

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Московский государственный технический университет  
им. Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Калужский филиал МГТУ имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»

# **НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРИБОРО - И МАШИНОСТРОЕНИИ И РАЗВИТИЕ ИННОВАЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ВУЗЕ**

**Материалы  
Всероссийской научно-технической конференции**

**Том 4**



УДК 378:001.891  
ББК 74.58:72  
НЗ4

### **Руководители конференции**

*А. В. Царьков* (директор КФ МГТУ им. Н. Э. Баумана);  
*А. А. Столяров* (зам. директора по научной работе)

### **Оргкомитет конференции**

*А. А. Столяров* (председатель оргкомитета);  
*В. В. Лебедев* (ученый секретарь);  
*Е. Н. Малышев; Г. В. Орлик; Н.Е. Шубин; А. А. Жинов; Ю. П. Корнюшин;*  
*А. И. Пономарев; А. К. Рамазанов; А. А. Анкудинов; Б. М. Логинов;*  
*В. Г. Косушкин; В. В. Андреев; А. В. Мазин; А. А. Шубин; А. К. Горбунов;*  
*А. В. Максимов; В.Н. Пащенко; М. В. Астахов; Е. Н. Сломинская;*  
*О. Л. Перерва; Г. И. Ловецкий; А. Ю. Красноглазов; В. М. Алакин*

НЗ4      **Научные** технологии в приборо- и машиностроении и развитие инновационной деятельности в вузе: материалы Всероссийской научно-технической конференции, 15 – 17 ноября 2016 г. Т. 4. – Калуга: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. – 204 с.

В сборнике материалов Всероссийской научно-технической конференции представлены результаты научных исследований, выполненных учеными в течение ряда лет. Систематизированы материалы различных научных школ. Результатами научных исследований являются новые методы, вносящие вклад в развитие теории, а также прикладные задачи, воплощенные в конструкции и материалы.

УДК 378:001.891  
ББК 74.58:72

© Коллектив авторов, 2016  
© Калужский филиал МГТУ  
им. Н. Э. Баумана  
© Издательство МГТУ  
им. Н. Э. Баумана, 2016

## **СЕКЦИЯ 15.**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
И ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ  
ПРОБЛЕМЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ  
СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

М.В. Меркулов, Г.Э. Амеличев, А.К. Горбунов

## АЛГОРИТМЫ МАЖОРИТАРНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ КОДОВ МАКСИМАЛЬНОЙ ДЛИНЫ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается алгоритм мажоритарного декодирования циклических кодов максимальной длины  $(2^k-1, k)$ , основанный на применении двойственного базиса поля  $GF(2^k)$ .

В технике связи и передачи информации в настоящее время широкое применение находят коды максимальной длины  $(2^k-1, k)$ , реализуемые регистрами сдвига с обратными связями /1, /2. Такие регистры по заданным  $K$  информационным ненулевым элементам формируют  $(2^k-1)$  кодовых слов, каждое из которых представляет собой каноническую  $M$ -последовательность или её циклический сдвиг.

Таким образом, исходным информационным двоичным элементам  $y(0), y(1), \dots, y(k-1)$  будет соответствовать двоичная последовательность максимальной длины

$$\{y\} = \{y(0), y(1), y(2), \dots, y(2^k - 2)\} \quad (1)$$

которая представляет собой эквидистантный циклический  $(2^k-1, k)$  код с минимальным кодовым расстоянием  $d_{\min}=2^{k-1}$ .

Для декодирования кодовых слов максимальной длины предлагается мажоритарный алгоритм, основанный на том, что любой элемент  $y(m) \in GF(2)$  последовательности  $\{y\}$  (1) может быть найден по известному /3/ выражению

$$y(m) = \sum_{j=1}^k \left[ CE^m \right]^{2^{j-1}}, \quad (2)$$

где элемент  $c \in GF(2^k)$  определяется информационными элементами  $y(0), y(1), \dots, y(k-1)$  кодового слова, а  $E$ -примитивный корень характеристического многочлена.

$$P(x) = P_0x^k + P_1x^{k-1} + P_2x^{k-2} + \dots + P_{k-1}x + P_k. \quad (3)$$

удовлетворяющего определенному рекуррентному линейному уравнению  $M$ -последовательности (1).

В докладе показано, что если кодовое слово вида (1) удовлетворяет характеристическому многочлену (3) с примитивным корнем  $E$ , то элемент  $C$  может быть определен по любому  $k$ -элементному безошибочному участку  $[y(n), y(n+1), \dots, y(n+k-1)]$  принятого кодового слова (1) в соответствии с выражением

$$C = \sum_{i=1}^k W_i^n y(n+i-1) \quad (4)$$

в данном выражении элементы поля  $GF(2^k)(w_1^{(n)}, w_2^{(n)}, \dots, w_k^{(n)})$  представляют собой двойственный базис по отношению к степенному базису  $(E^n, E^{n+1}, \dots, E^{n+k-1})$  и определяются формулой

$$W_i^{(n)} = E^{-n} \alpha_i \quad (5)$$

где элементы поля  $GF(2^k)\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k$  являются постоянными и выражаются через коэффициенты  $P_0, P_1, \dots, P_k$  характеристического многочлена (3) как

$$\alpha_i = \frac{\sum_{l=0}^{k-i} (-1)^l P_{k-i-l} E^l}{\sum_{t=0}^{\sigma} P_{k-2t-1} E^{2t}} \quad (6)$$

где  $\sigma$  - целая часть дроби  $(\frac{k-1}{2})$ .

Из вышеприведенного вытекает важное для практики мажоритарного декодирования следствие, которое сформулируем следующим образом: “Если элементы  $y(m)$  кодового слова (1) представить в виде следа

$$y(m) = T(UE^m) \quad (7)$$

То элемент  $U \in GF(2^k)$ , однозначно определяющий начальную фазу рассматриваемого кодового слова максимальной длины относительно начала канонической последовательности

$$\{T(1), T(E), T(E^2), \dots, T(E^{2^k-2})\},$$

представляет собой элемент  $C$ ”.

Действительно, сравнивая выражения (2) и (7), находим, что

$$T(UE^m) = T(CE^m).$$

### Литература

[1] Кларк Дж. мл., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. М.: Радио и связь.

**Меркулов Максим Владимирович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: merkulov1995@inbox.ru

**Амеличев Глеб Эдуардович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Дмитриев, П.А. Зорина, А.К. Горбунов

## АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОЦЕНОК НАИБОЛЬШЕГО ПРАВДОПОДОБИЯ В УСЕЧЕННЫХ ВЫБОРКАХ.

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

1. Пусть полезный сигнал  $x$  имеет функцию распределения  $f(x, \theta)$ , параметры  $\theta$  которой необходимо оценить по выборке  $x_i (i=1, \dots, n)$ . Регистрация сигнала  $x$  производится устройством, которое имеет зону чувствительности  $X$ . Если  $x_i \in X$ , то сигнал не регистрируется. Известно, что количество не зарегистрированных элементов выборки равно  $N-n$ , где  $N$  - объем выборки.

Рассмотрим второй пример. Пусть проводятся ускоренные испытания  $N$  изделий. За время  $X$  в моменты  $x_i (i=1, \dots, n)$  отказало  $n < N$  изделий. Необходимо оценить функцию распределения отказов.

Эти два примера демонстрируют, где возникают усеченные выборки. Метод наибольшего правдоподобия для оценки параметров функций распределения по усеченным выборкам состоит в следующем:

$$\sum_{i=1}^n \ln f(x_i, \theta) \rightarrow \max_{\theta \in \Omega}, \quad (1)$$

$$\ln \left( \int_X f(x, \theta) dx \right) = \ln \frac{n}{N}. \quad (2)$$

Отличие от метода максимального правдоподобия при полных выборках заключается в наличии ограничения(2).

2. Обозначим истинное значение оценки  $\theta^o$ . Исследуем асимптотические свойства оценок  $\theta$  (1), (2) при  $n \rightarrow \infty$ .

Оценка наибольшего правдоподобия (ОНП) в строгом смысле называется состоятельной, если случайный вектор  $\hat{\theta}^n$  сходится по вероятности к вектору  $\theta^o$ . ОНП называется асимптотически эффективной в строгом смысле, если при  $n \rightarrow \infty$  предельное распределение случайного вектора  $\sqrt{n}(\hat{\theta}^n - \theta^o)$  является нормальным с нулевым средним и корреляционной матрицей

$$K = D^{-1} = \left\| \int_X f \frac{\partial h^*(x, \theta^o)}{\partial \theta_j} \frac{\partial h^*(x, \theta^o)}{\partial \theta_r} \right\|_{j,r=1, \dots, S}^{-1},$$

где  $h^* = \ln f - \ln p$ ;  $p = \int_X f(x, \theta) dx$ .

Если плотность  $f(x, \theta)$  почти всюду дважды дифференцируема, то справедливы следующие тождества:

$$\int_x \frac{\partial f}{\partial \theta_j} dx - \frac{\partial p}{\partial \theta_j} = 0 \quad j = 1, \dots, S;$$

$$\int_x \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_j^2} dx - \frac{\partial^2 p}{\partial \theta_j^2} = 0 \quad j = 1, \dots, S.$$

Предположим, что для всех  $j = 1, \dots, S$ ;  $\theta \in \Omega$  и почти для всех  $x$  выполняются условия:

1) Существуют производные

$$\text{а) } \frac{\partial \ln f}{\partial \theta_j}, \quad \text{б) } \frac{\partial^2 \ln f}{\partial \theta_j^2}, \quad \text{в) } \frac{\partial^3 \ln f}{\partial \theta_j^3};$$

2) По переменным  $x$  верны соотношения

$$\text{а) } \frac{\partial \ln f}{\partial \theta_j} \neq \text{const} \quad \text{б) } \int_x \left( \frac{\partial \ln f}{\partial \theta_j} \right)^2 dx < \infty$$

3) Существуют такие положительные и дважды дифференцируемые функции  $g_j(\theta)$  и такие функции  $H_j(x)$ , что

$$\left| \frac{\partial^2}{\partial \theta_j^2} \left[ g_j(\theta) \left( \frac{\partial \ln f}{\partial \theta_j} - \frac{\partial \ln p}{\partial \theta_j} \right) \right] \right| < H_j(x), \quad \int_x H_j(x) f(x, \theta) dx < \infty$$

4) Оценка  $\hat{p} = \frac{n}{N}$  является состоятельной и асимптотически эффективной оценкой величины  $p = \int_x f(x, \theta) dx$ .

**Теорема.** Если выполняются условия 1-4, то оценка наибольшего правдоподобия  $\hat{\theta}^n$ , получаемая из 1, 2 по усеченным выборкам, является состоятельной и асимптотически эффективной оценкой величины  $\theta$ .

**Замечание.** Если выполняется условие 1, то условие 33 можно заменить более легко проверяемым условием

$$\left| \frac{\partial^2}{\partial \theta_j^2} \left[ g_j(\theta) \frac{\partial \ln f}{\partial \theta_j} \right] \right| < H_1(x), \quad \int_x H_1(x) f(x, \theta) dx < \infty.$$

### Литература

[1] Сархан А., Гринберг Б. Введение в теорию порядковых статистик, издательство «Статистика», М. 1993.

**Дмитриев Алексей Александрович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: Lexaf18@gmail.com

**Зорина Полина Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: zorina\_p\_a@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

В.С. Смирнов, А.И. Чухраева, А.К. Горбунов

## АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫЙ МЕТОД ИСПРАВЛЕНИЯ ДЕФЕКТОВ С ПРОСТОЙ РЕАЛИЗАЦИЕЙ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В настоящей работе рассмотрен асимптотически оптимальный метод исправления дефектов линейно растущей кратности

$$t = \alpha n, 0 < \alpha < 1, n \rightarrow \infty, \quad (1)$$

основанный на разбиении блока длины  $n \rightarrow \infty$  на подблоки длины

$l = o(\sqrt{n \log_2 n}), l \rightarrow \infty$ . Для каждого подблока длины  $l$  исправление содержащегося в нем дефекта кратности  $r \leq l$  осуществляется аддитивным асимптотически оптимальным кодом  $G(l, r)$  с избыточностью

$$r(l, \tau) = \tau + O_1(l). \quad (2)$$

Показано, что в этом случае исправление дефекта кратности  $t$  в блоке длины  $n$  требует

$$r(n, t) = t + O_2(n), O_2(n) \leq nO_1(l)/l + n \log_2 l/l(1 - \alpha - \beta) \quad (3)$$

проверочных символов, где константа  $0 < \beta < 1 - \alpha$  может быть выбрана сколько угодно малой при  $l = o(\sqrt{n \log_2 n})$ . Таким образом, для построения асимптотически оптимального кода длины  $n$  с избыточностью (2) достаточно построить ансамбль асимптотически оптимальных кодов  $\{G(l, \tau), \tau = \overline{1, l}\}$  длины  $l$ . Сложность  $K(n)$  кодирования и  $D(n)$  декодирования блока длины  $n$  оцениваются как:

$$K(n) \leq n(K(l)/l + D(l)/l + 1 - \alpha), D(n) \leq 2n(D(l)/l + 1 - \alpha). \quad (4)$$

В качестве  $G(l, \tau)$  может быть использован нелинейный код или линейный код.

Перейдем к описанию процедуры кодирования. Разобьем множество позиций  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  на подблоки  $N_1 = \{1, \dots, l\}, \dots, N_i = \{(i-1)l + 1, \dots, il\}, N_m = \{n - l + 1, \dots, n\}$  длины  $l = o(n)$ . Здесь и далее без ограничения общности считается, что  $m = n/l$  есть целое число. Пусть блок  $N_i$  содержит  $t_i$  дефектных позиций,  $0 \leq t_i \leq l, l = \overline{1, m}$ , причем согласно (I)

$$\sum_{i=0}^m t_i = t = \alpha n, 0 < \alpha < 1.$$

В блоке  $N$  выделим два вспомогательных подблока  $M$  и  $P$ , в каждом из которых доля дефектных символов не превосходит  $\alpha$ . Блок  $M$  имеет длину  $L = n \log_2 l/l(1 - \alpha - \beta) = o(n)$ , где константа  $0 < \beta < 1 - \alpha$  выбирается так, чтобы  $L$  было кратно  $l$ . Нетрудно видеть, что при  $l \rightarrow \infty$  такая константа  $\beta$  может быть выбрана, если  $l = O(\sqrt{n \log_2 n})$ , а при  $l = o(\sqrt{n \log_2 n})$  константа  $\beta$  может быть выбрана сколь угодно малой. Блок  $P$  имеет длину  $l$ .

Вначале выделяется блок  $M=M(j)=\{(j-1)L+1, jL\}$ , где параметр  $j, 1 \leq j \leq l(1-\alpha-\beta)/\log_2 l$ , выбирается таким образом, чтобы блок  $M$  содержал  $m \leq \alpha L$  дефектных позиций. Оставшийся подблок  $N-M$  имеет длину  $n-L \sim n$  и содержит  $t$  или менее дефектных позиций. Поэтому для некоторого номера  $f$  найдется подблок  $N_f < N-M$ , содержащий  $\varphi = [lt/(n-L)] \sim \alpha l$  или менее дефектных позиций. Далее блоки  $M$  и  $P = N_f$  считаются заданными для известного дефекта  $S$ . Множество  $N-M \setminus P$  содержит  $m' = M \left(1 - \frac{\log_2 l}{l(1-\alpha-\beta)}\right) - 1$  подблоков  $N_i$ , причем множество номеров подблоков  $\varphi = \{1, 2, \dots, m'\} \setminus \{(j-1)L/l, \dots, jL/l\} \setminus \{f\}$  однозначно задается номерами  $j$  и  $f$  подблоков  $M$  и  $P$ .

