{(к-ср)}) \quad (5)$$

$$T_{кр} = 25^\circ C + 0,122 Вт \left(1,4 \frac{^\circ C}{Вт} + 50 \frac{^\circ C}{Вт} \right) = 31,27^\circ C$$

$$T_{корп} = T_{кр} - P_{сумм} * Rt_{(кр-к)} \quad (6)$$

$$T_{корп} = 31,27^{\circ}C - 0,122 \left(1,4 \frac{^{\circ}C}{Bm} \right) = 31,1^{\circ}C$$

Расчеты (1)-(6) показали, что стенд, состоящий из 4 силовых ключей, микроконтроллера, гасящих диодов, потребляет не более $1 Bm$, что хорошо согласуется с результатами, полученными на разработанном и изготовленном прототипе (потребление по каналу $5 B$, ток $25 mA$, $P = 0,125 Bm$, потребление по каналу $27 B$, ток $1,2 A$, температура $35^{\circ}C$).

Анализ стенда на биполярных транзисторах показал, что при рабочем токе нагрузки $1,2 A$ статические потери составили порядка $1,5 Bm$, динамические $6,48 Bm$, суммарные потери составили $8 Bm$.

Температура корпуса по результатам расчета для радиатора $S = 70 Cm^2$ составила приблизительно $75^{\circ}C$, что также согласуется с экспериментальными данными ($62^{\circ}C$ после 5 мин работы). В результате работы был создан лабораторный стенд (рис. 3) по исследованию характеристик шагового двигателя на микроконтроллере, который в настоящее время внедряется в учебный процесс. Разработаны универсальные платы Н-моста на биполярных и полевых транзисторах, исследована эффективность их работы в плане энергопотребления, сделаны выводы, что в силовых и низковольтных схемах использование современных MOSFET транзисторов более чем на порядок эффективнее, чем биполярных.

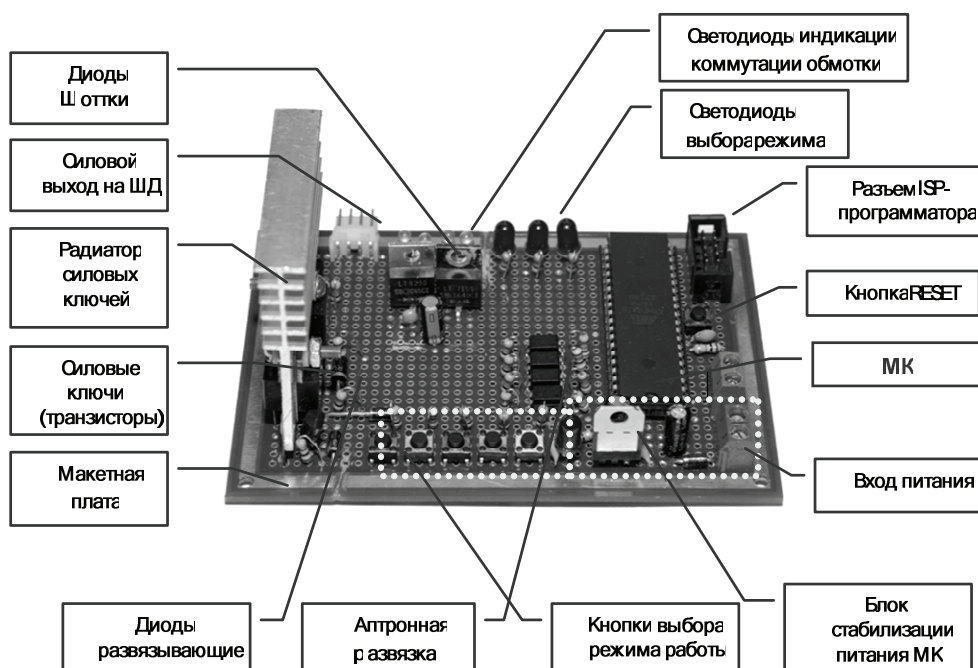


Рис. 3

Результаты эксперимента по исследованию работы стенда при активной и индуктивной нагрузках приведены на рис. 3 (данные с осциллографа):

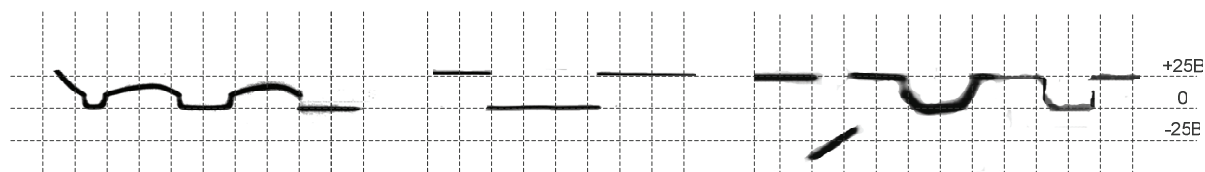


Рис. 4

На снимке один рис.4 изображена осциллограмма на активной нагрузке схемы на биполярных транзисторах, на последующих двух осциллограммах активная и индуктивная нагрузки соответственно на полевых транзисторах.

В перспективе исследование и разработка импульсных устройств — преобразователей напряжения, управляемых источников напряжения на МК, исследование силовых управляющих схем на IGBT элементах.

Список литературы

1. Семенов Б. Ю. Силовая электроника для любителей и профессионалов.— М.:Солон-3, 2001.-334с.
2. Макаров И. М., Топчиев Ю. И. Робототехника: История и перспективы. — М.: Наука; Изд-во МАИ, 2003.
3. Интернет справочник по электронным компонентам. Расчет полевого транзистора при работе на индуктивную нагрузку. URL: <http://www.trzrus.narod.ru/calc/trzml.htm> (дата обращения 18.11.1013).
4. Гелиг А.Х., Чурилов А.Н. Колебания и устойчивость нелинейных импульсных систем.—СПб.: Изд.-во Санкт-Петербургского университета, 1993.

Масюк В.М., доцент, канд. физ.-мат. наук.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

Кудряшов Е.А., студент.

E-mail: jeksonklg@mail.ru.

Родионов В.С., студент.

E-mail: vladik2910@gmail.ru.

Тин Эй Чжо, Тун Тун Чжо, А.М. Макаренков

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ СЛУЧАЙНОСТИ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Разработка методов и алгоритмов автоматизированного проектирования сложных технических систем является одним из актуальных направлений развития современных средств информационной поддержки конструкторской деятельности. В большой степени это относится к проектированию современных систем автоматического управления, которые отличаются повышенной сложностью и высокими требованиями к точности и надежности. Проектирование таких систем принципиально невозможно без применения соответствующих методов, которые позволяют учитывать множество возмущающих факторов, в том числе возможность случайных изменений параметров системы.

Необходимость учета возможности случайных изменений параметров проектируемой системы ведет к принципиальному усложнению ее математической модели и переходу в класс стохастических систем. Одним из подходов к построению подобных моделей и решению типовых проектных задач для систем со случайными параметрами является использование проекционных (спектральных) методов, основанных на конечномерной аппроксимации математической модели системы [1]. В представленной работе рассматривается задача оптимизации параметров последовательных корректирующих устройств систем автоматического управления с учетом случайного разброса параметров объекта относительно своих номинальных значений.

Задача оптимизации параметров корректирующих устройств формулируется следующим образом. Требуется определить оптимальные параметры корректирующего устройства, обеспечивающие заданные динамические характеристики системы управления при условии, что параметры объекта могут изменяться случайным образом относительно своих номинальных значений. Необходимость такой оптимизации обусловлена тем, что случайность параметров порождает дополнительную регулярную составляющую на выходе системы, обусловленную корреляцией между слу-

чайными значениями коэффициентов дифференциального уравнения модели и его решением (выходным сигналом системы).

Например, если требуется обеспечить заданное качество переходного процесса системы по математическому ожиданию выходного сигнала при ограничении на его дисперсию, то данная задача сводится к минимизации функционала вида

$$J(\mathbf{K}) = \sum_{i=1}^p [c_i^{m_{XЭ}} - c_i^{m_{XP}}(\mathbf{K})]^2 \quad (1)$$

где элементы $c_i^{m_{XP}}(\mathbf{K})$ вектора спектральной характеристики (СХ) математического ожидания выходного сигнала $\mathbf{C}^{m_{XP}}(\mathbf{K})$ вычисляются с помощью компьютерной модели, описывающей объект и корректирующее устройство как систему со случайными параметрами; \mathbf{K} – вектор оптимизируемых параметров корректирующего устройства. Элементы $c_i^{m_{XЭ}}$ вектора $\mathbf{C}^{m_{XЭ}}$ задают СХ математического ожидания эталонного переходного процесса. Минимизация функционала (1) выполняется при ограничении

$$\max_{0 \leq t \leq T} D_X(t, \mathbf{K}) \leq D_{\max},$$

обеспечивающем допустимый уровень дисперсии выходного сигнала. Дисперсия $D_X(t, \mathbf{K})$ также вычисляется с помощью компьютерной модели стохастической системы.

Минимизацию функционала (1) можно выполнить одним из методов минимизации, использующих только значения функционала, например, методами покоординатного спуска, Хука-Дживса, случайного спуска, Нелдера-Мида.

Компьютерная модель стохастической системы строится с использованием метода усреднения проекционных моделей [2], который позволяет записать выражение для вычисления матрицы $\mathbf{C}^{m_{XP}}(\mathbf{K})$ через математические ожидания и дисперсии коэффициентов модели регулятора, составляющих вектор \mathbf{K} , определяемый в результате минимизации функционала (1). Аналогично вычисляется матрица $\mathbf{C}^{D_{XP}}(\mathbf{K})$, по которой восстанавливаются дискретные отсчеты функции $D_X(t, \mathbf{K})$.

Таким образом, предлагается метод оптимизации параметров последовательных корректирующих устройств систем автоматического управ-

ления, позволяющий учесть влияние случайного разброса параметров объекта управления. По сравнению с традиционным подходом к синтезу последовательных корректирующих устройств, предлагаемый метод обеспечивает лучшее качество регулирования и, как следствие, более высокую точность работы системы управления в целом.

Список литературы

1. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Макаренков А.М. и др. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем. — М.: Физматлит, 2003. — 400 с.

2. Макаренков А.М. Учет влияния случайных параметров в проекционных моделях систем автоматического управления // Известия ТулГУ. Серия Вычислительная техника, информационные технологии, системы управления. Вып.3. Системы управления. Том.2. — Тула: Изд-во ТулГУ, 2006. — С.30-38.

Тин Эй Чжо, аспирант.

E-mail: tinayekyaw87@gmail.com.

Тун Тун Чжо, аспирант.

E-mail: htaminncyaw@gmail.com.

Макаренков А.М., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

Тин Зар Аунг, Со Нэй Лин Аунг, Д.А. Акименко

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Современные системы управления в общем случае представляют собой сложные устройства, поведение которых чаще всего описываются уравнениями различного класса. Для решения классических задач управления необходимо строить адекватную реальному объекту управления математическую модель, что в большинстве случаев является сложной задачей. Ниже предлагается проекционный метод решения задачи параметрической идентификации объектов в классе систем с запаздыванием.

Рассмотрим некоторый объект управления, предполагаемая математическая модель которого имеет вид

$$\frac{d^n}{dt^n}x(t) + \sum_{v=0}^{n-1} a_v(t) \frac{d^v}{dt^v}x(t) + \sum_{k=1}^p c_k(t)x(t - \theta_k) = \sum_{\mu=0}^m b_{\mu}(t) \frac{d^{\mu}}{dt^{\mu}}y(t), \quad (1)$$

где переменные коэффициенты $a_v(t)$, $v = 0, \dots, n-1$, $b_{\mu}(t)$, $\mu = 0, \dots, m$, $c_i(t)$, $i = 1, \dots, p$, а также параметры звеньев транспортного запаздывания θ_i , $i = 1, \dots, p$ подлежат определению. Входной сигнал $y(t)$ и выходной $x(t)$ известны. На числовые значения искоемых коэффициентов могут быть наложены ограничения.

Представим искомые коэффициенты уравнения (1) в виде комбинации некоторой системы линейно независимых функций $\{\psi_i(t)\}_{i=1}^q$, т.е.

$$a_v(t) = \sum_{i=1}^q a_{vi} \psi_i(t), \quad v = 0, \dots, n-1; \quad b_{\mu}(t) = \sum_{i=1}^q b_{\mu i} \psi_i(t), \quad \mu = 0, \dots, m;$$

$$c_k(t) = \sum_{i=1}^q c_{ki} \psi_i(t), \quad k = 1, \dots, p.$$

Весовые коэффициенты a_{vi} , $b_{\mu i}$ и c_{ki} неизвестны и подлежат определению.

Тогда уравнение (1) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^n}{dt^n} x(t) + \sum_{i=1}^q \sum_{v=0}^{n-1} a_{vi} \psi_i(\tau) \frac{d^v}{dt^v} x(t) + \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^p c_{ki} \psi_i(t) x(t - \theta_k) = \\ = \sum_{i=1}^q \sum_{\mu=0}^m b_{\mu i} \psi_i(t) \frac{d^\mu}{dt^\mu} y(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Интегрируя уравнение (2) n раз, с учетом $t \in [0, T]$ (T – верхняя граница интервала исследования), переходим к эквивалентному интегральному уравнению:

$$\begin{aligned} x(t) + \sum_{i=1}^q \int_0^T K_{x,i}(t, \tau, P) x(\tau) d\tau + \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^q \int_0^T K_{z,i}(t, \tau, P) x(\tau - \theta_k) d\tau = \\ = \sum_{i=1}^q \int_0^T K_{y,i}(t, \tau, P) y(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$K_{x,i}(t, \tau, P) = \begin{cases} \sum_{v=0}^{n-1} \frac{(-1)^v}{(n-1)!} a_{vi} \frac{d^v}{d\tau^v} [\psi_i(\tau)(t-\tau)^{n-1}], & 0 \leq \tau \leq t, \\ 0, & t < \tau \leq T, \end{cases}$$

$$K_{z,i}(t, \tau, P) = \begin{cases} \frac{1}{(n-1)!} \psi_i(\tau)(t-\tau)^{n-1}, & 0 \leq \tau \leq t, \\ 0, & t < \tau \leq T, \end{cases}$$

$$K_{y,i}(t, \tau, P) = \begin{cases} \sum_{\mu=0}^m \frac{(-1)^\mu}{(n-1)!} b_{\mu i} \frac{d^\mu}{d\tau^\mu} [\psi_i(\tau)(t-\tau)^{n-1}], & 0 \leq \tau \leq t, \\ 0, & t < \tau \leq T, \end{cases}$$

P – множество искоемых весовых коэффициентов a_{vi} , $b_{\mu i}$ и c_{ki} .

Выбирается ортонормированный базис $\Phi(t)$ и все функции в (3), зависящие от времени, раскладываются в ряды Фурье по элементам выбранного базиса. В результате, после соответствующих преобразований можно записать

$$\mathbf{C}^x + \sum_{i=1}^q \mathbf{A}_{x,i}(P) \mathbf{C}^x + \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^q \mathbf{A}_{z,i}(P) \mathbf{A}_3(\theta_k) \mathbf{C}^x = \sum_{i=1}^q \mathbf{A}_{y,i}(P) \mathbf{C}^y, \quad (4)$$

где $\mathbf{A}_z(\theta_k)$ – матричный оператор звена запаздывания в выбранном базисе.