Каждый блок  $N_i, i \in \varphi$  используется для передачи  $k_i = l - r(l, t_i)$  очередных символов сообщения  $A$ , которые кодируются кодом  $G(l, t_i)$ , позволяющим исправлять все  $t_i$  дефектных символов блока  $N_i$ . Число

$$K = \sum_{i \in \varphi} k_i$$

всех передаваемых символов сообщения  $A$  согласно (2), удовлетворяет оценке (3):

$$K = \sum_{i \in \varphi} (l - t_i - o_1(l)) \geq m'l - t - m'c_1(l) \sim n - t - no_1(l)/l - \frac{n \log_2 l}{l(1-\alpha-\beta)}$$

и является асимптотически оптимальным. Однако, для декодирования каждого подблока  $N_i, i \in \varphi$ , кодом  $G(l, t_i)$  декодеру необходимо передать множество чисел  $T = \{t_i/i \in \varphi\}$  и номера  $f, j$  вспомогательных подблоков.

### Литература

[1] Katona G. The Hamming Sphere has minimum boundary. - Studia Sci. Math. Hungaria, V.40, 2011, p. 131-140

**Смирнов Владислав Сергеевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: smr18@ya.ru

**Чухраева Анастасия Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.В. Назаров, И.Е. Малышев, А.К. Горбунов

## АСИМПТОТИЧЕСКИ ТОЧНАЯ НИЖНЯЯ ГРАНИЦА ДЛЯ СПЕКТРА СМЕЖНЫХ КЛАССОВ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается задача оценки числа кодовых слов в произвольном шаре в пространстве Хэмминга и оценивается доля кодов, для которых эта оценка справедлива.

Пусть  $F_2^n$  – пространство Хэмминга двоичных последовательностей длины  $n$  с метрикой  $d(\cdot, \cdot)$ ;  $G \in F_2^n$  – линейный код:

$B_n(x, t) = \sum_{z \in F_2^n, d(z, x) \leq t}$  – шар радиуса  $R$  с центром в точке  $x$ .

Решается задача построения асимптотически точной границы для величины  $L_{nxt} = \max_{G \in F_2^n} \min_{x \in G} |G \cap B_n(x, t)|$ .

Доказывается  $|G| \geq 2^k$

Теорема. Пусть  $\alpha_G(r, y) = |B(r, y) \cap G|$ ;  $R = k/n$  для доли линейных кодов более чем  $1 - \exp(-n \cdot 0(n))$ ,  $0(n) \rightarrow \infty$  справедлива оценка

$$k/n \leq 1 - H(r/n) + \log_2 \alpha_{G_n}/n + 0(1) \quad (1)$$

Неравенство (1) выполняется одновременно для всех  $y \in F_2^n$ .

Для доказательства теоремы рассмотрим следующую лемму:

Лемма. Для доли линейных кодов более, чем  $1 - \exp(-n \cdot 0(n))$ ,  $0(n) \rightarrow \infty$  справедлива оценка сверху на число кодовых слов  $\Omega$  в произвольном шаре  $B(r, y) \in F_2^n$

$$\Omega = |G \cap B(r, y)| \leq 2^{0(n)} |G| V_{r0} \cdot 2^{-n} \quad (2)$$

Зададим ансамбль линейных кодов с помощью порождающих матриц размера  $k \times n$ , элементы в которых выбираются независимо с равномерным распределением. Пусть также на ансамбле заданы случайные величины  $\tilde{\Omega} = |B(r, y) \cap G|$ . Справедлива оценка

$$E\tilde{\Omega}^m \leq (E\tilde{\Omega})^m (1 + 0(1)), m = 0(n) \quad (3)$$

Отсюда, учитывая, что  $E\tilde{\Omega} \cong |G| V_r 2^{-n}$  можно получить оценку (2).

Далее используется равенство

$$\sum_{y \in F_2^n} |B(r, y) \cap G| = |G| |B(r, y)|$$

которое выполняется для произвольного множества  $G$ , и оценку (2) получается оценку на число различных шаров, в которых величина

$$\begin{aligned} \Omega &\geq 2^{-0_1(n)} |G| V_r \cdot 2^{-n}, 0_1(n) \rightarrow \infty \\ |Z_0| &\geq 2^n (1 - 2^{-0_1(n)}) \cdot 2^{-0(n)} \end{aligned} \quad (4)$$

Пусть  $Z_0^L$  обозначает  $L$  – окрестность  $Z_0$ ,  $Z_0^L = \sum_{d(z, Z_0) \leq L} z$ . Можно показать, что  $y \in Z_0^L$ . При заданном  $y \in Z_0^L$  для некоторого  $z \in Z_0$  справедливо неравенство

$$|B(y, p + L) \cap G| \geq |B(z, p) \cap G| \quad (5)$$

Поскольку асимптотически минимальной  $L$  – границей при заданной мощности множества  $Z_0 \in F_2^n$  обладает шар  $B(y, r)$ ;  $r = \operatorname{argmin}\{|B(y, r)| \geq Z_0\}$  справедлива оценка

$$|Z_0^L| \cdot 2^{-n} = \Phi \left[ \Phi^{-1}(|Z_0| \cdot 2^{-n}) + \frac{(L-1)\operatorname{const}}{\sqrt{n}} \right], \quad (6)$$

где  $\Phi(\cdot)$  – функция нормального распределения  $N(0,1)$ .

Используя (2), (4), (5), (6), можно показать, что справедлива оценка

$$|y: |B(y, r + L)| \geq 2^{-0_1(n)} |G| V_r \cdot 2^{-n}| \geq 2^n (1 - o(1)). \quad (7)$$

В дальнейшем для каждого кода  $G$ , для которого выполняется оценка (7) строится ансамбль линейных кодов добавлением в порождающую матрицу кода  $G \approx \log_2 n$  векторов, которые выбираются независимо и с равной вероятностью. Доказывается, что при сделанных предложениях выполняется неравенство

$$P(|Z_0^L| > 0) < 2^{-n \log_2 n + o(n)} \quad (8)$$

Из оценки (8) и (4) получается утверждение теоремы.

### Литература

[1] *Harper L.* Optimal numbering and isoperimetric problems on graphs. // j. of Comb. Th.1, 2016 p.385-394.

**Назаров Александр Васильевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: awwrq@yandex.ru

**Мальшев Илья Евгеньевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

В.И. Кодубенко, А.А. Юдаева, А.Д. Мизина, А.К. Горбунов

## ВЕРХНИЕ ГРАНИЦЫ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБКИ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ КАНАЛОВ БЕЗ ПАМЯТИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Верхние границы вероятности ошибки для блочной передачи дискретных сообщений по симметричному дискретному каналу без памяти с двоичным входом при наличии полной обратной связи обобщаются на случай  $K$ -ичного симметричного канала без памяти и произвольного дискретного канала без памяти с двоичным входом.

1.  $K$ -ичным симметричным каналом называется канал связи с переходной матрицей

$$p_{ij} = \begin{cases} q, & \text{если } i = j \\ p, & \text{если } i \neq j \end{cases}$$

где  $i, j = \overline{1, K}$ ,  $p < q$ ,  $q + (K-1)p = 1$ .

Блочная передача с обратной связью для случая двоичного симметричного канала без памяти ( $K=2$ ) изучалась. Здесь исследуется случай  $K \geq 3$ . Обозначим через  $R > 0$  скорость передачи, а через  $C$  - пропускную способность.

Теорема 1. Для вероятности ошибки  $\rho_{ош}$  при блочной передаче длины  $\tau$  дискретных сообщений с полной обратной связью по  $K$ -ичному симметричному каналу без памяти справедлива следующая асимптотическая ( $\tau \rightarrow \infty$ ) верхняя оценка

$$\rho_{ош} \leq \exp\{-\tau F(R)\}(1 + o(1)), \quad (1)$$

где при всех  $R$ ,  $0 < R < C$ , величина  $F(R)$  есть положительная выпуклая вниз функция скорости передачи  $R$ . Для всех  $R$ ,  $R_{cz} \leq R < C$ , где число  $R_{cz}$  - критическая скорость передачи без обратной связи, функция  $F(R)$  совпадает с экспонентой границы сферической упаковки, т.е. оптимальна, а при  $R \rightarrow 0$

$$F(0) \stackrel{\Delta}{=} \lim_{R \rightarrow 0} F(R) = -\ln \left\{ \frac{2K-1}{K} \cdot q \left( \frac{p}{q} \right)^{\frac{K-1}{2K-1}} + \frac{(K-1)^2}{K} p \right\}. \quad (2)$$

Можно показать, что

$$F(0) > E(0) = -\frac{(K-1)}{K} \ln \left\{ 2\sqrt{pq} + (K-2)p \right\}, \quad (3)$$

где  $E(0)$ , определяемое (3), представляет собой экспоненту оптимальной вероятности ошибки при передаче без обратной связи с нулевой скоростью.

Из формулы (2) вытекает следующее:

Теорема 2. Для  $K$ -ичного симметричного канала в случае нулевой скорости передачи, отношение  $f$  максимально возможного числа исправляемых ошибок к длине блока  $\tau$  при наличии полной обратной связи ограничено снизу величиной

$$f \geq \frac{K-1}{2K-1} (1 + o(1)), \tau \rightarrow \infty.$$

Отметим, что для  $K=2$  показано, что при  $\tau \rightarrow \infty$  величина  $f = \frac{1}{3} (1 + o(1))$ , а при отсутствии обратной связи для  $f$  согласно формуле (3) имеем асимптотическое равенство

$$f = \frac{K-1}{2K} (1 + o(1)).$$

Для формулировки теоремы о верхней границе вероятности ошибки в случае произвольного дискретного канала без памяти с двоичным входом и переходной матрицей  $P_{kn}$ ,  $k = \overline{1,2}$ ,  $n = \overline{1,N}$ , введем некоторые обозначения. Пусть  $R$  - скорость передачи,  $C$  - пропускная способность, а число  $R_{cz}$  - критическая скорость при отсутствии обратной связи. Определим функцию  $\mu(\lambda) = \max\{\mu_1(\lambda); \mu_2(\lambda)\}$ , где  $\mu_1(\lambda) = \sum_{n=1}^N P_{1R}^{1-\lambda} P_{2R}^{\lambda}$ , а  $\mu_2(\lambda) = \sum_{n=1}^N P_{2R}^{1-\lambda} P_{1R}^{\lambda}$ ,  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Обозначим через  $q_1$  и  $q_2$ ,  $q_1 + q_2 = 1$ , значения параметра  $\lambda$ , минимизирующие соответственно функции  $\mu_2(\lambda)$  и  $\mu_1(\lambda)$ ,

т.е.  $\mu_1(q_2) = \mu_2(q_1) = \min_{0 \leq \lambda \leq 1} \mu_1(\lambda) = \min_{0 \leq \lambda \leq 1} \mu_2(\lambda) = \sum_{n=1}^N P_{1R}^{q_1} P_{2R}^{q_2}$ . Положим  $= \max\{q_1; q_2\}$ .

Теорема 3. Для вероятности ошибки при блоковой передаче со скоростью  $R$  при наличии обратной связи по дискретному каналу без памяти с двоичным входом справедлива верхняя оценка вида (1) из теоремы 1, где  $F(R)$  - выпуклая вниз функция скорости передачи  $R$ ,  $0 \leq R < C$ . Для всех  $R$ ,  $R_{cz}^{fb} \leq R < C$ , где число  $R_{cz}^{fb} < R_{cz}$ , функция  $F(R)$  совпадает с экспонен-

той границы сферической упаковки, а при  $R \rightarrow 0$

$$F(0) \stackrel{\Delta}{=} \lim_{R \rightarrow 0} F(R) = -\ln \mu \left( \frac{1}{1+q} \right).$$

Заметим, что всегда

$$F(0) > E(0) = -\frac{1}{2} \ln \sum_{n=1}^N \sqrt{P_{1R} P_{2R}}, \quad (4)$$

где  $E(0)$  из (4) есть экспонента оптимальной вероятности ошибки при блоковой передаче с нулевой скоростью без обратной связи.

Укажем для примера, что в случае взаимно обратимых каналов с двоичным входом, число  $q = q_1 = q_2 = \frac{1}{2}$ , а следовательно  $F(0) = -\ln \mu \left( \frac{2}{3} \right)$ .

### Список литературы

[1] *E.R. Berlekamp*. Block coding with noiseless feedback. MIT Ph.D. Thesis, 2014.

**Кодубенко Виктория Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vkodubienko@yandex.ru

**Юдаева Анастасия Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anast.yudaeva@yandex.ru

**Мизина Анастасия Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: shackighammi@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

И.Н. Радченко, И.И. Китаев

## ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТОВ ПАРАМЕТРОВ АВТОЭЛЕКТРОННОЙ ЭМИССИИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Понимание процессов, происходящих при полевой или автоэлектронной эмиссии (АЭЭ) электронов в сильных электрических полях, невозможно без рассмотрения ряда смежных вопросов: статистики электронного газа в кристаллах, потенциального барьера на границе «твердое тело – вакуум» и квантового явления туннельного эффекта. Кроме того, важно иметь ясное представление об энергетическом спектре электронов в твердых телах, определяемом статистическими законами.

Квантовомеханические расчеты, проделанные для металлов [1], показывают, что поляризационные силы вне металла сводятся к классическим

$$\left( F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4x^2} \right).$$

силам «зеркального изображения», введенными Шоттки

Во внешнем электрическом поле  $E_{внеш}$  происходит снижение работы вы-

$$\Delta(e\varphi)_1 = 2eE_{внеш} \sqrt{\frac{e}{16\pi\epsilon_0 E_{внеш}}} = e \sqrt{\frac{eE_{внеш}}{4\pi\epsilon_0}}.$$

хода

При наличии у поверхности тела достаточно сильного электрического поля  $E > E_{внеш.крит}$  потенциальный «порог» на границе «твердое тело – вакуум» превращается в узкий и низкий потенциальный барьер, и невозбужденные дополнительной энергией (как, например, при термо- или фотоэмиссии) электроны могут выходить из металла. Поскольку вблизи уровня электрохимического потенциала у металлов плотность квантовых состоя-

ний  $\left( \frac{dn(E)}{dE} \right)$  максимальна, количество электронов, способных беспрепятственно выходить в вакуум, достаточно велико. Коэффициент прозрачности потенциального барьера на границе твердого тела:

$$D = \exp \left[ -2 \sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h^2}} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{e - \left( -\frac{e^2}{4x} - E_{внеш} \right)} dx \right] = \exp[-2 Q_0].$$

Для вычисления  $D = \exp[-2Q_0\theta(y)]$  была введена табулированная в [2] функция Нордгейма  $\theta(y)$ , позволяющая определить плотность эмиссионного тока  $j$ , используя функцию распределения Ферми:

$$j = e \int_0^{\infty} n(E_x) D(E_x, E) dE .$$

Для обычных температур ( $T \approx 0$ ):

$$j = \frac{4\pi m e}{h^3} \int_0^{\infty} D(E_x, E) E dE , \quad E = \frac{mv_x^2}{2} - e\varphi_0$$

После подстановки и интегрирования выражение для плотности эмиссионного тока имеет вид:

$$j \approx \frac{e^3 E_{внеш}^2}{8\pi h \varphi} \exp \left[ -\frac{4}{3} \sqrt{\frac{8\pi^2 m}{h^2}} \frac{\varphi^{3/2}}{e E_{внеш}} \theta \left( \sqrt{\frac{e^3 E_{внеш}}{4\pi \epsilon_0}} \frac{1}{\varphi} \right) \right].$$

$$\lg \frac{j}{E_{внеш}^2} = f \left( \frac{1}{E_{внеш}} \right)$$

Как видно из последнего выражения, зависимость представляет собой практически прямую линию. Если использовать значения работы выхода в электрон-вольтах ( $\varphi$ ), а величины  $E_{внеш}$  в единицах  $B/cm$ , то удобно применять следующую формулу Долана [3] для плотности эмиссионного тока:

$$j = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{E_{внеш}^2}{\varphi} \exp \left[ -\frac{6,85 \cdot 10^7 \varphi^{3/2}}{E_{внеш}} \theta \left( \frac{3,62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E_{внеш}}}{\varphi} \right) \right].$$

В работе с помощью программы MatLab 2015b была проведена визуализация расчетов по формуле Долана зависимости

для двух вариантов:  $\log_{10} \left( \frac{j}{E^2} \right)$  для различных напряженностей внешнего электрического поля  $E_{внеш}$  и  $\log_{10} \left( \frac{j}{E^2} \right) = function(\varphi)$  для различных значений работы выхода электрона  $\varphi$ .

Для построения графиков по каждому из вариантов были созданы программы на языке MatLab с введением символьных переменных, соответствующих изменяемому параметру в каждом конкретном случае. В программе рассчитывалась матрица значений для построения кривых, *уMatrix*; а сами кривые были построены при помощи автоматически сгенерированной функции *createfigure2*.

Особенностью примененного метода является возможность оценки ошибок, связанных с использованием известных формул для АЭЭ, а также указание областей их применимости для оценки полученных результатов.

### Список литературы

[1] *Егоров Н.В., Шешин Е.П.* Автоэлектронная эмиссия. Принципы и приборы. –М.: Интеллект, 2011. – 704 с.

[2] *Fowler R.H., Nordheim L.W.* //Proc. Roy. Soc. – 1928. Vol. 119, №781A, –Р. 173–181.

[3] *Dolan W.W.* //Phys. Rev. –1953. Vol. 91, №3, –Р. 510–514.

**Радченко Ирина Николаевна** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: rin-kf@yandex.ru

**Китаев Иван Игоревич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vnkitayev@gmail.com

Д.Д. Величко, А.К. Горбунов

## ВЫБОР КОДОВ ДЛЯ ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОК В СИСТЕМАХ С РЕШАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Исследуются системы с решающей обратной связью в каналах с переменным параметром. Находятся верхние и нижние границы для вероятностей необнаруживаемых ошибок при использовании групповых кодов в таких каналах и даются рекомендации по выбору кодов.

Системы с решающей обратной связью в дискретных каналах допускают весьма простую техническую реализацию и позволяют получить скорость передачи близкую к пропускной способности в каналах с переменным параметром (КПП). По определению, это  $q$ -ичные каналы с аддитивным шумом, в которых вероятность ошибочного приема  $i$ -го элемента  $0 \leq P(\mu_i) \leq \frac{q-1}{q}$  определяются значениями стационарного случайного процесса  $\mu_i$ ,  $i=1,2,\dots$ . Такая модель хорошо описывает радиоканалы с ионосферным отражением или тропосферным рассеянием радиоволн.

Пропускная способность таких каналов ограничена сверху величиной  $\bar{C} = \int [\log q + P(\mu) \log P(\mu) + (1 - P(\mu)) \log(1 - P(\mu))] w(\mu) d\mu$ , где  $w(\mu)$  – одномерное распределение параметра  $\mu$ . Вероятность безошибочного приема кодового блока длины  $n$  в КПП имеет вид  $P_{\text{бо}}(n) = \int \dots \int \prod_{i=1}^n (1 - P(\mu_i)) w(\mu_1, \dots, \mu_n) d\mu_1 \dots d\mu_n$ , где  $w(\mu_1, \dots, \mu_n)$  – многомерное распределение параметра  $\mu$ . Во многих практически важных случаях величина  $\bar{C}$  близка к пропускной способности  $q$ -ичного симметричного канала без памяти, имеющего вероятность ошибки  $P = \int P(\mu) w(\mu) d\mu$ , а  $P_{\text{бо}}(n)$ , наоборот, оказывается значительно больше вероятности  $(1 - P)^n$  – безошибочного приема блока в таком канале без памяти.

Показано, что для любого  $q$ -ичного канала с памятью и адаптивным шумом всегда существует систематический  $(n, K)$  код, который обеспечивает вероятность необнаруживаемой ошибки

$$P_{\text{но}} \leq \frac{1}{q^{n-K}} \quad (1)$$

Важнейшей задачей является, однако, нахождение универсальных кодов, обеспечивающих требуемую величину  $P_{\text{но}}$  для любых КПП. Если случайный параметр  $\mu_i$  изменяется столь медленно, что его можно считать постоянным на длине кодового блока, то задача сводится к построению кодов, обеспечивающих требуемое значение  $P_{\text{но}}$  для каналов без памяти с любыми вероятностями ошибок  $P$ . В этом случае для групповых кодов

$$P_{\text{HO}} = \sum_{i=1}^n N_i \left( \frac{P}{q-1} \right)^i (1-P)^{n-i} \quad (2)$$

$N_i$  – число кодовых слов веса  $i$ .

При обрыве канала, т.е. когда  $P = \frac{q-1}{q}$ , получаем  $P_{\text{HO}} = \frac{1}{q^{n-K}}$ . Однако, в отличие от кодов с исправлением ошибок, для кодов с обнаружением отсутствия, в общем случае, свойство монотонного убывания  $P_{\text{HO}}$  как функции  $P$  [2].

Найдена нижняя граница для  $N_i$  двоичного кода с заданным  $d_{\text{мин}} = 2t + 1$  и с её помощью границы для  $P_{\text{HO}}$

$$P_{\text{HO}} \leq \sum_{i=2t+1}^n \frac{C_n^{i-t}}{C_i^t} P^i (1-P)^{n-i} \leq \frac{P^t (1-P)^{-t}}{C_{2t+1}^t} \quad (3)$$

Модификация оценок (3) получена:

$$P_{\text{HO}} \leq \frac{1}{C_{n+t}^t} \left[ 2^t - 2^{-n+1} \sum_{i=0}^{t-1} C_{n+t}^i - 2^{-n} \sum_{i=t}^{2t} C_{n+t}^i \right] < \frac{2^t}{C_{n+t}^t} \quad (4)$$

В последнее время появилось много работ, посвященных проблеме нахождения спектров  $\{N_i\}_{i=1}^n$  различных групповых кодов. Однако, в общем эта проблема еще далека от своего окончательного решения и кроме того, как видно из (2), она не полностью адекватна выбору кодов с минимальным значением  $P_{\text{HO}}$ . Более правильна, на наш взгляд, постановка задачи о нахождении классов кодов, допускающих удобную оценку максимума  $P_{\text{HO}}$  по всем  $P$ .

Доказывается, что для  $q$ -ичных укороченных  $(n, K)$  кодов Рида-Соломона, при условии, что  $n \leq q - 1$ , справедлива оценка

$$P_{\text{HO}} \leq \frac{\ell}{q^{n-K}} \quad (5)$$

(Например код (15,20) при  $q = 16$  обеспечивает для любых состояний канала  $P_{\text{HO}} \leq 2,7 \cdot 10^{-6}$ ).

В двоичном случае удобными для обнаружения ошибок оказываются каскадные коды с использованием в качестве внешнего кода – кода Рида-Соломона и обнаружением ошибок внутренним и внешним кодами. Для таких кодов получены оценки

$$P_{\text{HO}} \leq \frac{1}{q^{n_2-K_2}} \sum_{j=d_2}^{n_2} C_{n_2}^j q^j p^{d_1 j} (1-p)^{n_1 n_2 - d_1 j} \quad (6)$$

$$P_{\text{HO}} \leq \frac{q-1}{q^{n_2-K_2}} \sum_{j=d_2}^{n_2} C_{n_2}^j q^{j-1} (p(1-p))^{\frac{n_1 2^{K_1-1} \cdot j}{2^{K_1-1}}} (1-p)^{n_1(n_2-j)} \left( 1 - \frac{j-1}{q} \right) \quad (7)$$

где  $(n_1, K_1)$  – параметры внутреннего кода,  $d_1$  – минимальное расстояние внутреннего кода;  $(n_2, K_2)$  – параметры внешнего кода,  $d_2$  – его минимальное расстояние,  $q = 2^{K_1}$ .

Предположим теперь, что переменный параметр можно считать постоянным только на  $n_1 \ll n$  последовательных элементах. Тогда построим каскадный код с внутренним двоичным кодом  $(n_1, K_1)$  и внешним  $q =$

$2^{K_1}$  –ичным кодом Рида-Соломона. Пусть первичным кодом обнаруживаются ошибки и подблоки с обнаруженными ошибками стираются. Если число стертых подблоков больше  $n_2 - K_2 - 1$ , то переспрашивается весь блок, а в противном случае производится исправление стираний кодом Рида-Соломона. Доказывается, что для такого кода и алгоритма декодирования справедлива оценка

$$P_{\text{но}} \leq n_2 \left( \frac{d_1}{n_1} \right)^{d_1} \left( 1 - \frac{d_1}{n_1} \right)^{n_1 - d_1} \quad (8)$$

В общем случае задача о построении универсального кода для любого КПП остается открытой, но представляется, что справедливо следующее утверждение: если некоторый  $(n, K)$  код обеспечивает  $P_{\text{но}} \leq P_{\text{доп.}}$  для любого  $0 \leq P \leq \frac{q-1}{q}$  в канале без памяти, то он обеспечит  $P_{\text{но}} \leq P_{\text{доп.}}$  и для любого стационарного КПП.

### Литература

[1] Форни Д. Каскадные коды -М.: Мир, 1970.

**Величко Денис Дмитриевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: denvel.kaluga@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.К. Горбунов, К.А. Хатамова

## **ВЫБОР СТРУКТУРЫ СЕТИ АВТОМАТОВ ПО УСРЕДНЕННОЙ ЭНТРОПИИ ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Рассматриваются конечные автоматы в случайной среде. Предлагается алгебраический метод для реализации этих автоматов абстрактной сетью автоматов.*

Решение многих практических задач по построению дискретных вычислительных и управляющих систем в настоящее время встречает ряд трудностей, связанных в первую очередь с увеличением масштабов систем и сложностью выполняемых ими функций, а также с усложнением функциональных возможностей элементарных базовых дискретных устройств. Одним из путей, позволяющих преодолеть возникшие трудности, является разбиение сложной дискретной системы на совокупность из более простых подсистем, т. е. представленные системы в виде сети взаимосвязанных подсистем. Процесс разбиения в большинстве случаев является неоднозначным, вследствие чего возникает задача выбора среди множества возможных сетей одной, в некотором смысле лучшей сети. В предлагаемом докладе применяется информационный критерий выбора сети, сводящийся к определению усредненной энтропии внутренних состояний конечно автомата. В качестве математической аппаратуры используется алгебраический метод декомпозиции конечных автоматов.

Пусть задана детерминированная дискретная вычислительная (или управляющая) система с памятью. При обработке стохастических последовательностей сигналы во входных, следовательно, и в выходных каналах системы, имеют случайный характер. Алгоритм функционирования такой системы может быть задан моделью детерминированного конечного автомата, погруженного в случайную среду. Характер случайной среды описывается распределением вероятностей появления слов на входе автомата. В стационарном режиме вычислений для рассматриваемого автомата вырабатывается некоторое распределение вероятностей нахождения автомата во внутренних состояниях, зависящих от характера среды и функции перехода автомата. Зная это распределение, можно по формуле Шеннона вычислить значение усредненной энтропии внутренних состояний автомата, получив тем самым оценку для характеристики экономичности «использования» внутренних состояний автомата. Чем больше энтропия, тем более равномерно распределение вероятностей внутренних состояний. Не трудно видеть, что такое положение ведёт к более рациональному использованию

аппаратных средств и повышению надёжности дискретной системы, описываемой этим конечным автоматом.

Предположим, что заданная дискретная системы описывается конечным автоматом  $A = (X, S, Y, \delta, \lambda)$ , где  $X, S, Y$  – соответственно входной, внутренний и выходной алгоритмы,  $\delta$  – функция переходов и  $\lambda$  – функция выходов. (Если через  $X^*$  обозначить множество всех слов на алфавите  $X$ , то характер среды описывается распределением вероятностей  $\rho(\alpha)$  слов в множестве  $X, \alpha \in X^*$ ). Приведен метод реализации автомата абстрактной сетью автоматов  $N$ , представляющей из себя совокупность взаимосвязанных автоматов. Внутренняя структура сети  $N$  задается графом, вершины которого соответствуют автоматам сети, а дуги – связаны между автоматами. Основой для построения сети  $N$  является решетка  $\Lambda$  разбиений с подстановочным свойством (СП-разбиений) на множестве внутренних состояний автомата  $A$ . СП-разбиение представляет собой разбиение, сохраняющее отношение конгруэнтности относительно функции переходов  $\delta$ . В соответствии с теоремой декомпозиции граф сети  $N$  изоморфен базисному графу решетки  $\Lambda$ . Различные возможные структуры сети  $N$  задаются множеством различных подрешёток полной решётки СП-разбиений. Тем самым структура сети  $N$  может быть определена заранее, до построения самой сети. Критерием выбора той или иной структуры сети автоматов принимается энтропия внутренних состояний автоматов, входящих в сеть.

В докладе приводится конструктивный способ построения абстрактной сети автоматов на основе выбранной решётки СП-разбиений и описывается алгоритм выбора полной решётки СП-разбиений подрешётки, приводящей к сети с наименьшими энтропиями внутренних состояний автоматов.

#### **Литература:**

[1] J. Hartmanis, R.E. Stearns, Algebraic Structure Theory of Sequential Machines, Prentice Hall Inc. Englewood Cliffs, N.Y., 2014.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Хатамова Камила Алишеровна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kamillacher2014@gmail.com

М.Л. Прокофьев, А.К. Горбунов

## ВЫДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА НА ФОНЕ СЛУЧАЙНОЙ СОВОКУПНОСТИ ЛОЖНЫХ СИГНАЛОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Пусть  $\lambda(t)$  – однородный марковский процесс с переходной плотностью вероятности  $P_\tau(\lambda/\lambda')$  ( $\lambda, \lambda' \in \Omega$ ) и пусть имеется измерительное устройство, позволяющее получать информацию об этом процессе. Будем полагать, что наблюдения производятся в дискретные моменты времени с интервалом  $\tau$  и результаты каждого наблюдения представляются в виде совокупности случайного числа сигналов со случайными параметрами. Если  $\lambda \in \Omega$  – текущее значение наблюдаемого процесса  $\lambda(t)$ , то при однократном наблюдении на выходе измерительного устройства с вероятностью  $D(\lambda)$  может появиться «полезный» сигнал, наблюдаемый параметр которого  $y \in S$  имеет плотность распределения  $f(y/\lambda)$ ; с вероятностью  $1-D(\lambda)$  полезный сигнал может не появиться (произойдет «пропуск»). Помимо полезного сигнала и независимо от него при каждом наблюдении могут появляться ложные сигналы. Совокупности ложных сигналов, получаемые в различные моменты времени наблюдения, будем считать независимыми реализациями пуассоновского потока с интенсивностью  $\gamma(y)$ .