Поскольку входной $y(t)$ и выходной $x(t)$ сигналы, полученные в ходе испытаний объекта, известны, то, подставляя их спектральные характеристики в (4), получим невязку:

$$\mathbf{C}^\varepsilon(P, \Theta) = \mathbf{C}^x + \sum_{i=1}^q \mathbf{A}_{x,i}(P) \mathbf{C}^x + \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^q \mathbf{A}_{z,i}(P) \mathbf{A}_z(\theta_k) \mathbf{C}^x - \sum_{i=1}^q \mathbf{A}_{y,i}(P) \mathbf{C}^y.$$

Введя в рассмотрение функционал

$$J(P, \Theta) = \left[\left(\mathbf{C}^\varepsilon(P, \Theta) \right)^T \mathbf{C}^\varepsilon(P, \Theta) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

исходную задачу определения числовых значений весовых коэффициентов P и параметров звеньев запаздывания $\Theta = \{\theta_k, k=1, \dots, p\}$ можно свести к задаче условной оптимизации функционала $J(P, \Theta)$ на множестве допустимых значения искомым параметров.

В качестве примера рассмотрена задача определения числовых значений параметров объекта и времени транспортной задержки в канале управления, математическую модель которого можно представить в виде системы уравнений

$$\begin{cases} a_{1,1} \frac{d}{dt} u(t) + u(t) = b_{1,0} (y(t) - K \cdot x(t)), \\ a_{2,2} \frac{d^2}{dt^2} x(t) + a_{2,1} \frac{d}{dt} x(t) + x(t) = b_{2,0} u(t - \tau). \end{cases}$$

Известна реакция объекта на единичное ступенчатое воздействие (см. рис. 1).

Решая задачу параметрической идентификации изложенным выше подходом (начальные значения параметров: $a_{1,1}^0 = a_{2,2}^0 = 0,1$; $a_{2,1}^0 = 0,5$; $b_{1,0}^0 = b_{2,0}^0 = 1$; $K^0 = 1$ и $\tau^0 = 0,1$, базис – блочно-импульсные функции с числом элементов в базисе $l = 128$), были получены следующие оптимальные значения искомым параметров:

$$b_{1,0}^* = 0,636; a_{1,1}^* = 0,338; b_{2,0}^* = 0,636; a_{2,2}^* = 0,114; a_{2,1}^* = 0,265;$$

$$K^* = 0,527; \tau^* = 0,297.$$

Значений целевой функции (5) в оптимальной точке: $J(P^*, \Theta^*) = 1,471 \cdot 10^{-2}$ (в начальной – $J(P^0, \Theta^0) = 5,323 \cdot 10^{-1}$). На рис. 1 представлены графики выходного сигнала идентифицируемого объекта.

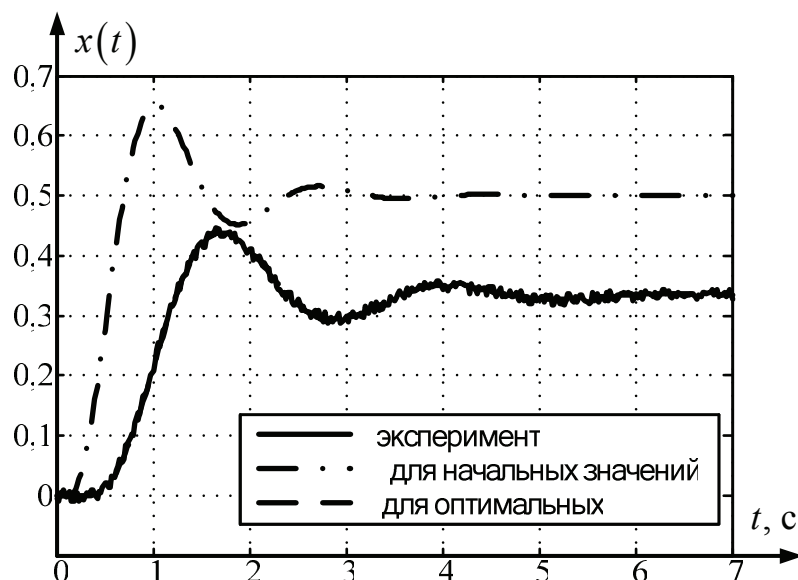


Рис. 1

Список литературы

1. Матричные методы расчёта и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 664 с.
2. Янушевский Р.Т. Управление объектами с запаздыванием. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1978. – 416 с.

Тин Зар Аунг, аспирант.

E-mail: dobary@gmail.com.

Со Нэй Лин Аунг, стажер.

E-mail: soenla@gmail.com.

Акименко Д.А., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: akimenko@kaluga.ru.

Со Нэй Лин Аунг, Тин Зар Аунг, Д.А. Акименко

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОДНОГО КЛАССА НЕЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассмотрим решение проекционным методом задачи параметрической идентификации одного класса нелинейных объектов. Предполагается, что тип и параметры нелинейного элемента известны (к таким объектам можно отнести, например, гидравлические и электрогидравлические приводы). Математическая модель объекта представлена системой

$$\begin{cases} \frac{d^{n_a}}{dt^{n_a}} z(t) + \sum_{i=0}^{n_a-1} a_i^{n_a} \frac{d^i}{dt^i} z(t) = \sum_{j=0}^{m_a} b_j^{n_a} \frac{d^j}{dt^j} (y(t) - x(t)); \\ \frac{d^{n_n}}{dt^{n_n}} x(t) + \sum_{i=0}^{n_n-1} a_i^{n_n} \frac{d^i}{dt^i} x(t) = \sum_{j=0}^{m_n} b_j^{n_n} \frac{d^j}{dt^j} z_f(t); \\ z_f(t) = F(z(t)), \end{cases} \quad (1)$$

где коэффициенты $a_i^{n_a}$, $i = 0, \dots, n_a - 1$; $b_j^{n_a}$, $j = 0, \dots, m_a$; $a_i^{n_n}$, $i = 0, \dots, n_n - 1$; $b_j^{n_n}$, $j = 0, \dots, m_n$, неизвестны и подлежат определению.

В системе уравнений (1) от дифференциальных уравнений путем соответствующего числа раз интегрирования при нулевых начальных условиях переходим к рассмотрению эквивалентных интегральных уравнений

$$\begin{cases} z(t) + \int_0^T k_z(t, \tau, P) z(\tau) d\tau = \int_0^T k_\varepsilon(t, \tau, P) (y(\tau) - x(\tau)) d\tau; \\ x(t) + \int_0^T k_x(t, \tau, P) x(\tau) d\tau = \int_0^T k_{z_f}(t, \tau, P) z_f(\tau) d\tau; \\ z_f(t) = F(z(t)). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь ядра определяются по формулам

$$k_z(t, \tau, P) = 1(t - \tau) \sum_{i=0}^{n_a-1} \frac{(-1)^i}{(n_a - 1)!} a_i^{n_a} \frac{d^i}{d\tau^i} (t - \tau)^{n_a-1};$$

$$k_{\varepsilon}(t, \tau, P) = 1(t - \tau) \sum_{j=0}^{m_n} \frac{(-1)^j}{(n_n - 1)!} b_j^n \frac{d^j}{d\tau^j} (t - \tau)^{n_n - 1};$$

$$k_x(t, \tau, P) = 1(t - \tau) \sum_{i=0}^{n_n - 1} \frac{(-1)^i}{(n_n - 1)!} a_i^n \frac{d^i}{d\tau^i} (t - \tau)^{n_n - 1};$$

$$k_{z_f}(t, \tau, P) = 1(t - \tau) \sum_{j=0}^{m_n} \frac{(-1)^j}{(n_n - 1)!} b_j^n \frac{d^j}{d\tau^j} (t - \tau)^{n_n - 1}.$$

Выбрав ортогональный базис $\Phi(t)$, функции, входящие в выражение (2), можно разложить в ряд Фурье (двойной ряд Фурье) по элементам выбранного базиса и после соответствующих преобразований можно записать:

$$\begin{cases} \mathbf{C}^z + \mathbf{A}_z(P) \mathbf{C}^z = \mathbf{A}_{\varepsilon}(P) (\mathbf{C}^y - \mathbf{C}^x); \\ \mathbf{C}^x + \mathbf{A}_x(P) \mathbf{C}^x = \mathbf{A}_{z_f}(P) \mathbf{C}^{z_f}; \\ \Phi^T(t) \mathbf{C}^{z_f} = F(\Phi^T(t) \mathbf{C}^z). \end{cases}$$

Так как входной $y(t)$ и выходной $x(t)$ сигналы известны (соответственно, известны и их спектральные характеристики \mathbf{C}^y и \mathbf{C}^x), то между левой и правой частями первых двух уравнений будут иметь место невязки, а третье уравнение можно рассматривать как ограничение, накладываемое на \mathbf{C}^z и \mathbf{C}^{z_f} .

$$\begin{cases} \mathbf{E}_n(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) = \mathbf{C}^z + \mathbf{A}_z(P) \mathbf{C}^z - \mathbf{A}_{\varepsilon}(P) (\mathbf{C}^y - \mathbf{C}^x); \\ \mathbf{E}_n(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) = \mathbf{C}^x + \mathbf{A}_x(P) \mathbf{C}^x - \mathbf{A}_{z_f}(P) \mathbf{C}^{z_f}; \\ \Phi^T(t) \mathbf{C}^{z_f} = F(\Phi^T(t) \mathbf{C}^z). \end{cases}$$

Построив целевую функцию

$$\begin{aligned} J(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) = & \left[\mathbf{E}^T(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) \mathbf{E}(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) \right]^{\frac{1}{2}} + \\ & + \lambda \left[\Phi^T(t) \mathbf{C}^{z_f} - F(\Phi^T(t) \mathbf{C}^z) \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\mathbf{E}(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) \\ \mathbf{E}_n(P, \mathbf{C}^z, \mathbf{C}^{z_f}) \end{bmatrix},$$

задачу параметрической идентификации можно свести к задаче параметрической оптимизации на множестве допустимых значений искомых параметров.

Данный подход применен для уточнения некоторых конструктивных параметров рулевой машинки РМ-100, расчетная структурная схема которой представлена на рисунке 1 [1].

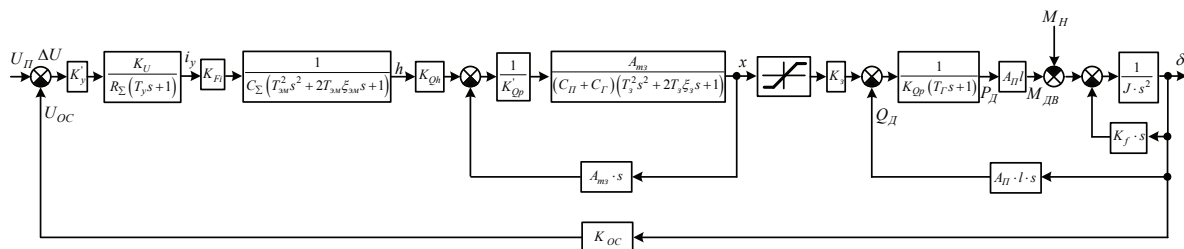


Рис. 1

В качестве уточняемых параметров привода были выбраны следующие: коэффициент усиления ЭУ по току, K_y ; коэффициент усиления по напряжению выходного каскада электронного усилителя: K_U ; суммарное сопротивление: R_Σ ; коэффициент, характеризующий жесткость силовой характеристики: K_{Fi} ; коэффициенты линеаризации расходно-перепадной характеристики распределителя типа сопло-заслонка и золотникового распределителя; коэффициент чувствительности золотникового распределителя по расходу K_s ; коэффициент момента трения со смазочным материалом K_f и момент инерции подвижных частей поршня гидравлического двигателя.

В результате решения поставленной задачи были найдены оптимальные значения искомых параметров. График реакции модели на ступенчатое воздействие представлен на рисунке 2.

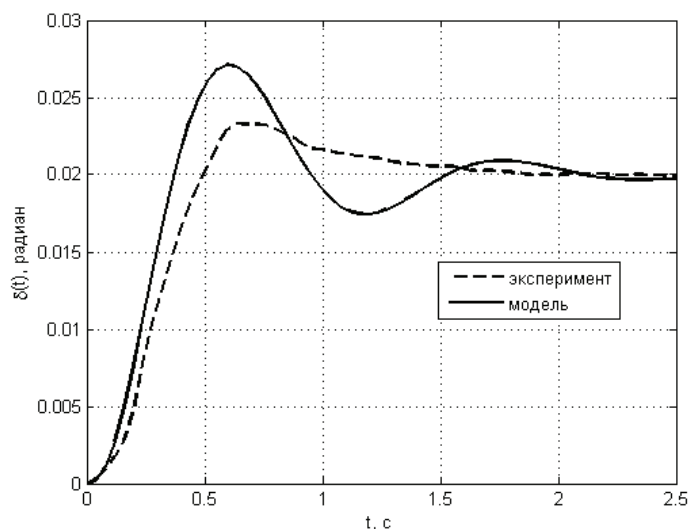


Рис. 2

Из полученных результатов можно сделать вывод, что для обеспечения большей адекватности реальному объекту необходимо уточнить математическую модель.

Список литературы

1. Исполнительные устройства систем управления летательными аппаратами / Б.Г. Крымов, Л.В. Рабинович, В.Г. Стеблецов. – М.: Машиностроение, 1987. – 264 с.

2. Матричные методы расчёта и проектирования сложных систем автоматического управления для инженеров / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 664 с.

Со Нэй Лин Аунг, стажер.

E-mail: soenla@gmail.com.

Тин Зар Аунг, аспирант.

E-mail: dobary@gmail.com.

Акименко Д.А., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: akimenko@kaluga.ru.

В.А. Белова, П.М. Иванова, Е.А. Харченкова

РАЗРАБОТКА МАКЕТА РОБОТОТЕХНИЧЕСКОЙ ТЕЛЕЖКИ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ РАСПОЗНАВАНИЯ ЦВЕТА ПОВЕРХНОСТИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Создание промышленных роботов-манипуляторов, способных заменить человека на многих участках современного производства, а также автоматических систем, которые могут быть использованы в условиях, опасных для человека, является актуальной научной и технической проблемой. Человеческий глаз способен достаточно хорошо различать цвета. Научные эксперименты показали, что люди могут различать до 10 миллионов оттенков, поэтому в промышленности и других областях человеческой деятельности требуется точное определение цвета и управление им с помощью автоматических устройств.

Не так давно производителям, использующим оптоэлектронные датчики, было достаточно лишь сведений о яркости излучения. Сейчас требования к таким датчикам растут, поскольку необходима гораздо более точная информация о цвете. Диапазон подобных устройств широк: от дорогих лабораторных спектрофотометров до экономичных (RGB - Red, Green, Blue) датчиков цвета, например семейство RGB-преобразователей света в напряжение.

Для разработки макета робототехнической тележки с возможностью распознавания цвета использован принцип действия технического зрения (СТЗ) [3], (Рис.1).

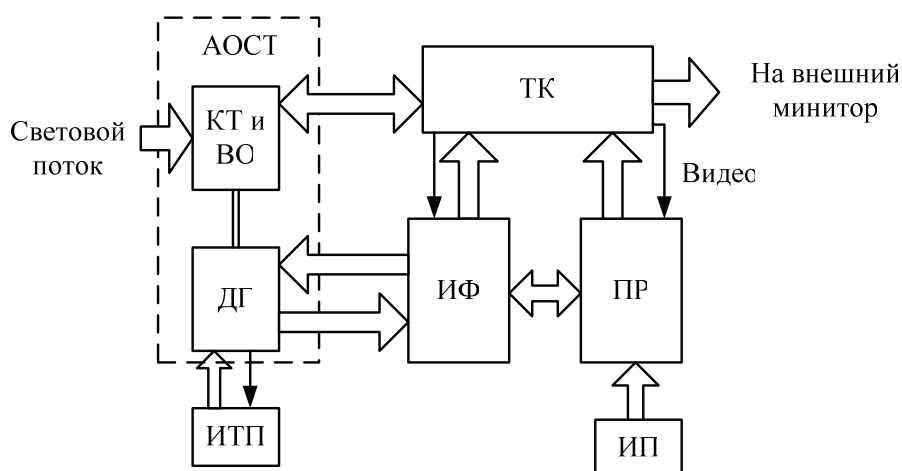


Рис.1

Условные обозначения: телевизионная камера **КТ**, **ВО**- вариообъектив, **ДГ**- двухкоординатная гироплатформа, **ТК**- телевизионный канал, **ПР**- процессор; **ИФ** интерфейс. Совокупность КТ, ВО, ДГ и электронные "обслуживающие" компоненты (в виде двигателей, датчиков, усилителей и т.п.), представляют собой один из двух основных агрегатов СТЗ - аппаратуру обзора и стабилизации (**АОСТ**).