При сделанных предположениях условная плотность вероятности получения при единичном наблюдении  $l$  сигналов с параметрами  $y_1, \dots, y_l$  ( $y_i \in S$ ) имеет вид:

$$P(y_1, \dots, y_l; \frac{S}{\lambda}) = \exp\left(-\int_S \gamma(y) dy\right) \prod_{i=1}^l \gamma(y_i) \left[1 - D(\lambda) + \sum_{i=1}^l \frac{D(\lambda)f\left(\frac{y_i}{\lambda}\right)}{\gamma(y_i)}\right] \quad (1)$$

(здесь  $\lambda$  – текущее значение ненаблюдаемого процесса  $\lambda(t)$ ).

Задача состоит в том, чтобы по результатам последовательных наблюдений формировать оптимальные оценки параметров наблюдаемого процесса  $\lambda(t)$ . Оптимальные оценки формируются, исходя из конкретного вида функции потерь и апостериорной плотности распределения значений параметра  $\lambda$ . Апостериорная плотность распределения параметра  $\lambda$  после  $n$  наблюдений формируется по следующему рекуррентному правилу:

$$\tilde{w}_n(\lambda) = \frac{w_n(\lambda) \Lambda(\lambda; y_1^n, \dots, y_{l(n)}^n)}{1 - \pi_n + \int_\Omega w_n(\lambda') \Lambda(\lambda'; y_1^n, \dots, y_{l(n)}^n) d\lambda'}, n = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где  $\pi_n = \int_\Omega w_n(\lambda) d\lambda$ ,

$$w_n(\lambda) = \int_\Omega \tilde{w}_{n-1}(\lambda') P_\tau\left(\frac{\lambda}{\lambda'}\right) d\lambda', n = 2, 3, \dots, \quad (3)$$

где  $w_1(\lambda)$  – априорная плотность,

$$\Lambda(\lambda; y_1, \dots, y_l) = 1 - D(\lambda) + \sum_{i=1}^l \frac{D(\lambda)f\left(\frac{y_i}{\lambda}\right)}{\gamma(y_i)}.$$

Априорная плотность  $w_1(\lambda)$ , как правило, гладкая функция. Если плотность распределения ошибок единичных измерений  $f(y/\lambda)$  и переходная плотность  $P_\tau(\lambda/\lambda')$  имеют гауссовский вид, то апостериорная плотность  $\tilde{w}_n(\lambda)$  будет иметь вид суперпозиции большого числа гауссовских пиков,

причем, число этих пиков будет быстро возрастать с ростом  $n$ . Каждый из таких пиков соответствует одной из всевозможных последовательностей из сигналов и пропусков, соответствующих различным моментам наблюдения. Множество таких последовательностей имеет древовидную структуру. Любая оптимальная процедура оценивания требует обработки ветвей этого «дерева» и поэтому оказывается чрезмерно сложной. В связи с этим возникает необходимость синтеза простых в реализации квазиоптимальных процедур.

Выясняется, что эта задача имеет сходство с задачей декодирования древовидных кодов и к ней можно применить идеи последовательного декодирования.

Вместо плотности  $\tilde{w}_n(\lambda)$  будем рассматривать функцию  $\tilde{l}_n(\lambda) = \tilde{w}_n(\lambda)/(1 - \int_{\Omega} \tilde{w}_n(\lambda) d\lambda)$ . Логарифмы объемов («веса») пиков этой функции образуются независимо друг от друга по правилу, имеющему при  $n > 1$  асимптотический вид:

$$\rho_n = \rho_{n-1} + \begin{cases} \ln \frac{D(\lambda_n^*) f\left(\frac{y_i^{(n)}}{\lambda_n^*}\right)}{\gamma(y_i^{(n)})} \\ \ln(1 - D(\lambda_n^*)) \end{cases}$$

При включении в обрабатываемую ветвь на  $n$ -шаге сигнала  $y_i^{(n)}$ ;

При пропуске сигнала.

Здесь  $\lambda_n^*$  - координата максимума обрабатываемого пика функции  $l_n(\lambda) = w_n(\lambda)/(1 - \int_{\Omega} w_n(\lambda) d\lambda)$ .

При этом оказывается возможным использовать аналоги алгоритмов последовательного декодирования, описанных в [2]. Анализ эффективности этих алгоритмов показывает, что при  $\gamma(y) \geq \gamma_0$ , где

$$\ln \gamma_0 = \frac{1-D(\lambda)}{D(\lambda)} \ln(1 - D(\lambda)) + \int_S f\left(\frac{y}{\lambda}\right) \ln D(\lambda) f\left(\frac{y}{\lambda}\right) dy, \quad (4)$$

надежное выделение сигналов с переменными параметрами на фоне потока ложных сигналов становится невозможным, а при

$$\gamma(y) \geq \gamma_1 = \frac{(1 - \sqrt{1 - D(\lambda)})^2}{D(\lambda) \left( \int_{\Omega} \sqrt{f\left(\frac{y}{\lambda}\right)} dy \right)^2} \quad (5)$$

происходит скачкообразное возрастание среднего быстродействия вычислительных средств, требуемых для их реализации.

### Список литературы

[1] Дж. Мак-Вильямс, Дж. Слоэн *Теория кодов, исправляющих ошибки*. М.: Связь, 1993

**Прокофьев Михаил Львович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: mp.prokofyev@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

В.И. Кодубенко, А.А. Юдаева, И.А. Лукошков, А.Д. Мизина,  
А.К. Горбунов

## ГРАНИЦЫ СКОРОСТИ ДЛЯ КОДОВ С ДИЗЬЮНКТИВНЫМ РАССТОЯНИЕМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

1. Определения и обозначения. Пусть  $1 \leq s < t$ ,  $1 \leq D < N$ -целые числа,  $[N]$ - множество целых чисел от 1 до  $N$ ,  $\Omega_j \subset [N]$ ,  $j = \overline{1, t}$ , - подмножества  $[N]$ , такие что число элементов  $|\Omega_j| > D$ .

Определение 1. Семейство подмножеств  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_t$  называется  $(s, N, D)$ -семейством, если для любого набора номеров  $m_1, m_2, \dots, m_s, m_{s+1}, m_i \neq m_j$ ,  $m_i \in [t]: |\Omega_{m_{s+1}} \setminus \bigcup_{k=1}^s \Omega_{m_k}| > D$ .

Подмножество  $\Omega_j$  идентифицируется двоичным столбцом  $\underline{x}(j) = (x_1(j), x_2(j), \dots, x_N(j))$ , где

$$x_i(j) = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in \Omega_j, \\ 0, & \text{если } i \notin \Omega_j. \end{cases}$$

Поэтому семейство  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_t$  можно рассматривать как  $(N \times t)$ -матрицу (ход)  $X = \|x_i(j)\|$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $j = \overline{1, t}$ , которая состоит из столбцов (кодовых слов)  $\underline{x}(1), \underline{x}(2), \dots, \underline{x}(t)$ .

Определение 2. Матрица  $X$ , соответствующая  $(s, N, D)$ -семейству, называется кодом силы  $s$ , длины  $N$ , объема  $t$  с дизьюнктивным расстоянием  $D$ .

Пусть  $t(s, N, D)$ -максимально возможное число слов КДР. Введем параметр  $d$ ,  $0 < d < 1$ . Символом  $[a]$  будем обозначать как большее целое  $\leq a$ . Определим для фиксированных  $s = 1, 2, \dots$  и  $d$ .  $0 < d < 1$ , скорость КДР

$$R(s, d) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\log t(s, N, [Nd])}{N},$$

где здесь и ниже используем логарифмы по основанию 2. Цель данной работы-получить верхние и нижние границы  $R(s, d)$ .

2. Верхняя граница. Пусть

$$h(\alpha) = -\alpha \log \alpha - (1 - \alpha) \log(1 - \alpha)$$

-двоичная энтропия. Положим

$$q_s = s^s / (s+1)^{s+1}, s = 1, 2, \dots$$

Теорема 1. Скорость КДР

$$R(s, d) \leq U_s(d), s = 1, 2, \dots,$$

где при  $d \geq q_s$  значение  $U_s(d) = 0$ , а при  $0 < d < q_s$  последовательность  $U_s = U_s(d) > 0$  и задается рекуррентным образом:

а) если  $s = 1$ , то

$$U_1 = U_1(d) = \begin{cases} h\left(\frac{1}{2}\left[1 - \sqrt{8d(1-2d)}\right]\right), & 0 < d < q_1 = 1/4, \\ 0, & d \geq 1/4 \end{cases}$$

б) если  $s \geq 2$ , то

$$U_s = U_s(d) = \min\left\{1 - d/q_s, U_1(d)/s, \hat{U}_s(d)\right\},$$

где величина  $\hat{U}_s = \hat{U}_s(d)$  есть единственное решение уравнения

$$\hat{U}_s = \max_* \left\{ h\left(\frac{v}{s}\right) - (v+d)h\left(\frac{v}{(v+d)s}\right) \right\},$$

в правой части которого максимум берется по всем  $v$ , удовлетворяющим условию

$$0 \leq v \leq 1 - \frac{\hat{U}_s}{U_{s-1}} - d. (*)$$

Теорема 1 есть обобщение рекуррентной верхней границы, полученной авторами для скорости КДР с  $D = 1$ . На первом шаге (при  $s = 1$ ) рекуррентной оценки применяется граница работы [6] для скорости двоичного кода, исправляющего  $D = [Nd]$  ошибок. Кроме того, при доказательстве теоремы 1 используется идея вывода известной в теории кодирования границы Плоткина.

Приведем более простую асимптотическую формулу для  $U_s(d)$ ,

$$U_s(d) = \frac{(2-ds)\log s}{s^2} (1 + o(1)).$$

Отметим, что для любого фиксированного  $s \geq 2$  при  $d \rightarrow q_s - 0$  величина  $U_s(d) = 1 - d/q_s$ .

### Список литературы

[1] *Kauts W.H., Singleton R.C.* Nonrandom binary superimposed codes.- IEEE TransInform.Theory, V60 N4 2014 p.363-377.

**Кодубенко Виктория Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vkodubienko@yandex.ru

**Юдаева Анастасия Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anast.yudaeva@yandex.ru

**Лукошков Иван Анатольевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Мизина Анастасия Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: shackighammi@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

М.В. Меркулов, Г.Э. Амеличев, А.К. Горбунов

## ДЕКОДИРОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ ПРИ РАЗНЕСЕННОМ ПРИЕМЕ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Разнесенный прием сообщений, закодированных избыточным кодом, широко используется на практике для повышения надежности радиосвязи. В большинстве случаев, при совместной обработке кодовых комбинаций  $U_i, i = 1, 2, \dots, m$ , принятых по различным ветвям разнесения, используется подоптимальный “мажоритарный алгоритм” согласно которому сначала принимаются мажоритарные решения по каждому символу кодового блока, а затем производится исправление ошибок заданным кодом. Аналитически для двоичных кодов это соответствует декодированию той кодовой

комбинации  $V(x) = \{V_i(x)\}_{i=1}^n$ , которая максимизирует форму.

$$\Lambda(U, V(x)) = \sum_{i=1}^n V_i(x) \text{sign} \sum_{j=1}^m U_{ij}, x \in X = \{x : |x_i| = 1, i = \overline{1, nR}\} \quad (1)$$

где  $U_{ij}$  - значение  $i$ -го символа, принятого в  $j$ -ой ветви,  $X$ -вектор сообщения размерности  $nR$ ,  $n$ -длина кода  $V$ ,  $R$ -скорость кода,

$$V_i(x) = \prod_{j=1}^{nR} x_j^{g_{ij}}, i = \overline{1, n}; g_{ij} \in GF \quad (2)$$

(2) - элемент порождающей код  $V$  матрицы  $G = \{g_{ij}\}$ . (Предполагается, что предварительно все нулевые символы комбинаций  $U$  заменены на  $+1$ , а единичные на  $-1$ ).

При оптимальном декодировании кода  $V$ , полученного из кода  $V$  путем  $m$ -кратного повторения одной и той же комбинации, передаваемой по различным ветвям разнесения, необходимо максимизировать форму

$$\Lambda(U, V(x)) = \sum_{i=1}^n V_i(x) \sum_{j=1}^m U_{ij}, \quad (2)$$

Границы для вероятности ошибочного декодирования ( $P_{ог}$ ) при использовании алгоритмов (1) и (2) в ДСК с вероятностью ошибки символа  $p$  имеют следующий вид

$$P_{ог(1)} \leq \sum_{s=1}^n N_s \sum_{i=\frac{s}{2}}^s C_s^i p_o^i (1-p_o)^{s-i} \quad (3)$$

где

$$p_o = \sum_{i=\frac{m+1}{2}}^m C_m^i p^i (1-p)^{m-i}, \quad (4)$$

$$P_{og(2)} \leq \sum_{s=d}^n N_s \sum_{i=\frac{s}{2}}^s C_s^i p_o^i (1-p)^{s-i} \quad (5)$$

где  $d = md, n = n * m$ ,  $N_s = \begin{cases} 0, \text{если } s \perp m \\ N_{\frac{s}{m}}, \text{если } s \square m \end{cases}$ ,  $d$  - минимальное кодовое

расстояние используемого кода  $V$ ,  $N_s, s=d, \dots, n$ -спектр весов кода  $V$ .

Если вместо оптимального декодирования по минимальному Хэмминговому расстоянию выполнить исправление ошибок гарантированной кратности как после мажоритарного сложения для кода  $V$ , так и для кода

$V$  с минимальным расстоянием  $d$ , то получим соответственно границы

$$P_{og}(V) \leq \sum_{s=\frac{d}{2}+1}^n C_n^s p_o^s (1-p_o)^{n-s}, \quad (7)$$

$$P_{og}(V) \leq \sum_{s=\frac{d}{2}+1}^n C_n^s p^s (1-p)^{n-s}, \quad (8)$$

В таблице 1 приведены результаты расчета  $P_{og}$ , полученные для кода Голея (23,12) и заданных параметров  $m$  и  $p$ .

Расчет по формуле	m=3		m=5		m=7	
	p=0.1	p=0.05	p=0.1	p=0.05	p=0.1	p=0.05
(3)	$5.8 \cdot 10^{-3}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$3.9 \cdot 10^{-5}$	$1.4 \cdot 10^{-8}$	$3.8 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-11}$
(5)	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$1.3 \cdot 10^{-7}$	$1 \cdot 10^{-7}$	$9.4 \cdot 10^{-13}$	$7 \cdot 10^{-11}$	$7.2 \cdot 10^{-18}$
(7)	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$2.2 \cdot 10^{-5}$	$3.4 \cdot 10^{-5}$	$1.4 \cdot 10^{-8}$	$3.6 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-11}$
(8)	$8 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-4}$	$3.7 \cdot 10^{-2}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-2}$	$5.1 \cdot 10^{-7}$

### Литература

[1] Форни Д. Каскадные коды М. "Мир", 1995

**Меркулов Максим Владимирович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: merkulov1995@inbox.ru

**Амеличев Глеб Эдуардович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.Д. Ливинская, А.К. Горбунов

## ЕМКОСТЬ ПАМЯТИ С ОДНОНАПРАВЛЕННОЙ ЗАПИСЬЮ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

**Введение.** Существуют такие физические носители информации, на которые записывать только нули или только единицы можно быстрее, чем комбинации нулей и единиц одновременно. К примерам таких носителей относят некоторые типы реверсивных сред. При этом для реализации этой возможности повышения скорости записи при записи каждого нового слова направление изменения состояния двоичных запоминающих элементов (из состояния 0 в состояние 1 или наоборот) остается постоянным. Другими словами, в одном цикле записи не разрешается одни запоминающие элементы переводить из состояния 0, т.е. запись в каждом цикле должна быть однонаправленной. Память с циклом записи такого типа называется ниже памятью с однонаправленной записью (ЗУОЗ). ЗУОЗ изучались в предположении, что в них не возникают сбои и отказы.

Как уже указывалось выше, в каждом цикле ЗУОЗ можно рассматривать как канал с обобщенными дефектами. Непосредственно следует, что в ЗУОЗ с  $n$  двоичными ЗЭ в каждом цикле можно записать и в дальнейшем безошибочно считать при отсутствии случайных ошибок  $n \log_2((1 + \sqrt{5})/2) \approx 0,694n$  бит (при больших  $n$ ). При этом число обращений к ЗУОЗ может быть сколь угодно большим. Этот интересный результат получен.

**ЗУОЗ со случайными ошибками.** Пусть  $n$  – число двоичных ЗЭ в одном слове ЗУ, и  $E^n$ ,  $A^n$  и  $B^n$  – множества последовательностей длины  $n$  с компонентами 0 и 1, 0 и  $\square$ , 1 и  $\square$ , соответственно. Мы будем предполагать, что перед  $i$ -ым циклом записи кодер знает предыдущее состояние слова ЗУ  $s_{i-1} \in E^n$  и кодирует сообщение  $w_i \in \{1, 2, \dots, M\}$  в кодовое слово  $x_i = f(s_{i-1}, w_i)$ , где  $f$  – это кодирующая функция следующего вида

$$f_i(s_{i-1}, w_i): E^n \times \{1, 2, \dots, M\} \rightarrow \begin{cases} A^n, & \text{если } i \text{ нечётно,} \\ B^n, & \text{если } i \text{ чётно.} \end{cases} \quad (1)$$

Кодовое слово  $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$  (с компонентами  $\square$  при нечетном  $i$ , или с компонентами  $\square$  при чётном  $i$ ) помещается в ЗУ по заданному адресу в  $i$ -ом цикле записи. Состояние  $s_i = (s_{i1}, \dots, s_{in}) \in E^n$   $n$ -разрядной ячейки ЗУ, в которую записано слово  $x_i$ , определяется следующим соотношением

$$s_{ij} = \begin{cases} 0 & x_{ij} = 0 \\ s_{i-1,j} & x_{ij} = \square \\ 1 & x_{ij} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

Символ  $\square$  кодового слова обозначает ЗЭ, состояние которых не изменяется при записи этого слова.

Для простоты предположим, что состояние  $s_i$  не подвержено влиянию случайных сбоев и известно в следующем цикле записи.

Случайные ошибки возникают в цикле считывания, так что на вход декодера поступает слово  $y_i = s_i \oplus e_i$ , где  $e_i \in E^n$  – вектор случайных ошибок, а  $\oplus$  – знак покомпонентного по модулю 2 сложения двоичных слов. Так как при декодировании старое состояние  $s_{i-1}$  не известно, то  $i$ -я декодирующая функция  $g_i$  имеет следующий вид

$$g_i(y_i): E^n \rightarrow \{1, 2, \dots, M\}, \quad (3)$$

$i = 1, 2, \dots$ ; положим  $\hat{w} = g_i(y_i)$ .

Говорят, что скорость (относительная ёмкость)  $R = (\log M)/n$  достижима в ЗУОЗ с  $t$  ошибками на входе декодера, если

$$\hat{w} = g_i(s_i \oplus e_i) = w_i \quad (4)$$

для всех  $w_i \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $e_i \in E^n$  веса  $w(e_i) \leq t$  и  $i = 1, 2, \dots$  (вес  $w$  слов  $x$  – это число ненулевых компонент  $x$ ).

Одной из интереснейших задач является нахождение максимальной достижимой скорости  $R(n, t)$  для различных значений  $n$  и  $t$ . Это трудная задача и точный ответ в настоящее время известен только для  $t=0$  и больших  $n$ . Для  $t>0$  ниже будет получена нижняя граница для  $R(n, t)$ . В частном случае, когда  $t=0$ , эта граница даёт известный результат  $R(n, 0) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \log_2((1 + \sqrt{5})/2) \approx 0,694$ . Для вывода нижней границы используется понятие канала с обобщёнными дефектами и случайными ошибками.

**Канал с обобщёнными дефектами.** Пусть  $S$  – некоторое конечно множество элементов  $s$ , которые мы будем называть состояниями детерминированного канала с входным алфавитом  $X$  и выходным алфавитом  $E^n$ . Для каждого  $s \in S$  имеется множество  $Y_s \subset E^n$  последовательностей (слов), которые могут быть получены на выходе канала, т. е. если канал находится в состоянии  $s$ , то для любого слова  $y \in Y_s$  существует входной символ  $x \in X$ , который переходит на выходе канала в слово  $y$  (для  $y \notin Y_s$  существование такого  $x$  не гарантируется).

Предположим, что кодер знает состояние  $s$ , а следовательно, и множество возможных выходных последовательностей  $Y_s$ , а декодер этой информацией не располагает. Это означает, что кодирование  $F$  и декодирование  $G$  имеют следующий вид

$$F(w, s): \{1, 2, \dots, M\} \times S \rightarrow x \quad (5)$$

и

$$G(z): E^n \rightarrow \{1, 2, \dots, M\}, \quad (6)$$

где  $M$  – число сообщений, подлежащих передаче по каналу. На вход декодера поступает слово  $z = F'(w, s) \oplus e$ , где  $e \in E^n$  – это вектор случайных ошибок.

Говорят, что скорость  $R = (\log M)/n$  достижима в канале с обобщёнными дефектами и  $t$  случайными ошибками, если существуют такие кодирование  $F$  и декодирование  $G$ , что

$$\hat{w} \stackrel{\Delta}{=} G(F'(w, s) \oplus e) = w \quad (7)$$

для всех  $w \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $s \in S$  и  $e \in E^n$  с  $w(e) \leq t$ .

Пусть  $R(s, t)$  – это максимальная достижимая скорость для канала с множеством состояний  $s$  и  $t$  случайными ошибками.

Пусть

$$T(S, p) = n^{-1} \log(\min |Y_S(pn)|), \quad s \in S, \quad (8)$$

где

$$Y_S(r) = \cup E(y, r), \quad y \in Y_S \quad (9)$$

и  $E(y, r)$  – это сфера Хэмминга радиуса  $r$  с центром в точке  $y$ .

**Теорема I.** Для произвольного детерминированного канала с множеством состояний  $S$  мощности  $|S| \leq \exp\{n \cdot \log n\}$  и достаточно больших  $n$

$$\begin{aligned} R(S, t) &\geq \max[T(S, p) - H(p + 2\tau)] \\ 0 &\leq p \leq (1 - 4\tau)/2, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\tau = t/n$ ,  $H(\alpha) = -\alpha \log \alpha - (1 - \alpha) \log(1 - \alpha)$ .

**Кодирование для ЗУОЗ.** Пусть  $a$  – целочисленный параметр, значение которого будет выбрано позже ( $0 \leq a \leq n/2$ ). Кодирование мы будем проводить таким образом, чтобы выполнялось следующее условие:

$$\begin{aligned} w(s_i) &< a = a \text{ для нечётных } i, \\ w(s_i) &= n - a \text{ для чётных } i, \\ i &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

При этом для каждого состояния  $s_{i-1}$  имеется  $C_{n-2a}^{n-a}$  различных возможностей перейти из состояния  $s_{i-1}$  в состояние  $s_i$ , изменяя единицы на нули при нечётных  $i$ , и нули на единицы при чётных  $i$ . Обозначим через  $Y(s_{i-1})$  множество всех состояний  $s_i$ , которые могут быть получены таким образом из состояний  $s_{i-1}$ .

В каждом цикле записи мы можем рассматривать данную нам  $n$  – разрядную ячейку ЗУ как канал с обобщёнными дефектами, описанный в предыдущем разделе. При этом старое состояние  $s_{i-1}$  и соответствующее ему множество  $Y(s_{i-1})$  следует рассматривать как состояние  $s$  и множе-

ство возможных выходных последовательностей  $Y(s)$  канала с обобщенными дефектами. Множество  $S$  всех состояний  $s_{i-1}$  включает ровно  $C_n^a$  элементов и, следовательно,  $|S| \leq 2^n$  для любого  $a$ , т.е. условие вышеприведенной теоремы выполняются.

Таким образом, теорема I даёт нижнюю границу для относительной ёмкости  $R = (\log M)/n$  памяти с  $t$  ошибками на входе декодера, но для того чтобы выписать эту границу в простом виде необходимо оценить выражение  $Y_{s_{i-1}}(r)$ , определяемое (9), где  $r$  – это целочисленный параметр. Нетрудно проверить, что при  $r \leq a$

$$\left| Y_{s_{i-1}}(r) \right| = \sum_{k=0}^r C_a^k \sum_{j=-(r-k)}^{r-k} C_{n-a}^{n-2a+j} \quad (11)$$

Заметим, что правая часть (11) не зависит ни от  $s_i$ , ни от  $i$ . Если  $n \rightarrow \infty$ ,  $\alpha = a/n = \text{const}$  и  $p = r/n = \text{const}$ , то при  $a \leq n/3$ ,  $2p \leq 1 - 3\alpha$ ,  $p \leq \alpha^2 / (1 - \alpha)$  из (10) и (11) можно получить следующее неравенство

$$T(S, p) \geq \alpha H(p/\alpha) + (1 - \alpha) H(\alpha/(1 - \alpha)) + 0(n), \quad (12)$$

где  $0(n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ , и энтропия  $H(\cdot)$  была определена выше. Используя правую часть (12) вместо  $T(S, p)$  в (10) мы получаем следующую нижнюю границу для  $R(n, t)$ .

**Теорема 2.** При больших  $n$

$$\begin{aligned} R(n, t) &\geq \max\left[(1 - \alpha) H\left(\frac{\alpha}{1 - \alpha}\right) + \alpha H\left(\frac{p}{\alpha}\right) - H(2\tau + p)\right] + 0(n) \\ 0 &\leq p \leq (1 - 4\tau)/2, \\ 0 &\leq p \leq \min((1 - 3\alpha), \alpha^2 / (1 - \alpha)), \\ 0 &\leq \alpha \leq 1/3, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\tau = t/n$  и  $0(n) \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

### Литература

[1] Borden J.M., Coding for Write-Unidirectional Memories, preprint, submitted to the IEEE Trans.on Information Theory.

**Ливинская Алина Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: livinskaya.lina@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.О. Кулюкина, И.В. Лаковщиков, О.П. Петросян

## **ИЗМЕРИТЕЛЬ ОСТАТОЧНОГО ХЛОРА НА ОСНОВЕ АМПЕРОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы, проведенные ФСП «КРАВТ» позволили разработать и внедрить в производство систему автоматического регулирования расхода газообразного хлора в процессе хлорирования питьевых, промышленных и сточных вод (сокращенно САР-РХ), учитывающую состояние оборудования на объектах, требования ФСТН РФ (федеральная служба по технологическому надзору), мировые тенденции совершенствования аппаратуры хлорирования воды и потребности рынка. Модификации САР-РХ обеспечивают измерение и регулирование остаточного хлора в воде. Анализатор содержания хлора в воде (АСХВ) - это устройство с датчиком, обеспечивающим непрерывный контроль остаточного хлора в воде на основе амперометрического метода, и преобразователем электрического сигнала датчика в управляющий сигнал, что позволяет перейти от ручного дозирования хлора к автоматическому. Выпускаемый фирмой ФСП «КРАВТ» анализатор содержания хлора в воде (АСХВ), является прибором, работающим на основе амперометрического метода, и предназначен для непрерывной работы. Выбранный метод обуславливается тем, что только он позволяет измерять количество остаточного хлора непрерывно. Для этого необходимо использовать датчик, способный определять концентрацию свободного хлора и диоксида хлора. Амперометрический метод основан на том, что при различных значениях свободного хлора в анализируемой воде значение тока в измерительной цепи будет меняться. Была составлена измерительная таблица, в которой указаны значения тока в зависимости от количества свободного хлора. На ее основе осуществляется регулирование расхода газообразного хлора в процессе хлорирования воды.

При конструировании АСХВ использовались такие понятия как САР, АР и ЭМДВ. Система автоматического регулирования (САР) состоит из взаимодействующих между собой частей: объекта управления и регулятора. Автоматические регуляторы (АР) представляют собой большую группу автоматических управляющих устройств, которые вырабатывают регулирующее воздействие в САР, если регулируемая величина отклонится от заданного значения. В системе автоматического регулирования расхода хлора (САР-РХ) функции регулятора выполняет анализатор содержания хлора в воде (АСХВ) и электромеханический дозирующий вентиль (ЭМДВ). Электромеханический дозирующий вентиль ЭМДВ, контролируется автоматически или вручную, создан для точной дозировки хлора (газообразно-

го) в воде. Общее количество хлора в воде определяется составляющими элементарного хлора  $\text{Cl}_2$ , хлорноватистой кислоты  $\text{HOCl}$  и иона  $\text{ClO}$  и объединённого хлора. Активный хлор способен разрушать бактерии, вирусы и окислять органические вещества. Термин объединённый хлор означает аммиачное соединение хлора  $\text{NH}_3$  или иона  $\text{NH}_4^+$ ). Дезинфекция хлорноватистой кислотой происходит в результате диссипации хлорноватистой кислоты на хлорноватистый ион и ион водорода. Этот процесс зависит от значения рН воды. Выпускаемая модель АСХВ имеет встроенный PI регулятор, который допускает прямое подключение с электромеханическим вентилем ЭМДВ выпускаемым фирмой «КРАВТ» и обеспечивает контроль и подачу хлора в количестве необходимым для поддержания заданной уставки свободного хлора. Это один из наиболее универсальных регуляторов. Его отличие от П-регулятора заключается в наличии интегральной составляющей. Благодаря интегрирующему звену в ПИ-регуляторе регламентируемый параметр принципиально должен быть равным значению, выставленному на задающем устройстве. Малейшее его отклонение вверх или вниз, накапливаясь в интегрирующем звене, снова возвращают его к заданному значению. Точность поддержания регулируемой величины на заданном уровне в правильно настроенном ПИ-регуляторе оказывается на порядок лучше чем в обычных П-регуляторах. Его недостатком является необходимость настраивать не один, а два параметра - постоянную времени интегратора и коэффициент усиления контура регулирования.

### Список используемой литературы

[1] С. Черкасов. «Размышляя о насосах»//«Энергослужба предприятия», 2004, №3(9).

[2] А.Б. Кожевников. Сжатие данных при автоматизации процессов водоподготовки // Материалы IV международной научно-практической конференции «Технологии очистки воды», г. Калуга, 2008г.

[3] А.Б. Кожевников, О.П. Петросян. Эффективная идентификация технологических объектов водоподготовки // Материалы IV международной научно-практической «Технологии очистки воды», г. Калуга, 2008г.

**Кулюкина Анастасия Ованесовна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_mgtu\_fiz@mail.ru

**Лаковщиков Иван Витальевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: lakovshikov@gmail.com

**Петросян Ованес Петрович** – канд. физ.-мат. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_mgtu\_fiz@mail.ru

В.С. Смирнов, А.И. Чухраева, А.К. Горбунов

## **ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОДОВ, ЛОКАЛИЗУЮЩИХ ОШИБКИ, ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ЭВМ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Предлагается каскадный метод обнаружения и локализации неисправных блоков ЭВМ, использующий коды с локализацией ошибок.

Рассмотрим задачу “компактного” тестирования сложной системы дискретного времени (супер-ЭВМ). Каждый такт входы системы устанавливаются в состояния, задаваемые очередным фрагментом тестовой последовательности, а состояния контролируемых выходов сравниваются с эталоном для диагностики отказов элементов.