Известно, что цвет-это результат взаимодействия между источником света, объектом и наблюдателем. Восприятие цвета определяется индивидуальностью человека, а также спектральным составом, цветовым и яркостным контрастом с окружающими источниками света, а также несветящимися объектами.

Выделяют важнейшие характеристики цвета:

- яркость (одинаково насыщенные оттенки, относимые к одному и тому же цвету спектра, могут отличаться друг от друга степенью яркости);
- насыщенность (два оттенка одного тона могут различаться степенью блёклости, любой оттенок при максимальном увеличении светлоты становится белым);
- цветовой тон (совокупность цветовых оттенков, сходных с одним и тем же цветом спектра).

Для преобразования интенсивности падающего светового потока в напряжение используется датчик цвета, что позволяет предоставить обратную связь для управления цветом данного источника света [2], (Рис.2).

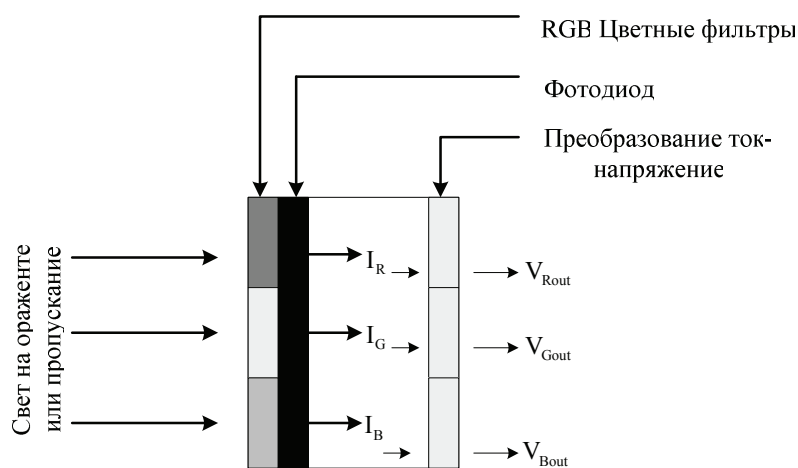


Рис. 2

Цель работы. Целью работы является исследование чувствительности датчика (фотодиода) на свет; определение цвета и управление им и с помощью автоматических устройств; выбор наиболее оптимальных алгоритмов для создания робототехнической тележки с тремя фотодиодами; создание операционного усилителя напряжения; разработка программного

обеспечения опроса датчика; разработка программного обеспечения выводов координат (значений) напряжения в зависимости от цвета на семи ступенчатый индикатор; разработка программного обеспечения управления двигателем в зависимости от входного сигнала датчиков; анализ полученных результатов.

В рамках заявленного проекта была поставлена задача создания робототехнической тележки с определением цвета поверхности на трех фотодиодах.

Принцип работы датчиков цвета основан на методе определения трех цветов. Датчик излучает три цвета (красный, синий, зеленый), рассчитывает хроматичность и насыщенность отраженного луча и сравнивает полученные результаты с ранее заданными значениями цветовых координат. Если результаты сравнительного анализа находятся в пределах допустимых отклонений, то генерируется выходной электрический сигнал. Технической задачей изобретения является повышение точности и достоверности измерения и/или количественного выражения качества цвета объектов.

Для решения данной задачи использовалась микроконтроллерная система на ATMEGA 16 с предварительным усиление сигнала с фотодатчика на операционном усилителе (ОУ).

Исследовательская часть. Для разработки макета робототехнической тележки с возможностью распознавания цвета поверхности была смоделирована макетная плата с тремя фотодиодами, подсветкой на белых светодиодах и усилителей сигнала (Рис.3)

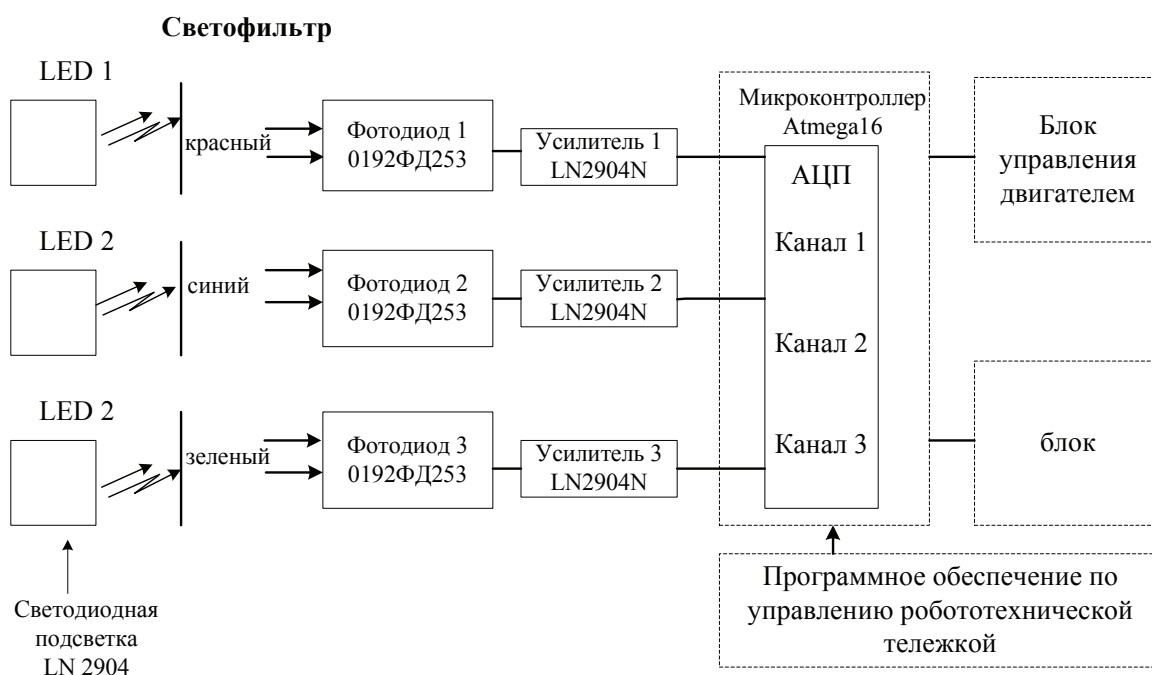


Рис. 3

Для исследования спектральной чувствительности датчиков спроектировали и реализовали рабочий макет платы, электрическая схема которой представлена на рисунке 4.

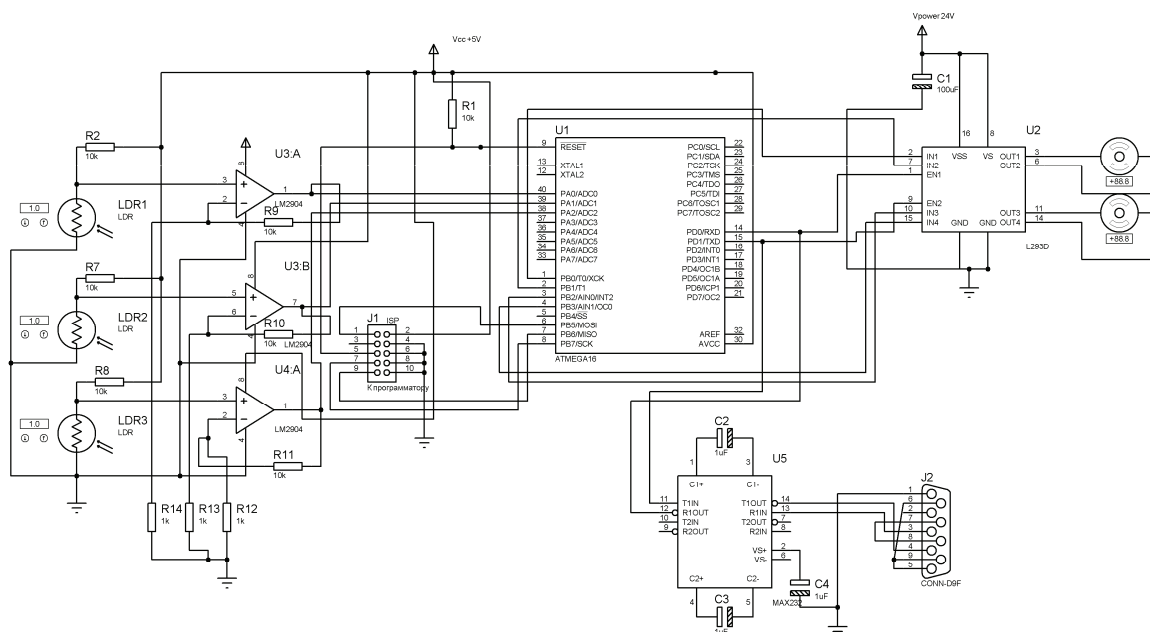


Рис. 4

Постановка эксперимента. При постановке эксперимента решалась задача определения чувствительности фотодиода к различным цветовым составляющим при одинаковой яркости.

В ходе эксперимента для определения границ чувствительности датчика измерялось напряжение на фотодиоде при комнатном освещении и при полной темноте. К фотодиоду подносились светофильтры (красный, зеленый, синий) и измерялось напряжения на фотодатчике.

На следующем этапе исследования проводилось накладывание светофильтров на светодиод (т.е. имитировалось «цветное» освещение) и одновременно фиксировалась чувствительность фотодатчика с различными светофильтрами. Результаты опыта приведены в таблицах 1-4.

Таблица 1. Чувствительность фотодатчика без фотофильтра

Цвет	Напряжение, мВ
Белый	250
Зеленый	216
Синий	260
Красный	270
Черный(матовый)	140

Таблица 2. Чувствительность фотодатчика с синим фотофильтром

Цвет	Напряжение с синим фотофильтром , мВ
Красный	265
Зеленый	240
Синий	230

Таблица 3. Чувствительность фотодатчика с красным фотофильтром

Цвет	Напряжение с красным фотофильтром, мВ
Красный	280
Зеленый	260
Синий	240

Таблица 4. Чувствительность фотодатчика с зеленым фотофильтром

Цвет	Напряжение с зеленым фотофильтром, мВ
Красный	280
Зеленый	250
Синий	230

Результаты эксперимента показали, что напряжения не превышают 300мВ, а исходя из того, что опорное напряжения АЦП составляет 5В, необходимо усиливать сигнал с фотодатчика, поэтому для более точного измерения целесообразно использовать прецизионный низкочастотный усилитель на ОУ (Рис.5).

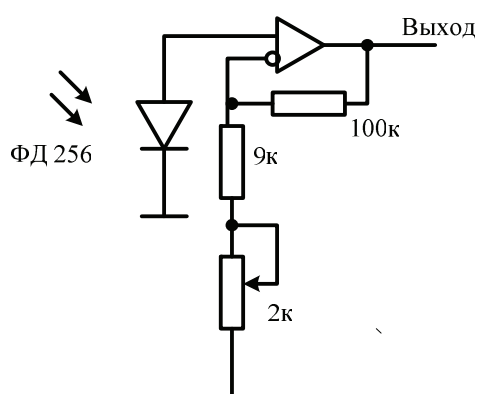


Рис.5

Выводы. В работе проведен анализ и выбран оптимальный способ решения поставленной задачи; данный способ был смоделирован для реализации на микроконтроллерах; были написаны программы для реализации этой задачи непосредственно; данные программы были протестированы на микроконтроллерах; были сделаны соответствующие выводы по результатам проведенных экспериментов.

На первом этапе работы были построены модели, разработаны макетные платы блока фотодатчиков, макетная плата с микроконтроллером и блоком управления двигателем.

В результате экспериментов было показано, что имеется техническая возможность распознавания цвета поверхности с помощью фотодиода с широкой спектральной характеристикой.

Фактически, была решена частная задача - задача сегментации, которая является одной из наиболее важных на ранней стадии распознавания образов системой технического зрения.

В дальнейшей перспективе: разработка методов обработки двумерной и трехмерной зрительной и цветовой информации в роботизированных и автоматизированных системах.

Список литературы

1. Мошкин В.И., Петров А.А., Титов В.С., Якушенков Ю.Г., Под общей ред. Якушенкова Ю.Г.- Техническое зрение роботов.- М.: Машиностроение, 1990 г.- 262 с.:ил.
2. URL: <http://jediheritage.opk.ru/viewtopic.php?id=592>
3. URL: http://www.radioradar.net/articles/scientific_technical/mchs.html
4. Хорн Б.К.П. - Зрение роботов.- М: Мир,-1989.-487 с.ил

Белова В.А., ст. преподаватель.

E-mail: belmax06@yandex.ru.

Иванова П.М., студент.

E-mail: ivapol5@yandex.ru.

Харченкова Е.А., студент.

E-mail: s07kt@mail.ru.

Д.В. Тамонов¹, В.М. Масюк¹, А.А. Калинкевич²

РАССМОТРЕНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ МНОГОПОЗИЦИОННЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ (МРЛ) ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

¹ КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

² ИРЭ РАН

Задачи: В настоящее время многоканальным радиолокационным комплексам уделено много внимания. Связано это с тем, что такие системы эффективно работают при обнаружении летательных аппаратов типа STELS, организации систем ПРО и т.д. В качестве обзорных работ по данному направлению являются работы В. В. Чапурского и В. С. Черняка [1.2]. В качестве зондирующих сигналов рассматривались - моноимпульсные сверхширокополосные импульсы, сигналы с ЛЧМ или ступенчатой модуляцией и т.д. Считается, что основные теоретические положения таких систем в настоящее время разработаны. В качестве объектов рассмотрения использовались группа одиночных целей, ключевой момент - ортогональное отражение сигнала от целей. В случае пространственно распределенных целей ситуация может оказаться другой.

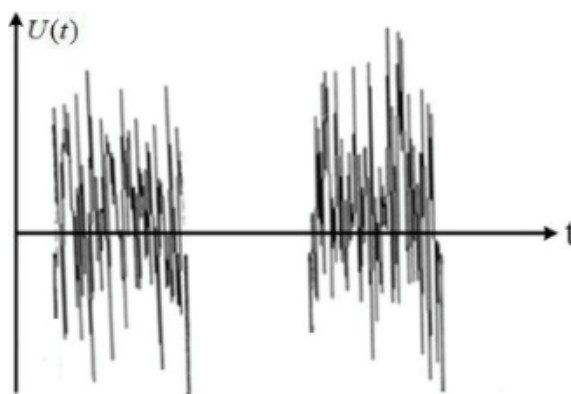


Рис. 1. Вид используемого СВЧ сигнала

Методика обработки: В докладе рассматривается вариант использования шумового сигнала, промоделированный прямоугольным импульсом (рис. 1.). Спектр шумового сигнала во много раз больше спектра прямоугольного сигнала (аналогия ситуации, применяемой в группе С. А. Дмитриева в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН в системах радиосвязи) рис.1. Рассматривается только двухпозиционная радиолокационная система. Каждая РЛС может работать как в передающее-приемном, так и только приемном режиме. Первая особенность - сигналы, принимаемые приемными устройствами двух РЛС соответствуют разным зонам поверхности и **толь-**

ко один элемент поверхности может быть общим для обеих РЛС. Синхронизация запусков излучения и приемов в каждой отдельной РЛС позволят получить изображения всей облучаемой поверхности элементом S не одновременно, а посредством ряда импульсов излучения и приема (см. рис.2). При поиске корреляции между принимаемыми сигналами двух приемных систем основное значение в величину корреляции будет давать элемент S . Главный вопрос, который возникает: как зоны облучения будут влиять на величину корреляции. Из рис. 2. видно, что в зоны облучения попадают разные типы подстилающих поверхностей, имеющих случайные характеристики.

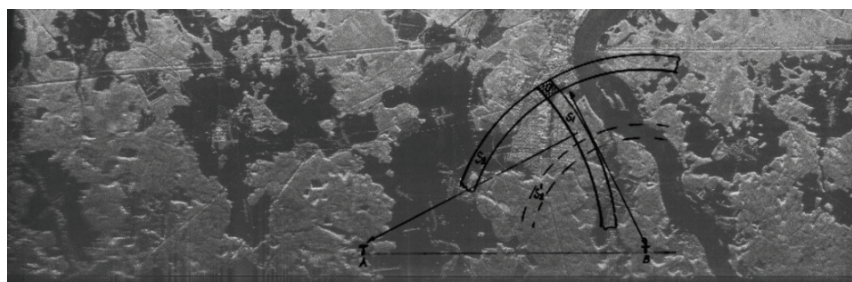


Рис. 2 Зоны облучения земной поверхности при двухпозиционной радиолокационной системе

Результаты и выводы: При моделировании участки облучаемых поверхностей разбивались на одинаковые части, которым соответствовали независимым отраженные шумовые сигналы. Ряд результатов моделирования приведены на рис. 3. Результаты сильно зависят от модели участков отражающей поверхности. В результате основная сложность заключается в создании адекватной модели отражающей поверхности. Это является целью моей дальнейшей работы:

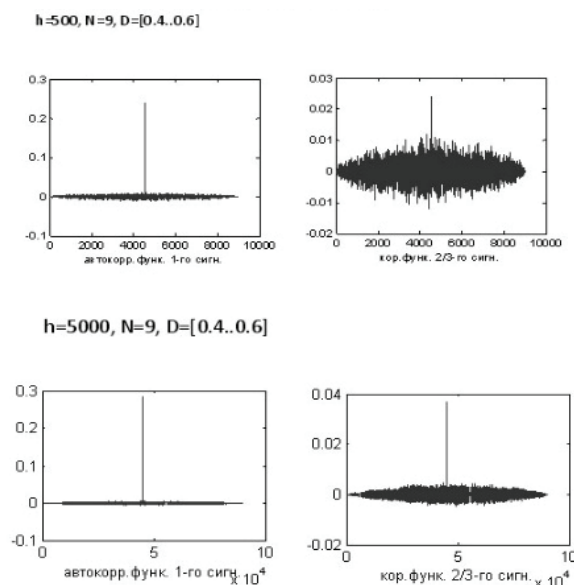
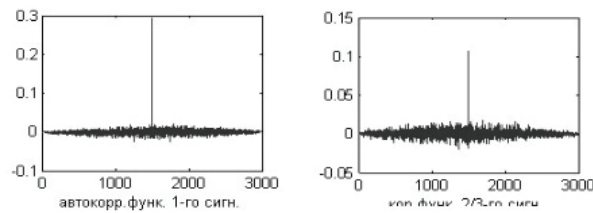


Рис. 3а). Зависимость корреляционной функции от числа точек h (частоты дискретизации) при фиксированном числе разбиений $N=9$

$h=500, N=3, D=[0.4..0.6]$



$h=500, N=9, D=[0.4..0.6]$

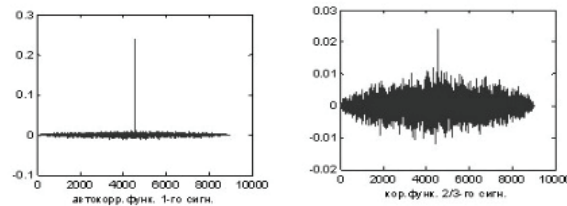


Рис. 3б). Зависимость корреляционной функции от числа точек разбиения $N=3, 9$ при фиксированной частоте $h=500$

Список литературы

1. Чапурский В.В. Мультипликативная обработка сигналов с подавлением отражений от местных предметов в задачах сверхширокополосной ММО-локации, Успехи современной радиоэлектроники, 1-2, 2009, стр. 114-122
2. Черняк В.С. О новых и старых идеях в радиолокации: ММО РЛС. Успехи современной радиоэлектроники 2, 2011, стр. 5-20.

Тамонов Д.В., студент.

E-mail: genius-alfa@mail.ru.

Масюк В.М., доцент, канд. физ.-мат. наук.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

Калинкевич А.А., ст. научный сотрудник, канд. физ.-мат. наук.

E-mail: kalinkevich@newmail.ru.

Д.В. Кузнецов, О.П. Пчелкин

СИНТЕЗ МИКРОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ МОТОР-МАЯТНИКА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Постановка задачи. Необходимо синтезировать микропроцессорную систему управления вынужденными колебаниями мотор-маятника.

Введение. Мотор-маятник представляет собой лабораторную установку, структурную схему которой можно представить следующим образом (Рис.1):

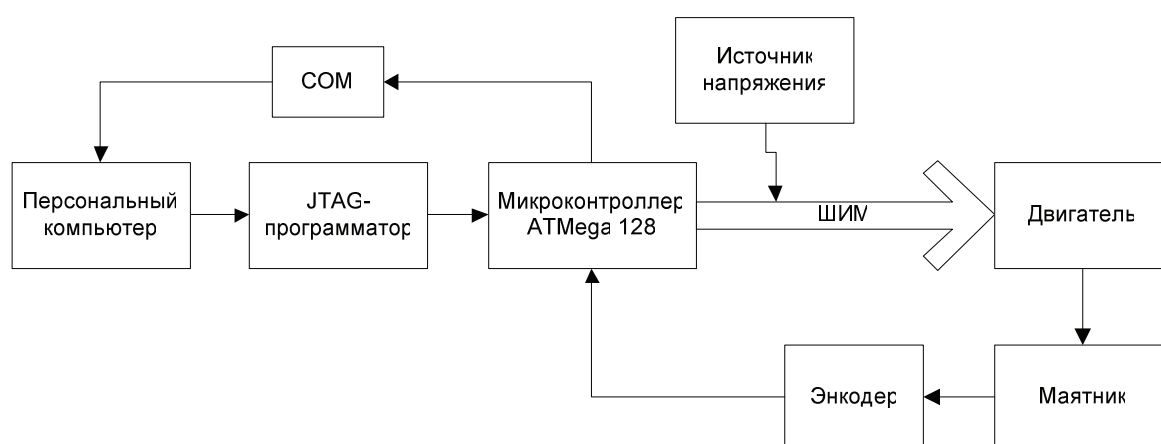


Рис. 1

Маятник отклоняется на соответствующий угол при подаче на двигатель напряжения. Напряжение подается от источника напряжения и регулируется ШИМ-сигналом, реализованным посредством электронной платы с микроконтроллером ATmega 128 фирмы AVR. Данная плата посредством программатора JTAG соединена с персональным компьютером (ПК). Для считывания информации о положении маятника используется энкодер, генерирующий за один полный оборот маятника 500 импульсов. Данные от энкодера передаются по COM-порту на терминал компьютера.

Управление вынужденными колебаниями системы. Для синтеза алгоритма управления вынужденными колебаниями мотор-маятника была решена задача АКОР-стабилизации и построен статический регулятор. Для нахождения коэффициентов регулятора использовался метод диагонализации [2]. Были найдены следующие коэффициенты регулятора:

$$K_p = (-5.00990704999516 \cdot 10^{-1} \quad -1.131235694710174 \cdot 10^{-1}).$$

Коэффициент усиления системы рассчитывается исходя из желаемой амплитуды колебаний мотор-маятника. Ниже (Рис.2, Рис.3) приведены графики управления и выходного сигнала системы с регулятором (матема-

тическая модель) При этом желаемая частота колебаний 1 Гц, а желаемая амплитуда колебаний 40^0 .

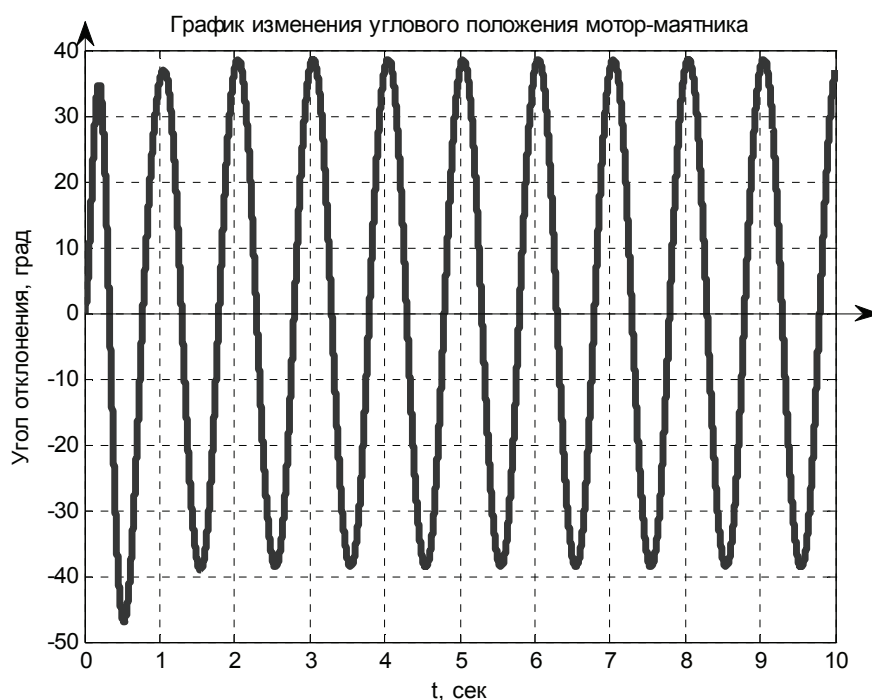


Рис. 2

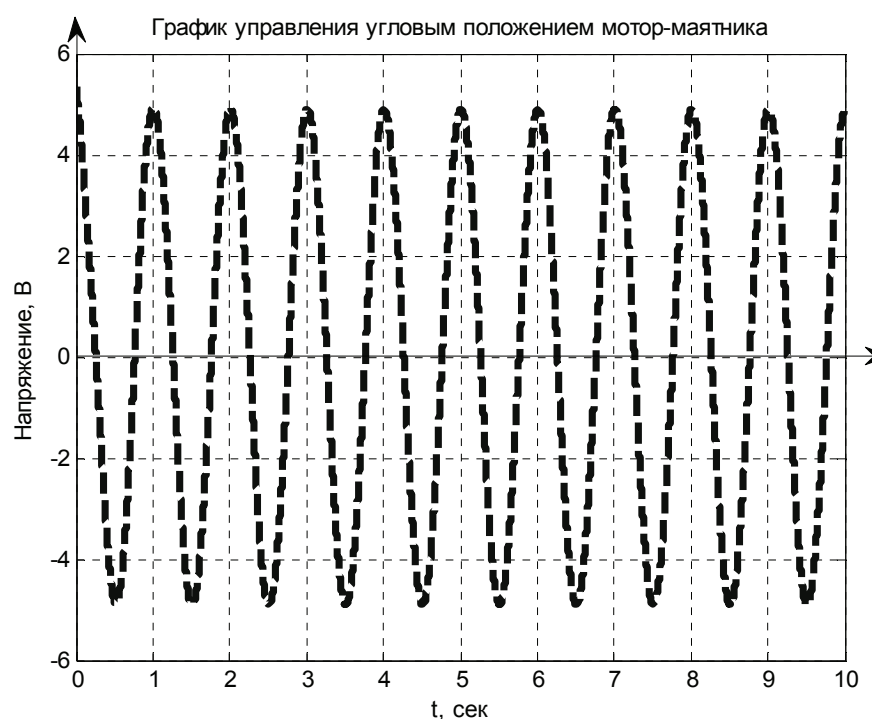


Рис. 3

Ниже (Рис.4, Рис.5) приведены результаты физической реализации алгоритма управления вынужденными колебаниями мотор-маятника при частоте 1 Гц и желаемой амплитуде колебаний 40^0 .

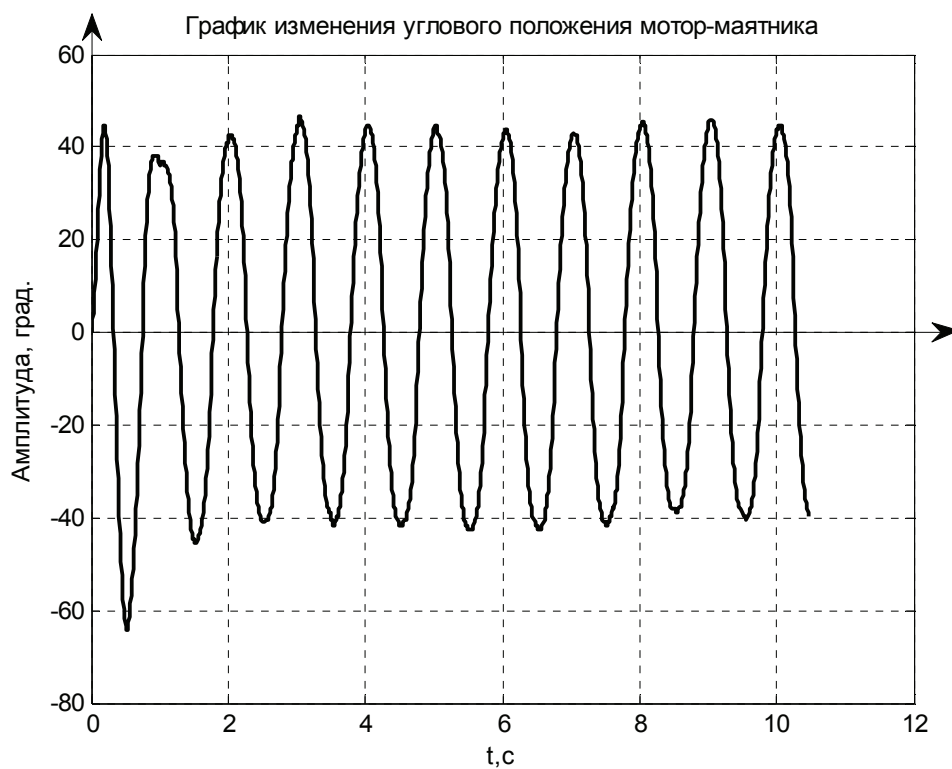


Рис. 4

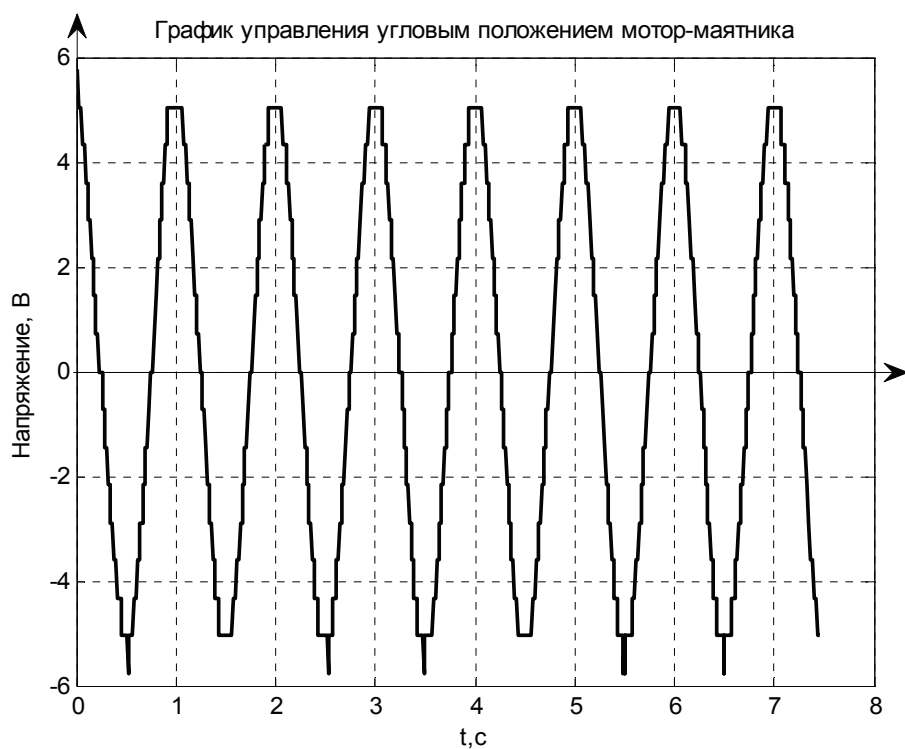


Рис. 5

Также были проведены эксперименты по управлению вынужденными колебаниями мотор-маятника на частотах 0,5 Гц (Рис.6) и 1.1 Гц (Рис.7) при амплитуде колебаний 40^0 .