Компактным мы будем называть такое тестирование, когда относительная избыточность, определяемая как отношение среднего объема (в битах) эталона на один такт к числу контрольных выходов, меньше 1. Количество эталонов равно числу тестируемых тактов работы супер-ЭВМ.

Исходные положения:

- супер-ЭВМ состоит из модулей, отказы которых возникают независимо;
- вероятность одновременного отказа более  $t$  модулей пренебрежима;
- отказ любого элемента в модуле может вызвать цепочку отказов других элементов этого модуля в последующие такты тестирования (размножение отказов во времени);
- каждый отказ проявляется в неправильных (неэталонных) состояниях некоторых выходов, совокупность которых будем называть образом отказа;
- моменты возникновения отказа (цепочки отказов) и появление его образа могут не совпадать;
- из-за логических связей образы фиксированного отказа меняются в последующие такты тестирования (размножение образов отказа);
- задана классификация образов отказов каждого модуля, согласованная с диагностикой отказов элементов по их образам;
- точность локализации образов на контрольных выходах задана указанием максимального числа модулей с отказами и классов образов, при которых гарантируется определение всех выходов с состояниями, отличающимися от эталонных (или групп таких выходов).

Простыми примерами классификации образов являются: классификация по весу – числу выходов с неправильными состояниями (метрика Хэмминга); по минимальному числу пачек заданной длины  $v$ , покрывающих все “неправильные” выходы (пакетная метрика).

Обычно методами сигнатурного (тоже компактного) тестирования решается задача обнаружения хотя бы одного неправильного выхода. Для более точной локализации этого выхода требуется проведение других до-

полнительных тестов. Особенностью тестирования супер-ЭВМ является одновременное тестирование большого числа сложных модулей с очень большим количеством контрольных выходов. Обычная методика тестирования в случае супер-ЭВМ требует много дополнительных тестов.

Ниже предлагается вариант оптимизации структуры проверок (эталонов), избыточности и сложности локализации “неправильных” выходов, использующих с незначительной модификацией каскадную конструкцию и свойства кодов для локализации ошибок.

Рассмотрим конструкцию кода:

1. Состояние контрольных выходов всех модулей запишем в  $(m \times k)$  – матрицу  $M$  так, что  $i$ -я строка содержит выходы только  $i$ -го модуля,  $i=1, m$ , а число столбцов  $k$  равно максимальному числу выходов среди  $m$  модулей (лишние заполняются нулями).
2. Обозначим через  $U$  проверочную  $(k \times r)$  - матрицу “внутреннего” двоичного кода для строк  $M$  (рассматриваемых как информационные символы) и определим  $(m \times r)$ -матрицу проверок  $P$ , так что  $i$ -ая строка  $P$  содержит  $r$  проверок для  $i$ -ой строки  $M$ .

$$P = M * U \quad (1)$$

3. Введем  $q$ -ное представление  $P_q$  матрицы  $P$ . Для этого  $r$  двоичных символов каждой строки  $P$  разобьем на  $z$  блоков длины  $l$ ,  $Z \leq Z * l$ , каждый  $l$ -блок будем считать одним  $q$ -ным символом при  $q=2^l$  и введем номера от 1 до  $Z$   $q$ - символ в строке  $P$ ,  $q \geq m+h$ .
4. Обозначим через  $V$  проверочную  $(m \times h)$ - матрицу  $q$ -го внешнего кода Рида-Соломона (РС) для столбцов матрицы  $P_q$  и определим  $(h \times z)$ - матрицу проверок  $Q$  так, что  $i$ -ый  $q$ -ный столбец  $Q$  содержит проверки для  $i$ -го столбца матрицы  $P_q$ .

$$Q = V^T * P_q$$

(Т-транспонирование).

5. Сигнатурой отказа (синдромом кода для локализации ошибок) называем  $(h \times z)$  -матрицу

$$S = Q - C,$$

где  $C$ -( $h \times z$ ) - матрица эталонных  $q$ -ных проверок для данного такта тестирования; матрица  $S$  однозначно определяется образом отказа.

### Литература

[1] Кларк Дж., Кейн Дж. Кодирование с исправление ошибок в системах цифровой связи. “Радио и связь”. М. 1995

**Смирнов Владислав Сергеевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: smr18@ya.ru

**Чухраева Анастасия Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.Д. Мизина, И.А. Смоловик, А.К. Горбунов

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ СОСТАВНОГО ИСТОЧНИКА ДЛЯ СГЛАЖИВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

1. Сглаживание зашумленных изображений представляет собой важную частную задачу восстановления изображений и (или) улучшения их качества.

Возможность сглаживания изображения обусловлена различием статических свойств изображения шума. Следовательно, чтобы разработать сглаживающий алгоритм необходимо располагать описанием этих свойств в явной форме. Такое описание легко получить, если имеются конструктивные модели источников изображений и шумов.

В этой работе вводится локально-анизотропная (но изотропная в среднем) модель составного источника изображений, в которой вероятность фрагмента изображения и, следовательно, его структура зависят от состояния источника, а это состояние управляется некоторым случайным процессом.

2. Одноцветное неподвижное изображение может быть описано как распределение яркости  $u(t)$ , где  $t = (t^1, t^2)$  – координаты точек плоскости изображения. Будем рассматривать далее только дискретизированные изображения с целочисленными координатами, когда  $t^1, t^2 = \dots - 1, 0, 1 \dots$

Ансамбль изображений представляет собой случайное поле.

Пусть  $P(u)$   $n$ -мерная совместная плотность вероятности фрагмента изображения  $u = \{u(t^1), u(t^2), \dots, u(t^n)\}$ , состоящего из  $n$  элементов.

Допустим, что источник изображения может находиться в различных состояниях  $\theta$  ( $\theta = 1, \dots, M$ ). Пусть номер состояния есть случайная величина с известным распределением вероятности  $\mathcal{J}_1(\theta)$  ( $\sum_1^M \mathcal{J}_1(\theta) = 1$ ). Тогда,

$$P(u) = \sum_{\theta=1}^M P_{\theta}(u) \pi(\theta) \quad (1)$$

где  $P_{\theta}(u)$  –  $n$ -мерная плотность вероятности фрагмента при заданном состоянии источника.

Выражение (1) есть разложение плотности  $P(u)$  по системе плотностей  $P_{\theta}(u), \theta = 1, \dots, M$ . Такое представление особенно полезно, когда  $P(u)$  можно хорошо аппроксимировать с помощью небольшого размера гауссовских распределений:

$$P_{\theta}(u) = C_{\theta} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (u, R_{\theta}^{-1} u) \right\}, \theta = 1, \dots, M$$

где  $C_\theta$  – константа нормировки,  $R_\theta^{-1}$  – матрица, обратная ковариационной матрице  $R_\theta$ , соответствующей состоянию источника  $\theta$ .

Различные ковариационные матрицы  $R_\theta$  описывают разную статистическую структуру фрагмента изображения, проявляющуюся в характере корреляционных связей его элементов.

Матрицы  $R_\theta$  (или  $R_\theta^{-1}$ ) и распределение вероятностей  $\mathcal{T}_1(\theta)$  находились в ходе статических измерений набора реальных изображений.

3. Пусть наблюдается изображение с аддитивно наложенным на него независимым от гауссовским шумом, с известной ковариационной матрицей  $N$ . Требуется найти оптимальную (в смысле среднеквадратического отклонения) оценку  $\hat{u}(t)$  элемента изображения  $u(t)$  по  $n$ -элементному фрагменту наблюдаемого изображения:

$$U_t = \{U(t + \tau_0), U(t + \tau_1), \dots, U(t + \tau_{n-1})\},$$

где  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n-1}$  – заданные точки, лежащие в окрестности точки  $\tau_0 = (0,0)$ .

Используя выражение (1) можно найти оценку:

$$\hat{u}(t) = \sum_{\theta=1}^M \pi(\theta | U_t) \hat{u}_\theta(t) \quad (2)$$

Величина  $\hat{u}_\theta(t)$ , есть условная оценка  $u(t)$  при заданном состоянии источника, оценка  $\hat{u}(t)$  есть взвешенная сумма условных оценок  $\hat{u}_\theta(t)$ . Вес каждой условной оценки есть апостериорная вероятность состояния  $\theta$  при данном фрагменте  $U_t$ . Для  $\hat{u}_\theta(t)$  получим известную формулу Винера:

$$\hat{u}_\theta(t) = \sum_{l=1}^n [(E + NR_\theta^{-1})^{-1}]_{1l} U(t_l),$$

где  $E$  – единичная матрица и  $[A]_{1l}$  – обозначает элемент матрицы  $A$ . Апостериорная вероятность состояния:

$$\pi(\theta | U_t) = \frac{\pi(\theta) \exp\{-\frac{1}{2}(U_t, R_\theta^{-1}(E + NR_\theta^{-1})^{-1}U_t)\}}{\sum_{l=1}^n \pi(\theta) \exp\{-\frac{1}{2}(U_t, R_\theta^{-1}(E + NR_\theta^{-1})^{-1}U_t)\}}$$

Алгоритм (2) может быть интерпретирован следующим образом: каждое состояние источника соответствует некоторой структуре фрагмента изображения. Для каждой структуры применяется специфический режим сглаживания, осуществляемый соответствующим линейным фильтром. Если, например, при некотором  $\theta$  матрица  $R_\theta^{-1}$  описывает только горизонтальные корреляционные связи, то и оценка  $\hat{u}_\theta(t)$  должна получаться сглаживанием только в горизонтальном направлении.

Для моделирования зашумленного изображения на оригинал накладывался белый гауссовский шум, генерируемый ЦВМ по методу, использующему БПФ.

Наблюдаемый фрагмент имел 5x5 элементов, причем оцениваемый элемент находился в центре фрагмента. Предполагалось, что источник может находиться в одном из пяти состояний и использовались пять матриц  $R_{\theta}^{-1}$  одна из которых соответствовала «изотропным» корреляционным связям и четыре были анизотропными.

Моделировалось также Винеровское сглаживание изображения.

Сравнение сглаженных изображений показывает, что алгоритм (2) приводит к меньшей нерезкости изображения, чем алгоритм Винера и, следовательно, использованная модель более адекватна структуре изображения, чем гауссовская модель.

### **Литература:**

[1] *Шеннон К. Э.* Математическая теория связи – М. 1995.

**Мизина Анастасия Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: shackighammi@gmail.com

**Смоловик Илья Андреевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: iasmolovik@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

В.И. Кодубенко, А.А. Юдаева, И.А. Лукошков, А.К. Горбунов

## ИСПРАВЛЕНИЕ ПАКЕТОВ ОШИБОК КОДАМИ С МАЛОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ПРОВЕРОК НА ЧЕТНОСТЬ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассмотрим коды, проверочная матрица которых имеет вид:

$$H_l = \begin{bmatrix} I_m & I_m & \dots & I_m \\ I_m & C & \dots & C^{S-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

где  $I_m$  – единичная  $(m \times m)$ – матрица,  $C$  –  $(m \times m)$ – матрица циклической перестановки:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

где  $C^S$  –  $s$ -я степень матрицы  $C$ .

Следующая теорема дает оценку корректирующей пакеты способности этих кодов.

Обозначим через  $r$  – число проверочных символов кода, а через  $v$  – длину исправляемого им пакета.

**Теорема.** Код с проверочной матрицей (1) при  $l \leq m$  и  $m = p$  ( $p$  – простое) имеет при длине  $n = l \cdot m$

$$r = 2p - 1 \quad (3)$$

и

$$v \geq \min_{\gamma \in \{0, \dots, l-1\}} \max\{p - \gamma, \gamma - 1\} \quad (4)$$

Равенство (3) сразу следует из вида матрицы

$$\begin{bmatrix} I_p & I_p \\ I_p & C \end{bmatrix}$$

являющейся подматрицей матрицы  $H_l$ . Действительно, прибавляя к строке с номером  $p + i$  ( $i = \overline{1, p}$ ) строку с номером  $i$  и отбрасывая в полученной матрице  $(p+1)$ –ю строку, получим треугольную  $((2p-1) \times 2p)$ – матрицу. В то же время сумма всех строк матрицы  $H_l$  равна нулю.

Для доказательства второй части теоремы введем некоторые понятия и сформулируем ряд утверждений.

Подматрицы  $h_\gamma$  вида

$$h_\gamma = \begin{bmatrix} I_p \\ C^\gamma \end{bmatrix}$$

будем называть блоками матрицы  $H_l$ ,  $B$ -пачкой будем называть множество позиций, соответствующих пакету ошибок длиной  $v$ .

Каждая  $(p-1)$ -пачка  $B$  содержит позиции не более, чем из двух соседних блоков, например,  $\gamma$ -го и  $\gamma+1$ -го. Заменим в блоках  $h_\gamma$  и  $h_{\gamma+1}$  все столбцы, номера которых не входят в  $B$ , на нулевые и сложим полученные матрицы  $h'$  и  $h'_{\gamma+1}$ . Матрицу

$$Q(B) = (h' + h'_{\gamma+1})^T$$

будем называть ассоциированной с пачкой  $B$ . Для того, чтобы код с проверочной матрицей  $H_l$  не мог исправлять пакеты длины  $(p-1)$ , необходимо и достаточно, чтобы хотя бы для одной пары  $(p-1)$ -пачек  $B_1$  и  $B_2$ , нашлась пара векторов  $\bar{x}_1$  и  $\bar{x}_2$ , длины  $p$  таких, что

$$\bar{x}_1 \cdot Q(B_1) = \bar{x}_2 \cdot Q(B_2) \quad (5)$$

Матрица  $Q(B)$  содержит единственную нулевую строку с номером  $i-1$ , где  $i$ -взятый по модулю  $p$  номер начала пачки  $B$ - относительное начало пачки  $B$ . Удалив эту строку получим  $((p-1) \times 2p)$ -матрицу  $Q'(B)$ . Матрицу  $Q'(B)$ , в свою очередь, можно представить в виде

$$Q'(B) = [Q_1(B), Q_2(B)]$$

где  $Q_1, Q_2 - ((p-1) \times p)$ -подматрицы матрицы  $Q'(B)$ . Тогда условие (5) эквивалентно системе из двух уравнений:

$$\bar{x}_1 \cdot Q_1(B_1) = \bar{x}_2 \cdot Q_1(B_2) \quad (6)$$

$$\bar{x}_1 \cdot Q_2(B_1) = \bar{x}_2 \cdot Q_2(B_2), \quad (7)$$

где  $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ -векторы длины  $(p-1)$ .

**Лемма 1.** Для выполнения условия (6) необходимо и достаточно существования вектора  $\bar{y}$  длины  $p$ , такого что:

$$(\bar{y}/i) \cdot Q_1(B_1) = (\bar{y}/j) \cdot Q_1(B_2), \quad (8)$$

где  $(\bar{y}/s)$ - вектор длины  $(p-1)$ , полученный из вектора  $\bar{y}$  отбрасыванием  $s$ - той позиции, а  $i+1, j+1$ - относительные начала пачек  $B_1$  и  $B_2$  соответственно.

**Лемма 2.** Для любой пачки  $B$  имеет место равенство

$$Q_2(B) = [I_p - 1, \bar{0}] \cdot C^\gamma; \quad (9)$$

где  $I_p - 1 - ((p-1) \times (p-1))$ - единичная матрица,  $\bar{0}$ -нулевой вектор-столбец длины  $(p-1)$ , а  $\gamma$ - целое число, лежащее в пределах от 0 до  $l-1$ .