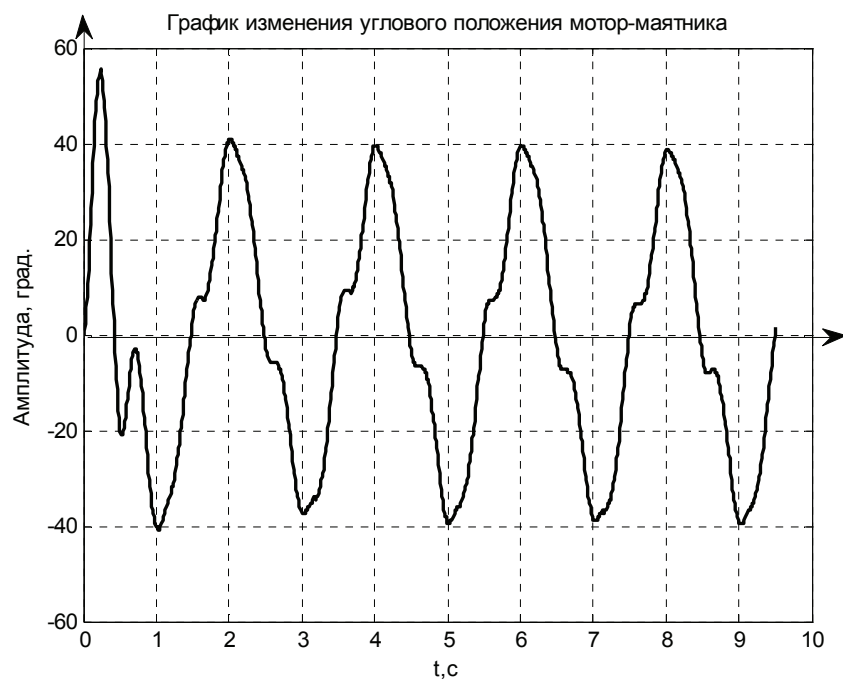


Рис. 6

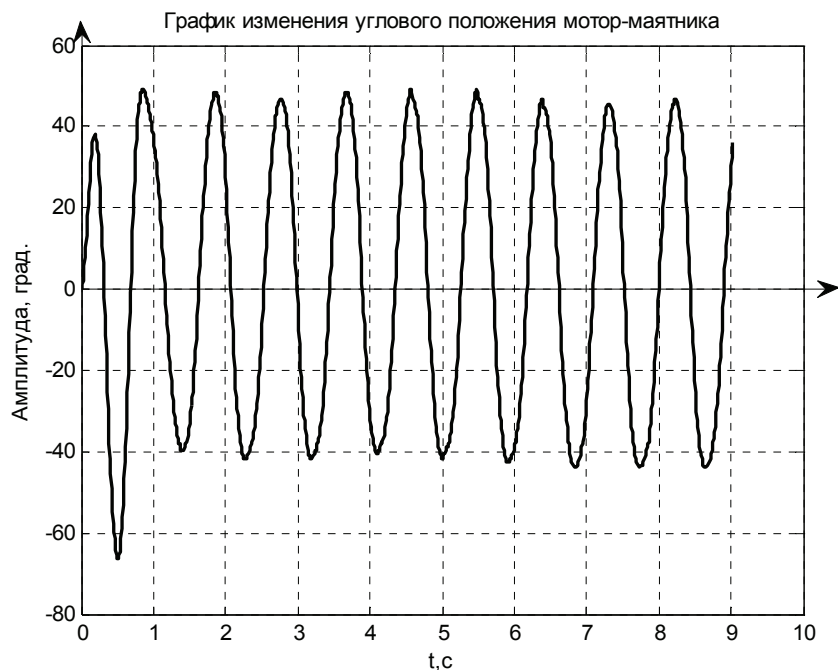


Рис. 7

Закключение. В данной статье была синтезирована микропроцессорная система управления вынужденными колебаниями мотор-маятника. Для синтеза регулятора использовался метод диагонализации [2]. На основании полученных данных можно сделать вывод о том что реальная система имеет узкий диапазон пропускания частот. Поэтому простое введение в систему статического регулятора недостаточно, и для корректного управления системой необходимо синтезировать динамический регулятор.

Список литературы

1. Краснощеченко В.И., Пчелкин О.П., Кузнецов Д.В., Идентификация параметров лабораторного стенда «Мотор-маятник», НТК «Студенческая научная весна 2013» — МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. — 2 с.

2. Краснощеченко В.И., Методические указания по выполнению курсового проекта «Методы теории оптимального управления» — КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. — 27 -34с.

3. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Методы классической и современной теории автоматического управления. — МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — Т.3, 421 с.

4. Шпак Ю.А., Программирование на языке С для AVR и PIC микроконтроллеров. — Киев: МК-Пресс, 2006. — 36 с.

Кузнецов Д.В., студент.

E-mail: kuzdim91@gmail.com.

Пчелкин О.П., студент.

E-mail: franticbee666@gmail.com.

Д.В. Кузнецов, О.П. Пчелкин

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВЫНУЖДЕННЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ МОТОР-МАЯТНИКА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Постановка задачи. Необходимо синтезировать оптимальный по быстродействию закон управления вынужденными колебаниями мотор-маятника.

Введение. Мотор-маятник представляет собой лабораторную установку, структурную схему которой можно представить следующим образом (Рис.1):

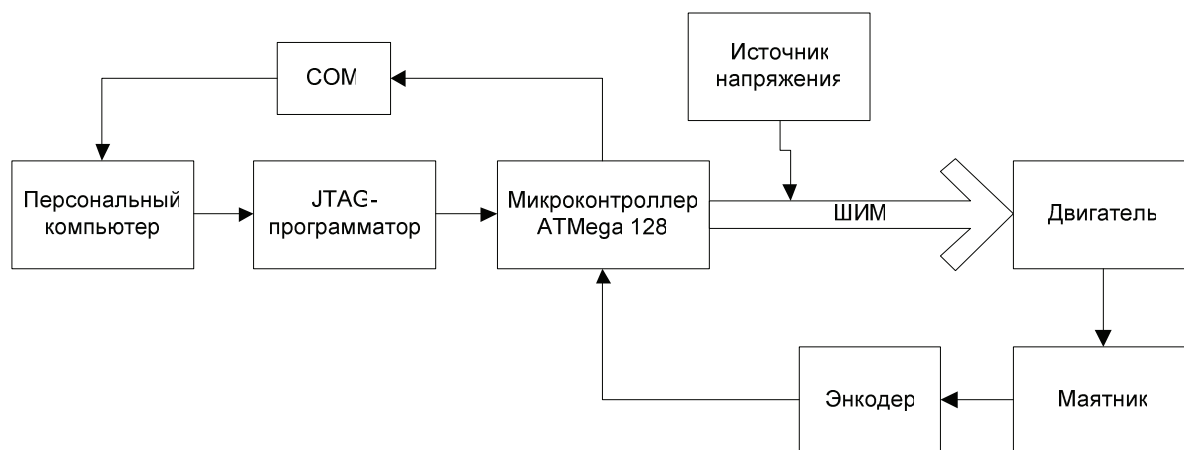


Рис. 1

Маятник отклоняется на соответствующий угол при подаче на двигатель напряжения. Напряжение подается от источника напряжения и регулируется ШИМ-сигналом, реализованным посредством электронной платы с микроконтроллером ATmega 128 фирмы AVR. Данная плата посредством программатора JTAG соединена с персональным компьютером (ПК). Для считывания информации о положении маятника используется энкодер, генерирующий за один полный оборот маятника 500 импульсов. Данные от энкодера передаются по COM-порту на терминал компьютера.

Математическая модель. Такие основные параметры системы как период колебаний, демпфированная частота собственных колебаний и коэффициент затухания были определены ранее [1]. На основании полученных параметров была построена математическая модель системы, уравнение которой может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -179,96x_1 - 4,2x_2 + 15,2u \end{cases}$$

На основании полученной математической модели было проведено моделирование и сравнение математической модели с реальной системой. Ниже приведены результаты моделирования при подаваемом на двигатель ШИМ-напряжении 9 В (Рис.2) и 8 В (Рис.3).

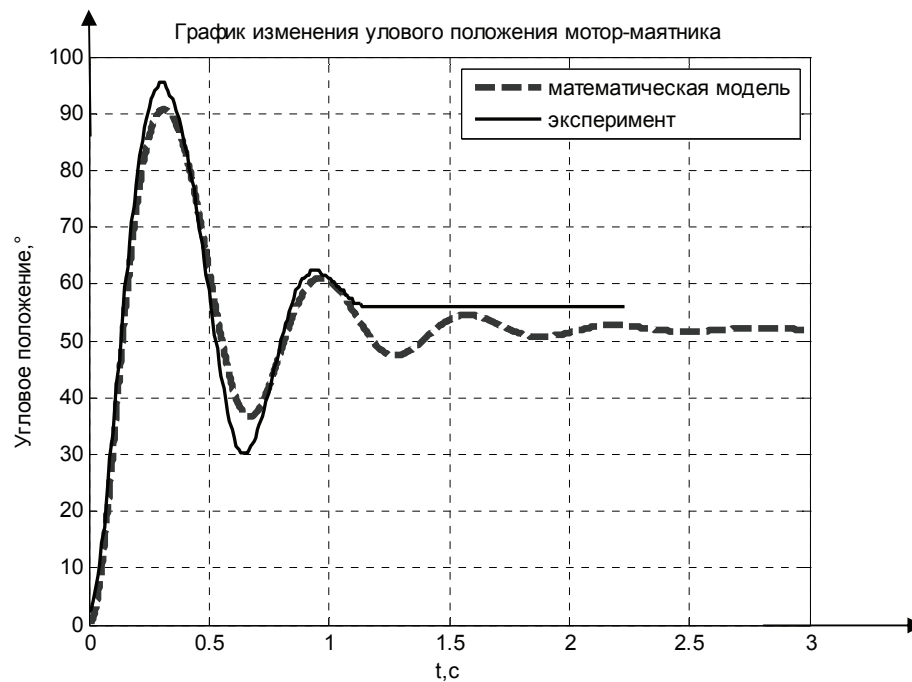


Рис. 2

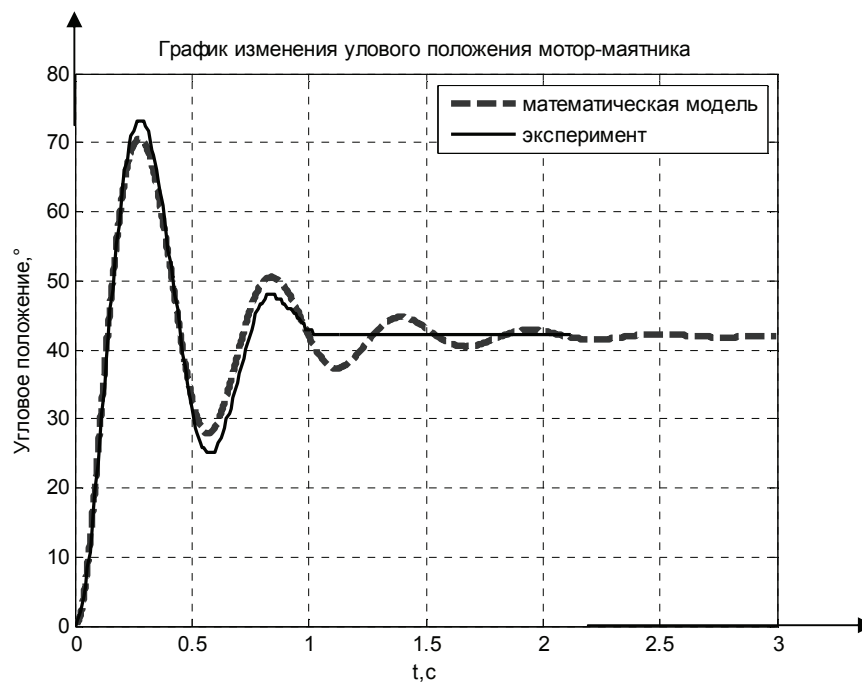


Рис. 3

Из анализа полученных результатов можно сделать вывод о том, что построенная математическая модель близка к реальной системе. Однако погрешность составляет порядка 4^0 - 7^0 . Это связано с тем, что реальная система является сильно нелинейной.

Синтез оптимального по быстродействию закона управления. В качестве задачи было поставлено следующее: перевести маятник из одной точки в другую (отклонить на соответствующий угол) и зафиксировать в новом положении. При этом время перевода должно быть минимальным. Для решения поставленной задачи было принято решение использовать симплекс-метод [2]. Ниже приведены результаты отклонения мотор-маятника на угол 40^0 (Рис.4) и график управления (Рис.5), а также на угол 45^0 (Рис.6, Рис.7) при ста шагах и шаге дискретизации $h = 0.0001$.

Управление (Рис.5, Рис.7), подаваемое на микроконтроллер, было реализовано программно, на основе полученного в ходе решения управления математической модели.

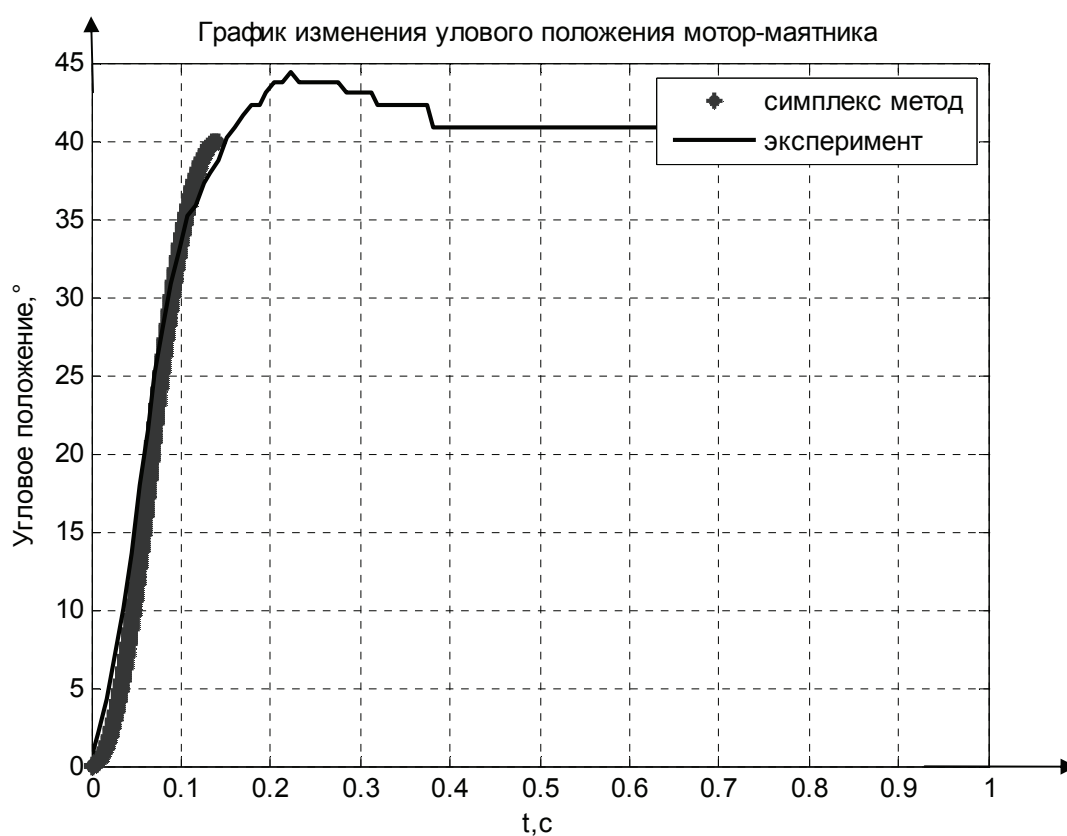


Рис. 4

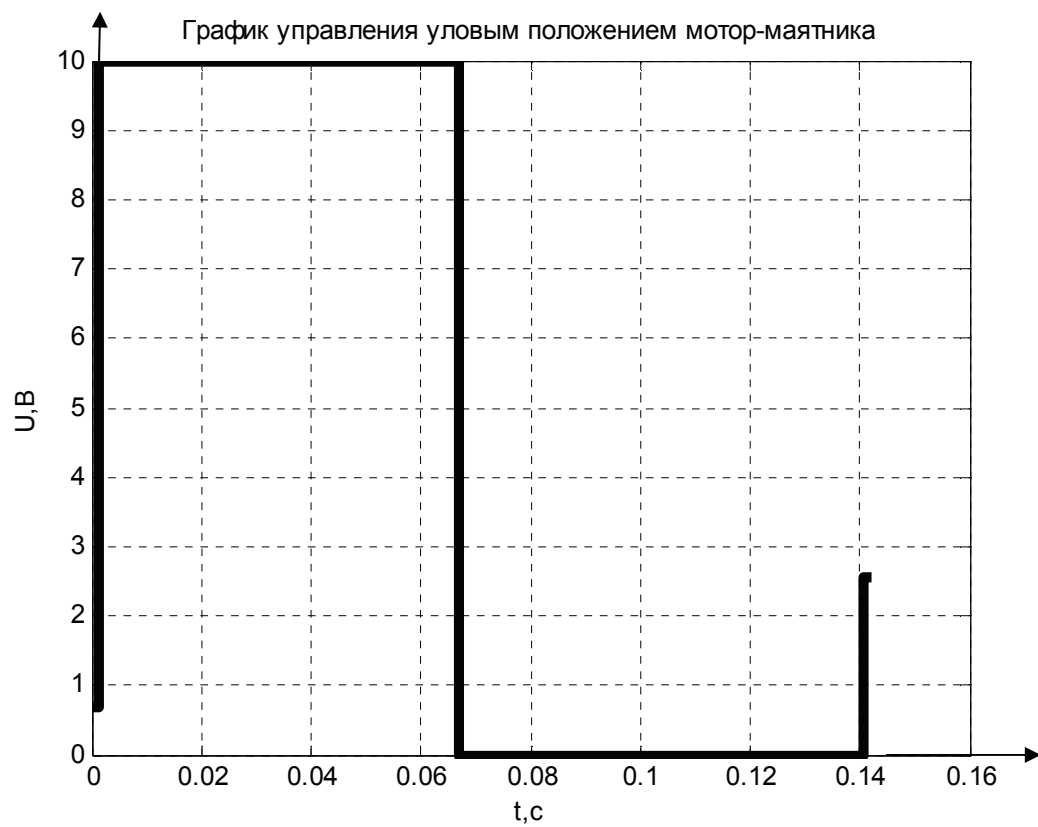


Рис. 5

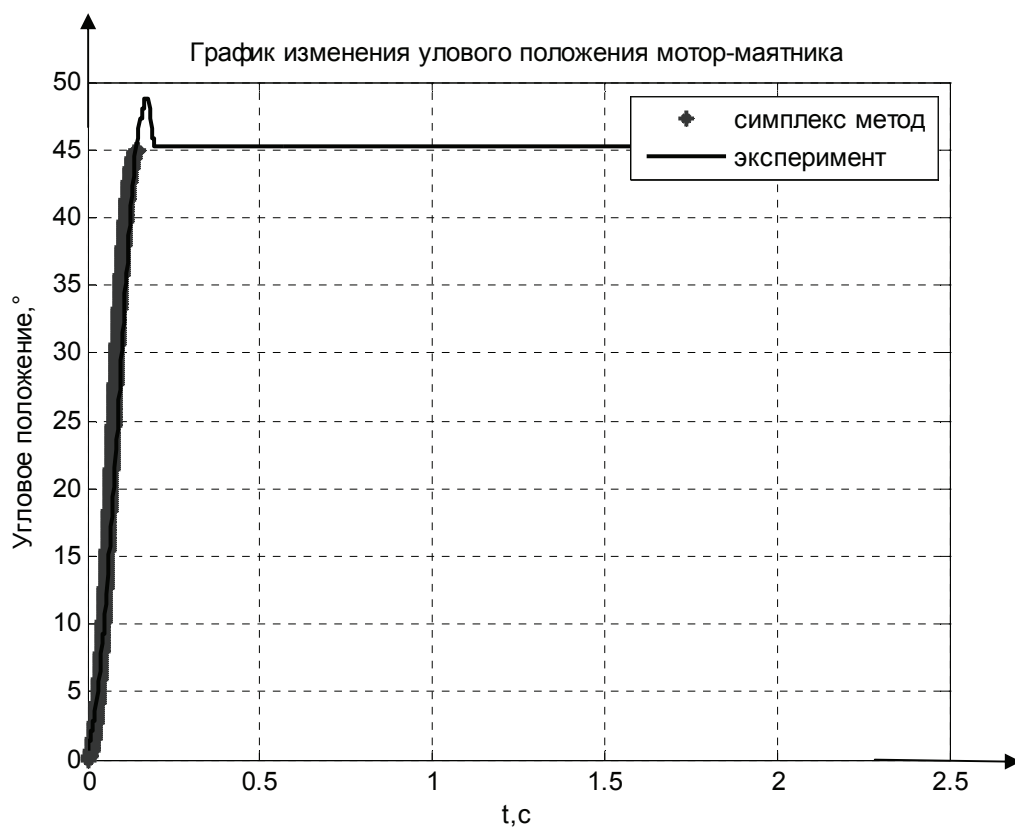


Рис. 6

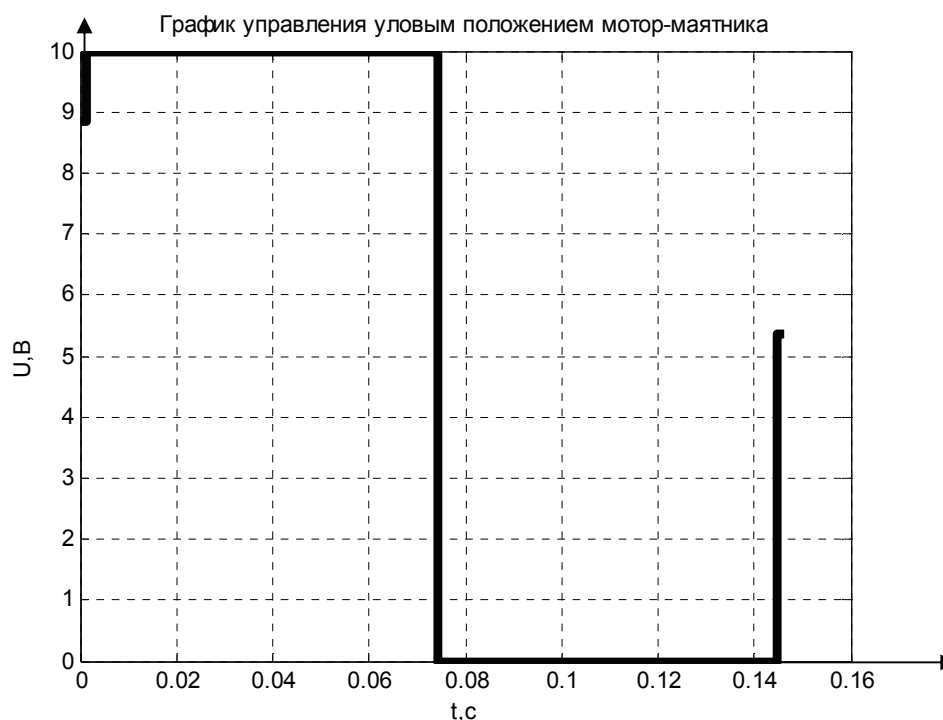


Рис. 7

Заключение. В данной статье была построена и уточнена математическая модель системы управления мотор-маятником. Также был синтезирован оптимальный по быстродействию закон управления. Несмотря на то, что реальная система является сильно нелинейной, погрешность управления достаточно мала.

Список литературы

1. Краснощеченко В.И., Пчелкин О.П., Кузнецов Д.В., Идентификация параметров лабораторного стенда «Мотор-маятник», НТК «Студенческая научная весна 2013» — МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. — 2 с.
2. Краснощеченко В.И., Методические указания по выполнению курсового проекта «Методы теории оптимального управления» — КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. — 8 -18с.
3. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Методы классической и современной теории автоматического управления. — МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. — Т.3,421 с.
4. Шпак Ю.А., Программирование на языке С для AVR и PIC микроконтроллеров. — Киев: МК-Пресс, 2006. — 36 с.

Кузнецов Д.В., студент.

E-mail: kuzdim91@gmail.com.

Пчелкин О.П., студент.

E-mail: franticbee666@gmail.com.

Д.В. Тамонов, В.М. Масюк

СИСТЕМА БИОПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Актуальность задачи. Данная работа направлена на усиление чувствительности людей к восприятию направления магнитного поля Земли. Подразумевается, что в дальнейшем организм будет работать с магнитным полем Земли самостоятельно, без системы биопозиционирования (рис. 1.). Несмотря на то что мы редко осознаем ориентационную информацию, ориентация очень важна. Ей принадлежит решающая роль при выполнении большинства движений, связанных с изменением положения тела, в частности при поддержании равновесия и положения тела (позы). Ощущение магнитного поля Земли может заменить человеку вестибулярный аппарат, если он повреждён. Определённую роль устройство может сыграть в повседневной жизни человека, в спорте, например, в спортивном ориентировании, в спортивной гимнастике.

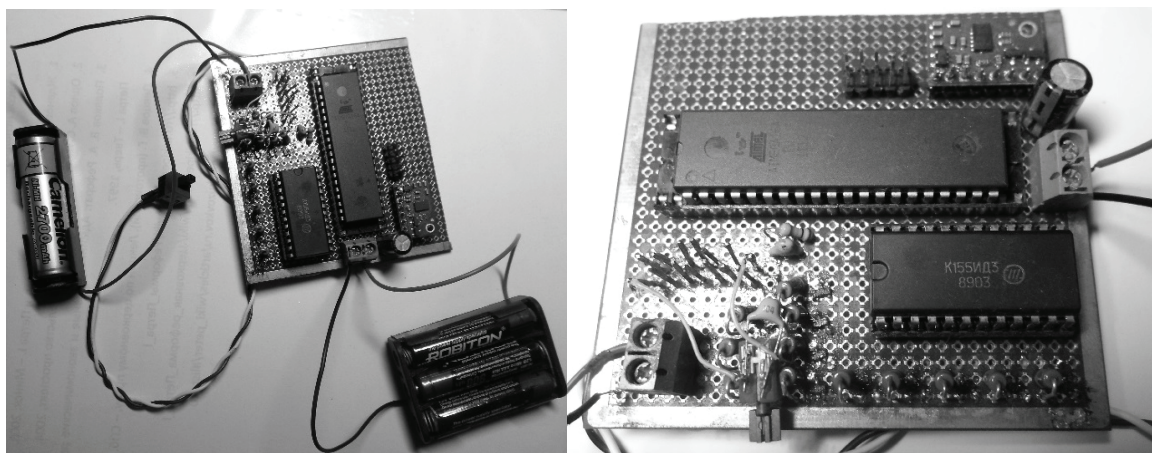


Рис.1. а) Система биопозиционирования;
б) Система биопозиционирования (рабочая часть)

Принцип работы. Все перемещающиеся в пространстве живые существа должны сохранять определенную ориентацию по отношению к окружающим их объектам, следствием чего и стало появление в ходе эволюции специальных механизмов — вестибулярных органов, органов чувств, воспринимающих изменения положения головы и тела в пространстве, а также направление движения. К таковым в частности относятся и органы магнитной ориентации.

Известно, что многие животные чувствуют направление магнитных линий Земли. Присутствие таких систем открыто у птиц, лисов, карпов и

других животных. Предполагается возможность наличия такой системы и у человека. Целенаправленное ориентационное поведение людей с завязанными глазами заставляет предположить, что людям тоже свойственна способность к ориентации по магнитному полю Земли. В одном из экспериментов, иллюстрирующих это явление, 31 человек с завязанными глазами сложным, кружным путем были увезены из дома на 6 км; у 15 испытуемых на затылках были закреплены магниты. После того как была протестирована ориентационная способность всех испытуемых (их просили показать, в каком направлении находится дом), выяснилось, что гораздо точнее это сделали испытуемые без магнитов.

Эти результаты, хотя на их основе еще нельзя делать окончательных выводов, в известной мере подтверждают способность людей с завязанными глазами ориентироваться с помощью магнитного поля Земли. Однако так же, как и способность животных к «магнитной» ориентации, способность к ней людей нуждается в дальнейшем изучении[2]. Сама сенсорная система не обнаружена ни у каких-либо организмов.

На линию пояса человека вешается пояс с системой биопозиционирования (рис. 2.) и поясом из вибромоторчиков. Трёх-осевой датчик-магнитометр LSM303DLHC определяет направление магнитных линий Земли и передаёт данные по I2C-шине в микроконтроллер. В зависимости от угла направления магнитного севера по отношению к «первому» вибромоторчику (всего их 12) микроконтроллер выдаёт двоичный сигнал, который дешифратор уже выдаёт на соответствующие вибромоторчики.

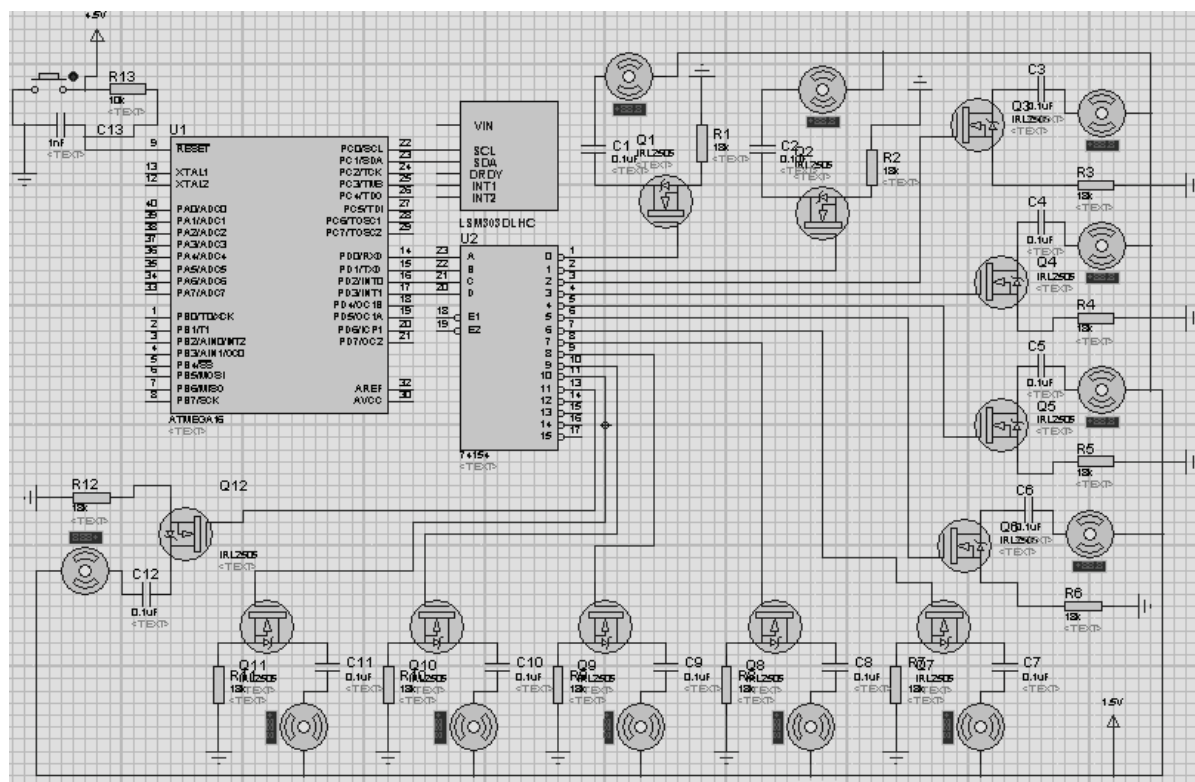


Рис. 2. Электросхема системы биопозиционирования в Proteus ISIS

Если человек стоит на север, то работает «северный» вибромоторчик. Если человек повернётся на 30° по часовой стрелке, то заработает следующий по часовой стрелке вибромоторчик.