Из лемм 1,2 и условия (8) следует, что для того, чтобы две пачки длины  $(p-1)$  имели одинаковый синдром, необходимо и достаточно, чтобы нашелся вектор  $\bar{y}$ , удовлетворяющий для некоторого целого  $\gamma$  следующему условию:

$$(\bar{y} / i, 0) = (\bar{y} / j, 0) \cdot C^\gamma, \quad (10)$$

Условие (10) в полиномиальном представлении будет иметь следующий вид:

$$(y(x) / i) = (y(x) / j) \cdot x^\gamma \bmod x^p - 1 \quad (11)$$

где  $(y(x) / i)$ ,  $(y(x) / j)$  - полиномы, коэффициенты которых определяются векторами  $(\bar{y} / i)$ ,  $(\bar{y} / j)$ .

### Список литературы

[1] *Arazi Benjamin*. The Optimal Burst-Error-Correcting Capability of the Codes Generated by  $f(x) = (x^p + 1)(x^q + 1) / x + 1$  // Inform and Control. V.75, 2014, p.303-324.

**Кодубенко Виктория Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vkodubienko@yandex.ru

**Юдаева Анастасия Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anast.yudaeva@yandex.ru

**Лукошков Иван Анатольевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.К. Горбунов, А.А. Лысенко, Т.С. Китаева, А.Л. Лысенко

## К ВОПРОСУ О ВЫВОДЕ ЗАКОНА КУЛОНА ДЛЯ МАГНИТНЫХ ЗАРЯДОВ.

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Рассмотрены теоретические зависимости по исследованию транспортировки момента импульса, которые определяют закон Кулона для магнитных зарядов. Показано что этот закон выводится из феноменологического комплекса энерготехнологических процессов.*

**Ключевые слова:** импульс, момент импульса, энерготехнологические процессы, закон Кулона.

**Введение.** В 1687 г. Исаак Ньютон открыл свой знаменитый закон всемирного тяготения. Формула закона всемирного тяготения показывает зависимость силы  $F$  взаимного притяжения двух тел массой  $M$  и  $m$ , находящихся на расстоянии  $r$  и имеет вид

$$F = G \frac{M \cdot m}{r^2}. \quad (1)$$

здесь  $G$ - гравитационная постоянная

В 1787 Шарль Огюст Кулон открыл закон взаимодействия электрических зарядов  $Q$  и  $q$ , структура формулы которого аналогична формуле закона Ньютона.

$$F = \frac{4\pi \cdot Q_m \cdot q_m}{\mu \cdot \mu_0 \cdot r^2} \quad (2)$$

где  $k_0 = \frac{4\pi}{\mu \cdot \mu_0}$  – коэффициент зависящий от свойств среды.

Ш. Кулон полагал, что наряду с электрическими существуют и магнитные заряды. Сила взаимодействия между магнитными зарядами  $q_m - Q_m$  также подчиняются закону подобному закону взаимодействия электрических зарядов:

$$F = \frac{4\pi \cdot Q_m \cdot q_m}{\mu \cdot \mu_0 \cdot r^2} \quad (3)$$

Уравнение (3) называется законом Кулона для магнитных зарядов.

Принимая во внимание, что основные законы, сформулированные Исааком Ньютоном, следуют из феноменологического безразмерного уравнения энерготехнологических процессов[1], рассмотрим вывод закона Кулона также с этих позиций.

Безразмерный комплекс, который включает основные транспортные и кинетические потоки имеет вид

$$L_k = -\frac{A\Phi\Phi}{A\Phi^2 + T}, \quad (4)$$

здесь  $L_k$  - безразмерный комплекс, отношение действительного потока субстанции к теоретическому (минимальному);  $T$  – безразмерный комплекс, определяющий соотношение транспортных потоков (полного и диффузионного);  $\Phi$  – безразмерный комплекс, определяющий соотношение между кинетическим и диффузионным потоками;  $A$  – безразмерная величина, определяющая соотношение между кинетической зоной (объемом кинетического слоя) и транспортной областью.

Представленным феноменологическим уравнением были теоретически обоснованы известные зависимости [1-8]:

- уравнение кинетики вещества,
- закон всемирного тяготения;
- основной закон динамики Ньютона;
- уравнение для вязких жидкостей Ньютона;
- уравнение теплопроводности Фурье;
- уравнение Гука;
- уравнение диффузии Фика;
- безразмерное число Рейнольдса;

а также неизвестные взаимозависимости, такие как:

- уравнение кинетики случайных событий;
- уравнение кинетики электрического заряда;
- уравнение аналогии энтропии и времени;
- уравнение кинетики магнитного заряда;
- уравнение кинетики импульса;
- уравнение кинетики момента импульса;
- уравнение транспортировки момента импульса;
- уравнение потока вероятности.

Транспортные уравнения связаны с перемещениями вещества, энергии и момента импульса в пространстве, а кинетические зависимости определяются преобразовательными процессами этих субстанций во времени [3-9].

Три формы субстанции вещества, энергии и момента импульса дают физическое многообразие материального мира. Модель материального мира при этом включает различные сочетания потоков вещества, энергии и момента импульса (импульса) [1,4,7,8].

## Литература

[1] Лысенко Л.В., Грбунов А.К., Коржавый А.П., Шаталов В.К., Лысенко А.Л. Некоторые подходы к разработке энергосберегающих технологий, основанных на транспортных формах переноса момента импульса. – Научные технологии, 2013. Т.14. №7. С.20-25.

[2] Лысенко Л.В. Теоретические основы конструкторских оценок энерготехнологических процессов. М.: Энергоатомиздат, 1997. С.66.

[3] Лысенко Л.В., Минаев А.К., Буланов А.В. и др. Кинетика импульса // Кораблестроение и океанотехника. Проблемы и перспективы: Материалы международной конференции. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2001. С. 499 - 501.

[4] Шаталов В.К., Лысенко Л.В. Теория диффузионно-кинетической модели при микродуговом окислении. - Коррозия: материалы, защита, 2006, №10. С. 40-42.

[5] Лысенко Л.В. Проблема кинетики и транспортировки момента импульса в океанотехнике // Направления развития турбостроения на ОАО «Калужский турбинный завод». Сборник статей под общей редакцией канд. техн. наук Ю.А. Максимова. – Калуга: «Манускрипт», 2007. С. 242-246.

[6] Лысенко Л.В., Шаталов В.К., Горбунов А.К., Лысенко А.Л., Овчаренко И.Н. Энерготехнологическая интерпретация основного закона динамики. - Научные технологии. 2014. Т. 15. № 8. С. 55-58.

[7] Лысенко А.Л. Физические процессы, протекающие при сжигании порошка титана в среде азота, и разработка на их основе технологии вакуумирования. –Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук/ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. Калуга 2008.

[8] Бондаренко Г.Г., Бажин А.И., Коржавый А. П., Кристья В.И., Аитов Р.Д. Определение потенциала поверхности диэлектрического слоя на мишени, бомбардируемой ионным пучком. - Журнал технической физики. 1998, Т.68, №9, С. 126-128.

[9] Никифоров Д.К., Коржавый А.П. Физические процессы в эмитирующих наноструктурах металл- оксид металла. - Вестник Калужского университета, 2006, №2, С. 9-17.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Лысенко Андрей Леонидович** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: baldqwest@mail.ru

**Китаева Тамара Сергеевна** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Лысенко Александр Андреевич** – слушатель физ.-мат. школы при КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: baldqwest@mail.ru

А.К. Горбунов, К.А. Хатамова

## **К ВОПРОСУ ОБ АДАПТИВНОМ РАСПОЗНАВАНИИ ОБРАЗОВ НА ОСНОВАНИИ НАБЛЮДЕНИЯ СВЯЗАННЫХ С НИМИ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Найден квазиоптимальный алгоритм распознавания образов при наблюдении некоторых сигналов, с ними связанных. Задача решена для случая, в котором закон распределения сигналов одинаков для всех распознаваемых ситуаций, не зависит от информативных параметров, статистически различных в этих ситуациях, а также от дополнительных параметров известной «обстановки», в которой производится распознавание. Приведен пример применения и анализ качества получающегося алгоритма.*

Распознавание образов (объектов, процессов, ситуаций) всегда происходит на основе наблюдения некоторых физических сигналов-носителей информации об этих «образах».

Законы распределения вероятностей, вообще говоря, случайных наблюдаемых сигналов обычно известны не полностью, а в лучшем случае, с точностью до совокупности параметров «обстановки», в которой происходит распознавание. Оптимальные алгоритмы распознавания совместно с оценкой неизвестной обстановки в случае, когда в разных ситуациях законы распределения сигналов различны, были найдены.

В докладываемой работе синтезируется алгоритм распознавания образов в случае, когда во всех ситуациях закон распределения наблюдаемых сигналов одинаков и зависит как от неизвестных параметров обстановки, так и от некоторых информативных параметров. Последние для различных распознаваемых ситуаций могут и совпадать, но их законы распределения для этих ситуаций различны.

При произвольной функции потерь составлен средний риск, связанный с распознаванием образов. В предположении о малости ошибок оценки информативных параметров и параметров обстановки этот средний риск вычислен приближенно и минимизирован выбором гипотез и распознаваемых ситуаций.

Алгоритм выбора  $s$  – го образа ( $s = 1, 2, \dots, m$ ) имеет при этом вид:

$$\sum_{i=1}^m w_{is} p_i Q_i(x, \lambda^*) \leq \sum_{i=1}^m w_{ij} p_i Q_i(x, \lambda^*)$$

при любых  $j \neq s$ . Здесь  $w_{ij}$  – потери при выборе  $j$  – го образа, тогда как в действительности имеет место  $i$  – ая ситуация;  $p_i$  – априорная вероятность  $i$  – ой ситуации;

$$Q_i(x, \lambda^*) = \begin{cases} p_i(\lambda^*) & \text{при } \lambda^* \in \bigcup_{i=1}^m \Lambda_i \\ \max_{\lambda \in \Lambda_i, \alpha} P(x/\lambda, \alpha) & \text{при } \lambda^* \notin \bigcup_{i=1}^m \Lambda_i \end{cases},$$

$p_i(\lambda)$  - априорная плотность вероятности информативных параметров  $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_k\}$  в  $i$ -ой ситуации;  $\lambda^*(x)$  - оценка максимального правдоподобия вектора  $\lambda$ , полученная совместно с оценкой вектора параметров обстановки  $\alpha = \{\alpha_1, \dots, \alpha_r\}$ , т.е. с помощью решения системы уравнений  $\frac{\partial}{\partial \beta^{(i)}} \ln P(x/\beta) = 0$ , ( $i=1, 2, \dots, k+r$ ), где  $\beta = \{\alpha, \lambda\}$  - составной вектор, а  $P(x/\beta)$  - представляет собой закон распределения вероятностей для наблюдаемых данных (сигнала)  $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ .

Для двувальтернативных задач алгоритм принятия 1-го решения (образ с номером 1) приводится к виду

$$\frac{Q_1(x, \lambda^*)}{Q_2(x, \lambda^*)} \geq \frac{p_2 w_{21} - w_{22}}{p_1 w_{12} - w_{11}}.$$

При выполнении противоположного неравенства принимается второе решение.

Приведенный алгоритм проиллюстрирован примером распознавания сигналов с различающимися законами распределения амплитуд, обладающих случайными фазами, при приеме этих сигналов в шумах. Предполагается, что случайные фазы не несут информации о классе объекта, при наличии которого получен сигнал, шумы являются гауссовскими.

Законы распределения амплитуд представлены в виде

$$p_i(\lambda) = \frac{1}{n_i!} \left( \frac{\lambda^2}{2\sigma_i^2} \right)^{n_i} e^{-\frac{\lambda^2}{\sigma_i^2}}, \quad i=1, 2, \quad 0 \leq \lambda < \infty$$

Выбором параметров  $n_1, n_2, \sigma_1, \sigma_2$  можно обеспечить описание широкого класса распределений вероятности.

Найден вид алгоритма распознавания, соответствующего указанным сигналам и параметрам и рассчитаны вероятности правильного распознавания первой и второй ситуации.

Физически рассмотренная задача может относиться, например, к случаю распознавания объектов одинаковой формы на основании отраженных от них радиолокационных сигналов при различающихся статически отражающих поверхностях объектов.

### Литература:

[1] Э. Берликэмп, Алгебраическая теория кодирования М. Мир, 1991.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Хатамова Камила Алишеровна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kamillacher2014@gmail.com

Ю.В. Ясюкевич, А.К. Горбунов

## КЛАСС ЛИНЕЙНЫХ КОДОВ С МИНИМАЛЬНО ВОЗМОЖНЫМИ ДЛИНАМИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Пусть  $n(k, d)$  – минимально возможная длина двоичного линейного кода размерности  $k$  с кодовым расстоянием в метрике Хэмминга  $d$ . Задача нахождения величины  $n(k, d)$  полностью решена для всех значений  $d$  только при  $k \leq 7$ . Одним из направлений решения названной задачи является нахождение достижимых нижних оценок длины кода и построение соответствующих кодов. В ряде работ исследовались вопросы существования и построения кодов, достигающих границы Варшавова-Грайсмера. Эта граница имеет вид:

$$n(k, d) \geq g(k, d) = \sum_{i=0}^{k-1} \lceil d / 2^i \rceil, \quad (I)$$

где  $\lceil x \rceil$  – наименьшее целое, не меньшее  $x$ . В первую очередь делались попытки уточнения границы (I) для кодовых расстояний, не превосходящих  $2^{k-1}$ . Для больших расстояний ( $d > 2^{k-1}$ ) было показано, что при  $k \leq 8$   $n(k, d) = g(k, d)$  и для некоторых значений  $k > 9$  и  $d > 2^{k-1}$

$$n(k, d) \geq g(k, d) + 1.$$

В настоящем сообщении рассматриваются некоторые условия, налагаемые на  $k$  и  $d$ , при выполнении которых  $n(k, d) = g(k, d) + 1$ , а также строятся соответствующие коды. Отметим, что для значений  $d > 2^{k-1}$  коды построены для всех  $k \geq 9$ .

Для заданной пары  $k$  и  $d$  положим  $\iota = \lceil d / 2^{k-1} \rceil$  и  $\iota \cdot 2^{k-1} - d = \sum_{i=1}^p 2^{u_i-1}$ , где числа  $u_1, u_2, \dots, u_p$  – целые и  $0 < u_1 < u_2 < \dots < u_p < k$ . Очевидно, что числа  $\iota, p, u_1, \dots, u_p$  определяются однозначно. В целях удобства изложения считаем  $d$  четным числом ( $u_1 > 1$ ) и полагаем  $u_0 = 0$ .

Сформулируем основной результат.

Теорема. Если  $k$  и  $d$  таковы, что:

- 1)  $p > \iota$ ;
- 2) в последовательности  $u_{p-\iota+1}, u_{p-\iota}, \dots, u_p$ , а при  $p-\iota > 2$  в  $u_{p-\iota-2}, u_{p-\iota-1}, \dots, u_p$  нет подпоследовательностей более чем из двух соседних (отличающихся на единицу) чисел;
- 3)  $\sum_{i=p-\iota}^p u_i = \iota k + \mu + 1$ ,

где  $\mu = \begin{cases} 1, & \text{если } u_{p-1} + 1 = u_p = k - 1, \\ 0 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$

то  $n(k, d) = g(k, d) + 1$ .

Для значений  $k$  и  $d$ , удовлетворяющих условиям теоремы, не существуют  $(g(k, d), k, d)$  – коды, т.е. для таких  $k$  и  $d$

$$n(k, d) \geq g(k, d) + 1.$$

Рассмотрим построение кодов, для которых достигается равенство в этой оценке. Отметим, что для  $k$  и  $d$ , не имеющих в последовательности  $u_1, u_2, \dots, u_p$  соседних чисел и удовлетворяющих условиям теоремы,  $(g(k, d) + 1, k, d)$ -коды построены.