Если человек лежит перпендикулярно северу, то вибромоторчики не работают, а если на север или юг – то работают все вибромоторчики.

В силу связанности сенсорных систем организма между собой, данное устройство через косвенную обработку информации о магнитном поле Земли тактильной сенсорной системой должно запустить некую внутреннюю систему обработки этого же поля организмом.

Результаты. Разработана и реализована функциональная схема (рис. 2). На ее основе разработана и изготовлена принципиальная схема и макетная плата.

На данном этапе плата не печатная, а макетная. С печатной платой при ошибке уже сложно что-то сделать, в отличие от макетной, которую проще изучать и отлаживать.

Программная реализация еще не до конца отлажена. Написана тестовая программа, которая поочередно, с задержкой запускает вибромоторчики. По результатам работы программы можно сказать, что схема работоспособна.

Выводы.

1. Проведен анализ существующих решений выбора датчика. Существует много разных датчиков, чувствительных к направлению магнитного поля Земли. Также необходимо было выбрать систему координат, в которой будет работать датчик. Рассматривались плоская и пространственная координатные системы. Было решено, что двухосевой датчик нам не подходит, так как изменение тела по отношению к направлению магнитного поля не будет давать требуемых результатов под углом.

Первое что попало – это датчик Холла. Трёх-осевые датчики такого типа используются в военных и других сложных навигационных системах. Они дают хорошую точность, но оказались очень дорогими (до 10 тысяч долларов).

Данная работа не требует большой точности. Это связано с тем, что данная сенсорная система в организме должна сама себя проявить. Используемый в работе датчик в сотни раз дешевле.

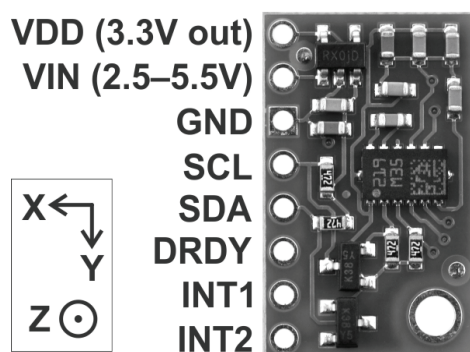


Рис. 3. Датчик LSM303DLHC

2. Исследован принцип работы трехосевых датчиков. Данный датчик (рис. 3.) относится к группе ферромагнитометров. Магниточувствительным элементом феррозондового магнитометра является феррозонд – электрическая катушка с сердечником из магнитомягкого материала, питаемая переменным током. Которая чувствительна к величине и направлению внешнего магнитного поля. Если сердечник расположен вдоль поля, он воспринимает полное значение поля, когда под углом – соответствующую составляющую. При перпендикулярном размещении сердечника к полю внешнее поле на него не действует. Указанные выше условия позволяют обеспечить острую диаграмму направленности феррозонда, благодаря чему он пригоден для измерения компонент магнитного поля и соответствующих им углов.



Рис. 4. Схема работы I2C – шины

3. Изучены схемы подключения по I2C – шине. Данная шина представляет собой два провода. Один провод ведущий (master – обычно это SCL), другой – ведомый (slave – SDA). Она имеет несколько типов сигналов для передачи информации, характеризующиеся изменениями уровня сигнала по отношению друг к другу: START, STOP, ACK, NACK – сигналы. После START – условия определяется адрес устройства, режим чтение/запись, отправляется байт и появляется следующее условие – STOP, если конец работы с данными или ACK, если обрабатывается новый байт информации (рис. 4.). После последнего байта (если он не один) выполняется NACK и STOP – условия.

4. Сенсорная система может оказаться очень пассивной, то есть не будет развиваться. Тогда надо будет попробовать увеличить количество вибромоторчиков на поясе. Возможно появление второго и третьего ряда моторчиков с соответствующими программами для улучшения пространственной картины восприятия.

Список литературы

1. Лебедев М.Б. CodeVisionAVR. Пособие для начинающих. М.: Додэка – XXI, 2008.
2. Шиффман Х.Р. Ощущение и восприятие. 5-е изд. СПб.: Питер, 2003, стр. 639.

3. Семенов Б.Ю. Шина I2C в радиотехнических конструкциях. М.: Солон-Р, 2002.

4. Коновалов В.Н., Дударева А.Н. Микроконтроллеры AVR семейства ATmega128. Калуга, 2010.

5. http://www.robototekhnika.ru/e-store/catalog/202/965/?sphrase_id=20867

Тамонов Д.В., студент.

E-mail: genius-alfa@mail.ru.

Масюк В.М., доцент, канд. физ.-мат. наук.

E-mail: masyuk77@mail.ru.

А.В. Аксёнов, А.А. Козинец

СКАНЕР ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В современном производстве сложных изделий электроники и электротехники требуются знания топологии магнитных полей деталей и узлов различной конфигурации. Это особенно актуально при производстве изделий, в конструкцию которых входят постоянные магниты, например электродвигатели и генераторы, микрофоны и громкоговорители, датчики фазы.

В большинстве случаев определение топологии магнитного поля осуществляется с помощью многопозиционных датчиков. Существуют современные конструкции, в состав которых входят до двух десятков чувствительных элементов Холла.

Основным недостатком многопозиционных датчиков является их ограниченный диапазон применения. Это связано с тем, что, зачастую, чувствительные элементы расположены в одной плоскости и находятся на одном фиксированном расстоянии друг от друга, что не позволяет получать полную информацию о направлении вектора магнитной индукции.

На практике приходится снимать топологию (знать распределение полей рассеяния) в широких диапазонах величины индукции магнитного поля, причем ее ориентация может меняться в значительных угловых пределах.

Целью данной работы является разработка системы управления сканером магнитного поля и необходимого программного обеспечения ПК для автоматизации процесса измерения параметров магнитного поля (магнитной индукции) и дальнейшей обработки полученных данных. Разрабатываемый сканер может быть использован для определения параметров магнитного поля деталей и узлов изделий электроники и электротехники.

Предлагаемая к реализации структура сканера, представленная на рис. 1, включает все необходимые для проведения измерений элементы:

- блок управления, реализованный на основе МК AVR AT mega128;
- измерительный зонд – датчик Холла, передающий показатели магнитного поля на МК;
- ПЭВМ, передающая сканеру необходимые данные о зоне сканирования и о частоте измерений и принимающая данные с МК для их последующей обработки и анализа;
- ключи управления электродвигателями, которые преобразуют сигналы, поступающие с МК, в необходимые уровень и направление напряжения, подаваемые на шаговые двигатели;

- шаговые двигатели, перемещающие каретку с датчиком Холла на трехкоординатном столе;
- трехкоординатный стол, на котором производится замер параметров магнитного поля образца;
- концевые устройства, позволяющие контролировать крайние положения каретки трехкоординатного стола;
- блок питания, подающий различные напряжения на блок управления и ключи управления шаговыми двигателями.

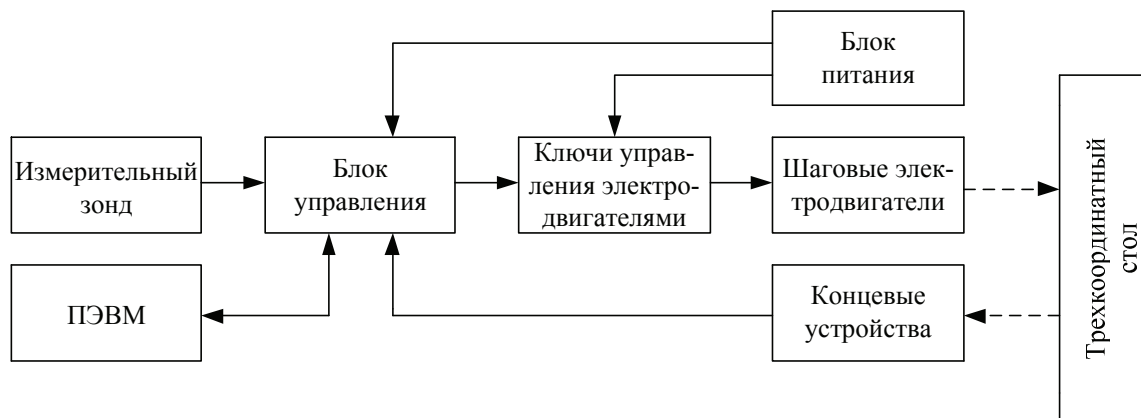


Рис. 1 Структурная схема сканера магнитного поля
Внешний вид сканера представлен на рис. 2.

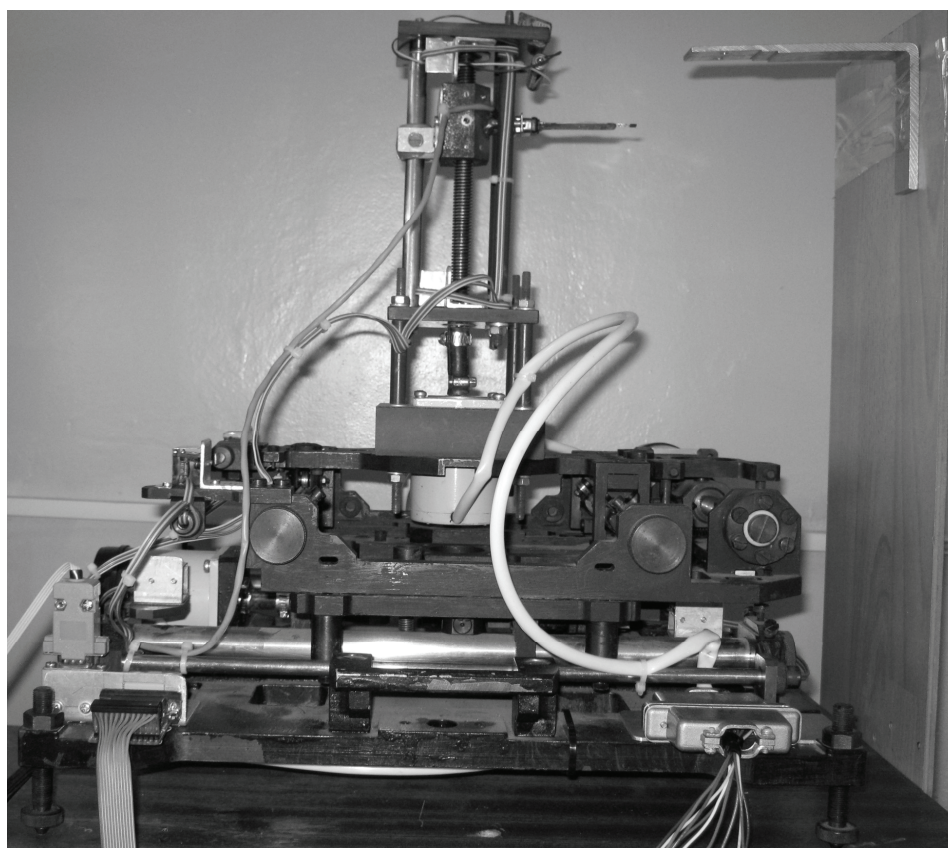


Рис. 2 Внешний вид сканера

Для возможности управления сканером магнитного поля, а также приема данных с датчика Холла была разработана программа Scanner Commander. В ее основу лег исходный код программы для приема и передачи данных через COM-порт.

Пакет написан на языке C++, имеет развитый графический пользовательский интерфейс и обеспечивает выполнение следующих функций:

- задание размеров сканируемой области;
- задание частоты (шага) сканирования;
- получение данных со сканера;
- запись полученных результатов в файл.

Интерфейс программы представлен на рис. 3.

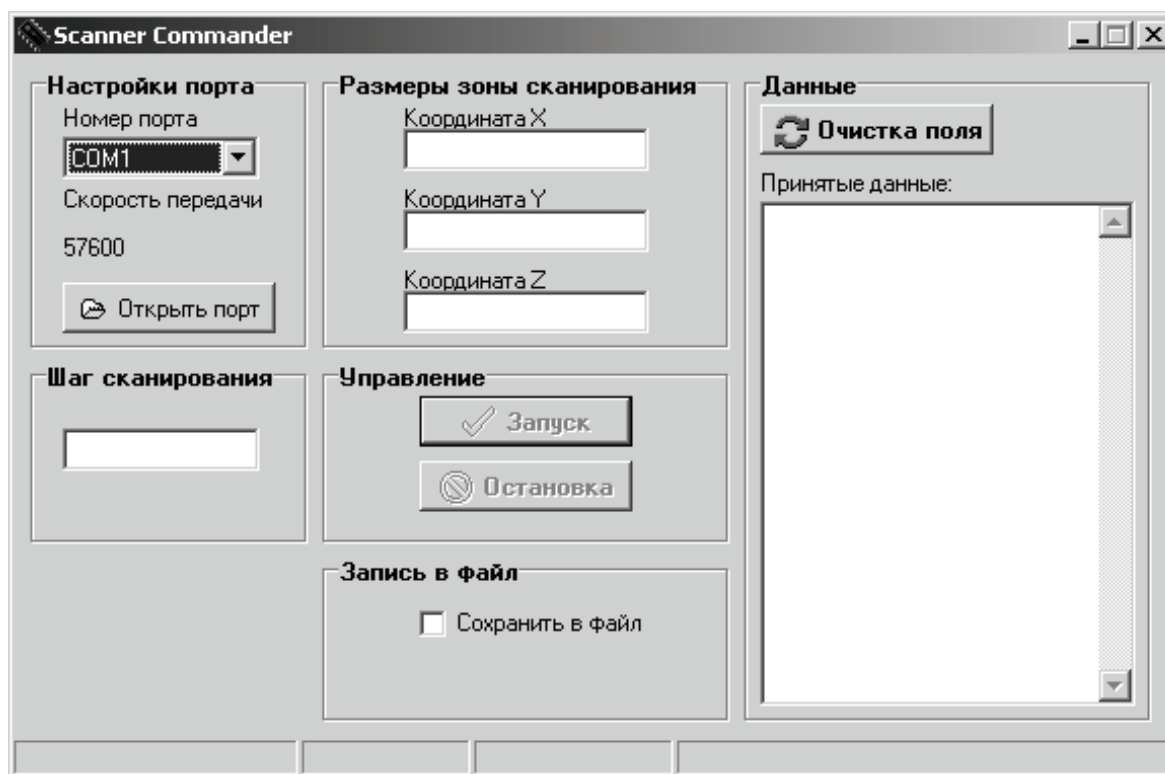


Рис. 3. Главное окно
программы Scanner Commander

Программа формирует текстовый файл, передаваемый в программный пакет MATLAB, где с помощью алгоритма обработки данных информация визуализируется. Результат одного из сканирований приведен ниже на рис. 4.

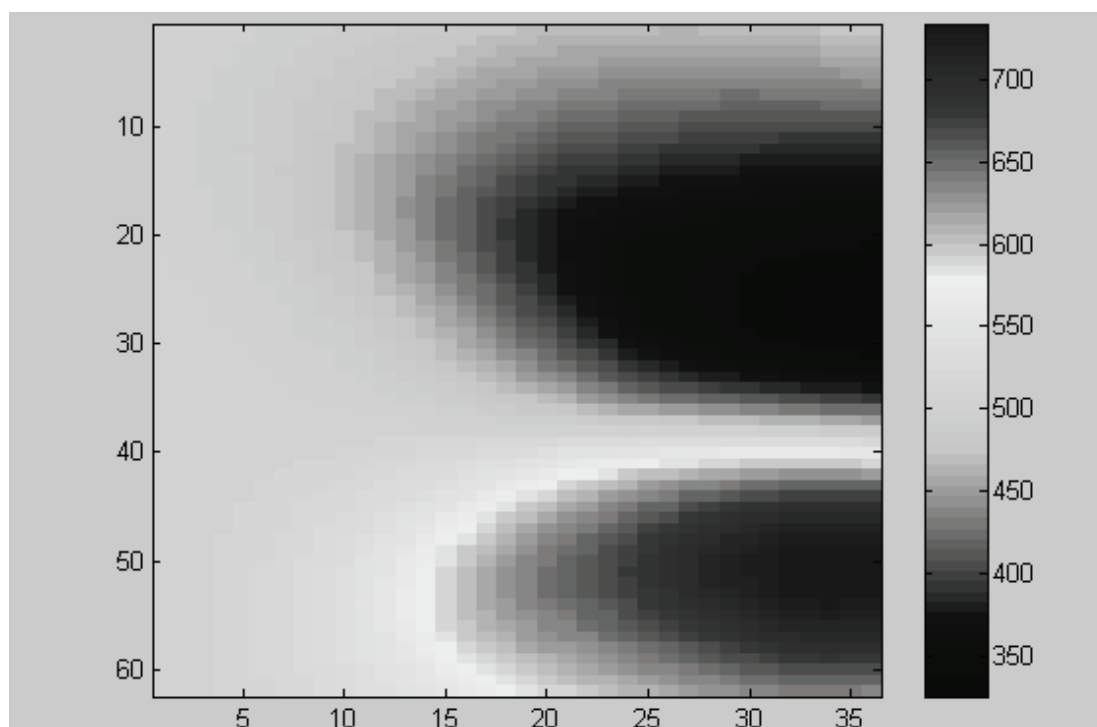


Рис. 4. Топография магнитного поля

Широкие функциональные возможности программы Scanner Commander и сканера магнитного поля позволяют проводить автоматизированное сканирование магнитного поля деталей и узлов изделий электроники и электротехники.

Список литературы

1. Кенио Т. Шаговые двигатели и их микропроцессорные системы управления: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 200 с.

Аксёнов А.В., студент.

E-mail: an.aksenov992@yandex.ru.

Козинец А.А., студент.

E-mail: akozinec92@gmail.com.

Мьо Паинг Сат, Аунг Чжо Со, А.М. Макаренков

ЭФФЕКТИВНЫЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКОГО ПРИВОДА В КЛАССЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Актуальной проблемой компьютерного моделирования сложных технических систем является минимизация затрат времени и вычислительных ресурсов. Решение данной проблемы обеспечивает повышение качества и ускорение процесса разработки новых систем управления за счет возможности увеличения числа анализируемых вариантов при выполнении процедур оптимизации и уменьшения потребности в натурных испытаниях. Кроме того, повышение вычислительной эффективности делает возможным использование более сложных и адекватных моделей.

При разработке современных систем управления предъявляются повышенные требования к их точности и надежности, требующие дополнительного учета ряда факторов случайного характера, действующих в реальных условиях эксплуатации. Влияние таких факторов может быть учтено введением случайных параметров в математическую модель системы, используемую на этапе ее разработки в качестве основы всех расчетных процедур.

В данной работе рассматривается вопрос построения и программной реализации стохастической модели электрогидравлического следящего привода (ЭГСП) в классе систем со случайными параметрами. В качестве математической модели ЭГСП используется так называемая проекционная модель, полученная в результате конечномерной аппроксимации исходной непрерывной модели, заданной в форме системы линейных дифференциальных уравнений со случайными коэффициентами. Использование проекционных моделей позволяет реализовать метод статистического анализа, основанный на процедуре аналитического усреднения случайного оператора системы [1], что позволяет отказаться от медленного и ресурсоемкого метода статистических испытаний. Кроме того, преимуществом проекционных моделей является возможность их эффективной программной реализации благодаря матричной форме представления данных и использованию параллельных вычислений.

В качестве случайного параметра модели ЭГСП выступает коэффициент передачи цепи электрической обратной связи. Компьютерное моделирование позволяет оценить влияние фактора случайности указанного параметра на дисперсию величины перемещения штока гидроцилиндра в переходном режиме.

Упомянутая выше процедура аналитического усреднения предполагает приближенное представление случайного оператора системы рядом Неймана, которое имеет вид

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{X0} \sum_{j=0}^m \sum_{v=0}^{\infty} (-1)^v \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} a_i (\mathbf{P}^{n-i})^T \mathbf{A}_{X0} \right\}^v b_j (\mathbf{P}^{n-j})^T. \quad (1)$$

Последующее аналитическое усреднение выражения

$$\mathbf{C}^x = \mathbf{A} \mathbf{C}^y + \mathbf{C}_0,$$

связывающего проекционные характеристики входного (\mathbf{C}^y) и выходного (\mathbf{C}^x) сигналов через проекционную характеристику системы \mathbf{A} и проекционную характеристику вектора начальных условий \mathbf{C}_0 , позволяет найти выражения для проекционных характеристик математического ожидания, корреляционной функции и дисперсии выходного сигнала ЭГСП (перемещения штока). Процедура усреднения сводится к нахождению моментов случайных коэффициентов системы дифференциальных уравнений, описывающих исходную непрерывную модель ЭГСП. Указанные стохастические моменты всегда могут быть выражены через моменты первого и второго порядков с помощью известного соотношения [1].

Особенностью используемого метода моделирования стохастических систем является представление случайных операторов в виде матричных рядов, подобных (1), что дает возможность построения эффективного алгоритма для платформы Grid на базе локальной вычислительной сети [2]. Данный алгоритм предполагает группирование независимо вычисляемых членов ряда и их параллельное вычисление на отдельных процессорах, то есть распараллеливание относительно крупных частей алгоритма и оформление их в виде подзадач, решаемых на отдельных компьютерах сети. Это позволяет обеспечить сбалансированную загрузку процессоров сетевых компьютеров избежать перегрузки сети частыми передачами больших объемов данных.

Реализацию данного метода моделирования стохастических систем предполагается выполнить на локальной сети персональных компьютеров

одинаковой производительности с использованием возможностей параллельных вычислений, предоставляемых пакетом MATLAB R2007b (MathWorks, Inc.). При этом могут быть использованы пакеты расширений Distributed Computing Toolbox и Distributed Computing Engine [3].

Таким образом, в работе предложен подход к моделированию ЭГСП в классе систем со случайными параметрами, обеспечивающий ускорение решения задач анализа и оптимизации с использованием недорогой сетевой вычислительной платформы.

Список литературы

1. Пупков К.А., Егупов Н.Д., Макаренков А.М. и др. Теория и компьютерные методы исследования стохастических систем. — М.: Физматлит, 2003. — 400 с.
2. Воеводин В.В., Воеводин Вл.В. Параллельные вычисления. — СПб.: «БХВ-Петербург», 2002. — 608 с.
3. Оленёв Н.Н., Печёнкин Р.В., Чернецов А.М. Параллельное программирование в MATLAB и его приложения. — М.: Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, 2007. — 121 с.

Мьо Паинг Сат, аспирант.

E-mail: myopaingsatt85@gmail.com.

Аунг Чжо Со, аспирант.

E-mail: aungkyawsoe48@gmail.com.

Макаренков А.М., доцент, канд. техн. наук.

E-mail: amm2005@rambler.ru.

СОДЕРЖАНИЕ

СЕКЦИЯ 5.

КЛАССИЧЕСКИЕ И СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ; АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ И ПРОИЗВОДСТВОМ

3

Чжо Ту Аунг, Мельников Д.В.

Алгоритм исследования нелинейных систем автоматического
управления в стохастических режимах 4

Мин Чжо Ту, Мельников Д.В.

Алгоритм расчета контура регулирования частоты вращения
ротора паровой турбины К-800-130/3000 16

Окар Мин, Мельников Д.В.

Алгоритм расчета нелинейных систем управления
проекционно-матричным методом 29

Широкова З.Г., Аунг Чжо Со, Макаренков А.М.

Анализ и идентификация одного класса систем
с распределенными случайными параметрами 37

Нэй Тве, Найнг Аунг Со, Петровичев М.А., Козинец А.А.

Аналитический метод синтеза регуляторов в классе линейных
стационарных систем: математическая база — непрерывное
равенство Парсеваля (начало). IV 47

Козинец А.А., Нэй Тве, Найнг Аунг Со, Петровичев М.А.

Аналитический метод синтеза регуляторов в классе линейных
стационарных систем: математическая база — дискретное
равенство Парсеваля (продолжение). V 56

Козинец А.А., Нэй Тве, Найнг Аунг Со, Петровичев М.А.

Аналитический синтез регуляторов в классе линейных
нестационарных систем: математическая база — дискретное
равенство Парсеваля. VI 73

Нэй Тве, Найнг Аунг Со, Петровичев М.А., Козинец А.А.

Аналитическое и экспериментальное исследование и синтез
систем автоматического управления летательными аппаратами. VII 82

Адкин М.Ю.

Аппроксимационный метод идентификации нестационарных
объектов управления 93

<i>Корнюшин Ю.П., Езупов Н.Д., Корнюшин П.Ю.</i> Идентификация нелинейных объектов и систем управления с использованием аппарата матричных операторов	104
<i>Пащенко В.Н., Кошечкин А.А.</i> Исследование кинематики движения ноги шагающего робота	116
<i>Масюк В.М., Быков А.И.</i> Исследование методов автоматизации промышленного робототехнического оборудования	131
<i>Лапиков А.Л., Пащенко В.Н.</i> Математическая модель платформенного манипулятора Гью–Стюарта	144
<i>Корлякова М.О., Новиков П.К., Прокопов Е.Ю.</i> Нейросетевой поиск особых точек для системы технического зрения при определении перемещения мобильной платформы	156
<i>Еременко В.Т., Пеньков Н.Г., Иванова С.Н., Полякова А.Г.</i> Основные проблемы построения интегральной АСУ промышленных предприятий на базе открытых стандартов	168
<i>Коновалов И.В., Коновалов В.Н.</i> Подход к логическому синтезу процессора-ускорителя для автоматической трассировки соединений между элементами на плоскости	176
<i>Коновалов В.Н., Корлякова М.О.</i> Подход к разработке систем управления малыми космическими аппаратами в нейросетевом базисе	189
<i>Краснощеченко В.И.</i> Простой алгоритм терминального управления пневмоприводом при наличии фазового ограничения и ограничения на управление с использованием плоскостей переключения	204
<i>Масюк В.М., Похвалитова А.А., Васин П.А.</i> Разработка аппаратной части комплекса по измерению влажности живой древесины	218
<i>Краснощеченко В.И.</i> Симплекс-метод решения задачи быстрогодействия при наличии ограничения на скалярное управление и фазовых ограничений	226
<i>Тун Тун Чжо, Тин Эй Чжо, Макаренков А.М.</i> Автоматизация построения проекционной модели электрогидравлического следящего привода в классе стохастических систем	239

<i>Николаенко С.И., Николаенко Н.А.</i>	
Алгоритм оценивания статистических параметров широкого класса распределений	242
<i>Еременко В.Т., Борисов О.М., Фомин Н.И.</i>	
Алгоритмы обеспечения живучести компонентов автоматизированной системы управления промышленного предприятия (АСУ ПП) на основе стратегий защиты звена и защиты пути	245
<i>Аунг Чжо Со, Мью Паунг Сат, Макаренков А.М.</i>	
Идентификация случайных параметров электрогидравлического привода	252
<i>Аксенов А.В., Козинец А.А., Федотов М.В.</i>	
Исследование и синтез нестационарных систем автоматического управления: параметрическая передаточная функция и применение метода последовательных приближений. I	256
<i>Найнг Аунг Со, Нэй Тве, Петровичев М.А.</i>	
Исследование и синтез нестационарных систем автоматического управления: интегральные уравнения Вольтерра, определяющие параметрическую передаточную функцию. II	259
<i>Нэй Тве, Найнг Аунг Со, Петровичев М.А.</i>	
Исследование и синтез нестационарных систем автоматического управления: алгоритм решения интегрального уравнения Фредгольма. III	263
<i>Масюк В.М., Кудряшов Е.А., Родионов В.С.</i>	
Исследование мощных силовых блоков управления двигателями в робототехнических установках	268
<i>Тин Эй Чжо, Тун Тун Чжо, Макаренков А.М.</i>	
Оптимизация параметров регуляторов систем автоматического управления с учетом случайности параметров объекта	274
<i>Тин Зар Аунг, Со Нэй Лин Аунг, Акименко Д.А.</i>	
Проекционный метод параметрической идентификации объектов с запаздыванием	277
<i>Со Нэй Лин Аунг, Тин Зар Аунг, Акименко Д.А.</i>	
Проекционный метод параметрической идентификации одного класса нелинейных объектов	281
<i>Белова В.А., Иванова П.М., Харченкова Е.А.</i>	
Разработка макета робототехнической тележки с возможностью распознавания цвета поверхности	285

<i>Тамонов Д.В., Масюк В.М., Калинин А.А.</i>	
Рассмотрение применения многопозиционных радиолокационных систем (МРЛ) для исследования пространственно распределенных объектов	291
<i>Кузнецов Д.В., Пчелкин О.П.</i>	
Синтез микропроцессорной системы управления вынужденными колебаниями мотор-маятника	294
<i>Кузнецов Д.В., Пчелкин О.П.</i>	
Синтез оптимальной по быстродействию системы управления вынужденными колебаниями мотор-маятника	299
<i>Тамонов Д.В., Масюк В.М.</i>	
Система биопозиционирования	304
<i>Аксёнов А.В., Козинец А.А.</i>	
Сканер для исследования магнитного поля	309
<i>Мьо Паунг Сам, Аунг Чжо Со, Макаренков А.М.</i>	
Эффективный вычислительный алгоритм моделирования электрогидравлического привода в классе стохастических систем	313

**НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ
В ПРИБОРО- И МАШИНОСТРОЕНИИ
И РАЗВИТИЕ ИННОВАЦИОННОЙ
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ВУЗЕ**

**Материалы
Всероссийской научно-технической конференции**

Том 2

Научное издание

Все работы публикуются в авторской редакции. Авторы несут ответственность за подбор и точность приведенных фактов, цитат, статистических данных и прочих сведений.

Подписано в печать 12.04.2014.
Формат 60×90/16. Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Печ. л. 20. Усл. п. л. 20. Тираж 80 экз. Заказ № 189

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
107005, Москва, 2-я Бауманская, 5

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.003961.04.08 от 22.04.2008 г.

Оригинал-макет и отпечатан в Редакционно-издательском отделе
КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана
248000, г. Калуга, ул. Баженова, 2, тел. 57-31-87

ISBN 978-5-7038-3870-9



9 785703 838709