Пусть  $C_k$  – матрица из столбцов, являющихся всеми ненулевыми двоичными последовательностями длины  $k$ . Эта матрица является порождающей для эквидистантного  $(2^k - 1, k, 2^{k-1})$ -кода. Через  $\ell \cdot C_k$  ( $\ell > 0$ ) обозначим матрицу, столбцы которой – все столбцы  $\ell$  копий матрицы  $C_k$ . Порождающую матрицу любого двоичного линейного кода можно строить, отбрасывая в матрице  $\ell \cdot C_k$  некоторые столбцы. Матрица из отбрасываемых столбцов – порождающая матрица  $(m, k, \delta)$ -антикода, т.е. кода длины  $m$ , размерности  $k$  и, в отличие от кода, с максимальным расстоянием между кодовыми словами, равным  $\delta$ . Согласно границе (I),

$$m \leq h(k, \delta) = \sum_{i=0}^{k-1} [\delta / 2^i].$$

Для значений  $k$  и  $d$ , удовлетворяющих условиям теоремы, для построения  $(g(k, d) + 1, k, d)$ -кода найдем такую порождающую матрицу  $H(h(k, \delta) - 1, k, \delta = \iota \cdot 2^{k-1} - d)$ -антикода, что максимальное число копий одного столбца в ней будет не более чем  $\iota$  раз. Тогда порождающей матрицей  $(g(k, d) + 1, k, d)$ -кода является матрица, полученная отбрасыванием всех столбцов матрицы  $H$  из матрицы  $\iota \cdot C_k$ .

Воспользуемся построением порождающих матриц  $(h(k, \delta), k, \delta)$ -антикодов. Для заданных  $k$  и  $d$ , удовлетворяющих условиям теоремы, построим матрицу  $D(h(k, \delta), k, \delta = \iota \cdot 2^{k-1} - d)$ -антикода в виде:

$$D = (D^{(1)} | D^{(2)} | \dots | D^{(p)}),$$

где для каждого  $i = 1, 2, \dots, p$  блок  $D^{(i)}$  – матрица размера  $k \times (2^{\mu_i} - 1)$ . Если  $k$  и  $d$  таковы, что  $\mu = 0$ , то для каждого  $i = 1, 2, \dots, p$  столбцами блока  $D^{(i)}$  положим векторы из коэффициентов многочленов множества многочленов

$$\{f(x) | f(x) \in (\varphi_i(x)); 0 < \deg f(x) \leq k - 1\},$$

где  $\deg f(x)$  – степень многочлена  $f(x)$ ,  $\varphi_i(x)$  – неприводимый над полем  $GF(2)$  многочлен степени  $k - u_i$ , а  $(\varphi_i(x))$  – множество многочленов от одной переменной с коэффициентами из поля  $GF(2)$ , кратных многочлену  $\varphi_i(x)$ . Если  $\mu = 1$ , то для  $i = 1, 2, \dots, p - 2$  блоки  $D^{(i)}$  строим тем же способом, что и в предыдущем случае. Далее, столбцами блока  $D^{(p-1)}$  полагаем векторы из коэффициентов многочленов множества многочленов

$$\{f(x) \mid f(x) \in (1); 0 < \deg f(x) < k - 2\},$$

а блока  $D^{(p)}$  – объединения множеств

$$A_p = \{f(x) \mid f(x) \in (x^2 + x + 1); 0 < \deg f(x) \leq k - 2\}$$

и

$$\{f(x) \mid f(x) \in (1); \deg f(x) = k - 1; f(x) + x^{k-1} \notin A_p\}.$$

В матрице  $D$ , построенной указанным способом, максимальное число копий одного столбца равно  $\iota + 1$ , но этот столбец единственен. Вычеркнув одну из копий этого столбца в матрице  $D$ , получим порождающую матрицу  $H(h(k, \delta) - I, k, \delta = \iota \cdot 2^{k-1} - d)$ -антикода, в которой ни один столбец не повторяется более чем  $\iota$  раз. Отсюда следует, что  $\iota \cdot C_k \setminus H$  – порождающая матрица  $(g(k, d) + I, k, d)$ -кода.

Отметим, что посторонние коды имеют векторы нечетного веса при четном расстоянии. Кроме того, возможно аналогичное использование построений для нахождения  $(g(k, d) + I, k, d)$ -кодов для некоторых значений  $k$  и  $d$  из множества всех тех значений, для которых открыт вопрос существования кода, достигающего границы Варшавова-Грайсмера.

### Литература

[1] Helleseht T. New constructions of codes meeting the Griesmer bound. // IEEE Trans. Inform. Theory, v.29, N 35, 2015-P. 434-439.

**Ясюкевич Юлия Владимировна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: yasyukevich69@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.К. Горбунов, Э.С. Анкуда

## КОДИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКОВ СООБЩЕНИЙ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается кодирование произвольных источников сообщений. Источник – любой дискретный вероятностный процесс. Кодирование – измеримое отображение множества входных последовательностей во множество выходных. Определяется стоимость кодирования. Выполняется основная теорема К.Шеннона для каналов без шума. Устанавливается условие взаимной однозначности кодирования.

Обозначения. Пусть  $\omega$  – некоторый алфавит, тогда  $\omega^*$  и  $\omega^\infty$  – множества всех слов и всех последовательностей в  $\omega$ ,  $|A|$  – число букв в  $A \in \omega^*$ . Если  $A_1 = a_1 \dots a_k \in \omega^*$  и  $A_2 = a'_1, a'_2 \dots \in \omega^* \cup \omega^\infty$  то  $A_1 \cdot A_2 = a_1 \dots a_k a'_1 a'_2, \dots \in \omega^* \cup \omega^\infty$ . Слово  $A_1 \in \omega^*$  есть префикс  $A_2 \in \omega^* \cup \omega^\infty$ , что записывается  $A_1 \prec A_2$ , если  $\exists A_3 \in \omega^* \cup \omega^\infty (A_2 = A_1 \cdot A_3)$ . Если  $V$  – некоторое множество, то  $\|V\|$  – его мощность.

Пусть далее  $\omega$  – конечный или счетный входной алфавит,  $\beta$  – конечный выходной алфавит,  $\delta(\omega)$  – некоторая  $\delta$  – алгебра подмножеств  $\omega^\infty$ , содержащая все конечномерные цилиндры,  $\delta_0(\beta)$  –  $\delta$  – алгебра подмножеств  $\beta^\infty$ , порожденная всеми конечномерными цилиндрами,  $\rho$  – вероятностная мера на  $\delta(\omega)$ .

Источник сообщений по определению есть вероятностное пространство  $\{\omega^\infty, \delta(\omega), \rho\}$ . Мету множества  $A \cdot \omega^\infty$ , где  $A \in \omega^*$ , обозначим через  $\rho(A)$  и назовем вероятностью слова  $A$ . Верхней и нижней энтропиями источника назовем  $\bar{H} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} \sum_{|A|=n} \rho(A) \ln \rho(A)$  и  $\underline{H} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{n} \sum_{|A|=n} \rho(A) \ln \rho(A)$  ( $\bar{H}$  и  $\underline{H}$  определены для любого источника).

Отображенные  $\varphi: \omega^\infty \rightarrow \beta^\infty$  назовем кодированием, если оно измеримо относительно  $\delta(\omega)$  и  $\delta_0(\beta)$ , то есть  $\forall V \in \delta_0(\beta) (\varphi^{-1}(V) \in \delta(\omega))$ , (здесь и далее  $\varphi^{-1}(V)$  – полный прообраз множества  $V$  при отображении  $\varphi$ , то есть  $\varphi^{-1}(V) = \{A \in \omega^\infty / \varphi(A) \in V\}$ ). Отображения, совпадающие почти всюду (по мере  $\rho$ ) эквивалентны. Пусть  $\delta(\beta)$  –  $\delta$  – алгебра, состоящая из множеств  $V$ , для которых  $\varphi^{-1}(V) \in \delta(\omega)$ . Кодирование переносит меру  $\rho$  с  $\delta(\omega)$  на  $\delta(\beta)$ . По определению  $\forall V \in \delta(\beta) (\rho(V) = \rho(\varphi^{-1}(V)))$ . Фиксируем произвольно источник и кодирование.

Естественно считать, что префикс  $A$  некоторого сообщения  $A'$  декодируется по префиксу  $\beta$  последовательности  $\varphi(A')$ , если  $A \prec \varphi^{-1}(\beta \beta^\infty)$  почти всюду. Для любого  $n=1, 2, \dots$  и любой  $\beta' \in \varphi(\omega^\infty)$  положим  $t(n, \beta')$  равным минимальной длине префикса последовательности  $\beta'$ , по которому можно декодировать некоторое слово длины  $n$ , если такого префикса нет, то  $t(n, \beta') = +\infty$ .

Формально

$$t(n, \beta') \begin{cases} \min|\beta|, \text{ где } \beta \in V(n, \beta'), \text{ если } V(n, \beta') \neq \emptyset; \\ +\infty, \text{ если } V(n, \beta') = \emptyset \end{cases},$$

где  $V(n, \beta') = \{\beta \in \beta^* : \beta \prec \beta' \& \exists A \omega^* (|A|=n \& A \prec \varphi^{-1}(\beta \beta^\infty) \text{ почти всюду})\}$ .

Лемма 1. При любом натуральном  $n$  функция  $t(n)$  определена почти всюду на  $\beta^\infty$  и измерима относительно  $\delta(\beta)$ .

Среднее число букв алфавита  $\beta$ , необходимых для декодирования первых  $n$  букв сообщения есть  $C(n) = \int_{\beta^\infty} t(n) d\rho$ . Верхней и нижней стоимостями кодирования назовем  $\overline{C} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} C(n)$  и  $\underline{C} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} C(n)$ , которые определены для любого кодирования.

Основная теорема для каналов без шума.

А) при любых источнике и кодировании  $\overline{C} \geq \overline{H} \cdot \ln^{-1} \|\beta\|$ ,  $\underline{C} \geq \underline{H} \ln^{-1} \|\beta\|$ ;

Б) для любого источника существует кодирование, для которого  $\overline{C} = \overline{H} \cdot \ln^{-1} \|\beta\|$ ,  $\underline{C} = \underline{H} \ln^{-1} \|\beta\|$ .

ТЕОРЕМА 1. Если  $\underline{C} < \infty$ , то отображение  $\varphi$  почти всюду взаимно однозначно.

ТЕОРЕМА 2. Если источник бериуллиевский,  $\|\omega\| < \infty$ , кодирование побуквенное и дешифруемое, то  $\overline{C} = \underline{C} < \infty$ .

С л е д с т в и е. Если выполнены условия Теоремы 2, то  $\rho(\{A \in \omega^\infty : \|\varphi^{-1}(\varphi(A))\| > 1\}) = 0$ .

ТЕОРЕМА 3. Если источник бериуллиевский, вероятности всех букв положительны,  $\|\omega\| < \infty$  и кодирование побуквенное, то  $\overline{C} = \underline{C} < \infty$  тогда и только тогда, когда кодирование дешифруемо.

Теоремы 2, 3 обобщаются на случай конечноавтоматного кодирования марковских источников произвольного конечного порядка в предположении, что вероятности всех слов положительны, автомат сильно связный и кодирование дешифруемо.

### Список литературы

[1] Gilbert E.N., Moore E.F. *Variable – length encodings*. BSTJ 93, 4 (2014) 933 – 967.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Анкуда Эвелина Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: e.ankuda@mail.ru

Е.С. Кудряшова, А.И. Чухраева, А.К. Горбунов

## КОДИРОВАНИЕ СООБЩЕНИЙ В СЕТИ ЭВМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В сетях ЭВМ с коммутацией пакетов при дейтаграммном режиме сообщения разбиваются на пакеты, и каждый пакет передается по сети независимо. Будем предполагать, что все сообщения состоят из одинакового числа  $k$  пакетов. Рассмотрим  $k$  пакетов как информационные символы  $(n,k)$ -кода МДР (т.е. кода с расстоянием  $d=n-k+1$ ), например, кода Рида-Соломона, и соответствующее кодовое слово, посылаемое в сеть, будем называть кодированным сообщением. При передаче кодированных сообщений приемник, получив первые  $k$  пакетов, рассматривает остальные  $r$  («задержавшиеся») как стертые и восстанавливает (т.е. декодирует) сообщение согласно алгоритму исправления  $r$  стираний кодом МДР. Достижимый при таком способе передачи сборки сообщений выигрыш во времени их доведения обуславливается тем, что среднее время прихода первых  $k$  пакетов из  $n$  посланных оказывается меньше чем среднее время прихода всех  $k$  пакетов, что необходимо для сборки сообщения при его обычной передаче.

Полученные результаты существенно опираются на свойства порядковых статистик. Если значения  $m$  независимых одинаковых распределенных случайных величин  $\xi_1, \dots, \xi_m$  упорядочить в порядке возрастания, т.е.  $\xi_{i1} \leq \xi_{i2} \leq \dots \leq \xi_{im}$ , то величина  $\xi_{kim} = \xi_{ik}$  называется  $k$ -й порядковой статистикой величин  $\xi_i$ .

Будем предполагать, что времена доведения (задержки)  $t_i$  пакетов являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами со средним  $t_{cp} = t_{cp}(\rho)$ , зависящим от нагрузки  $\rho$  на сеть. Легко видеть, что при обычной передаче время  $T$  доведения сообщений

$$T = \max_{i=1, k} t_i = t_{k:k}, \quad (1)$$

а при передаче сообщений, кодированных  $(n,k)$ -кодом МДР -

$$T(R) = T(n, k) = t'_{k:n}, \quad (2)$$

где  $R=k/n$  – скорость кода,  $t'_i$  – время доведения  $i$ -го пакета в сети с нагрузкой  $\rho' = \rho R^{-1}$ ,  $t'_{k:n}$  -  $k$ -я порядковая статистика величин  $t'_i$ . Отметим, что  $T=T(1)$ , так как обычный способ передачи сообщений можно рассматривать и как применение безизбыточного  $(k,k)$ -кода МДР со скоростью  $R=1$ .

Для того, чтобы оценить «выигрыш от кодирования»  $f(R) = \bar{T} / \bar{T}(R)$  в средней задержке сообщений, сделаем дополнительные предположения относительно функции распределения величин  $t_i$  и, в частности, об их зависимости от нагрузки  $\rho$  на сеть. А именно, будем считать, что величины  $t_i$  задержки пакетов распределены экспоненциально с математическим ожи-

данием  $\bar{t} = A/(1 - \rho)$ , где  $A$  – константа, зависящая от сети. Это предположение справедливо, например, для сети, которая состоит из  $M$  одинаковых каналов пропускной способности  $C$  со средним временем обслуживания пакета в канале  $1/\mu$ , где по каждому каналу проходит в среднем  $\lambda$  пакетов за единицу времени при интенсивности  $\gamma$  внешнего трафика. Тогда в условиях «гипотезы о независимости» средняя задержка  $t_{cp}$  пакета составит

$$\bar{t} = \sum_{j=1}^M \frac{\lambda}{\gamma(\mu C - \lambda)} = \frac{\bar{m}}{\mu C} \frac{1}{1 - \rho} = \frac{A}{1 - \rho}, \quad (3)$$

где  $\bar{m} = \frac{M\lambda}{\mu}$  – средняя длина пути для пакета, а  $\rho = \frac{\lambda}{\mu C} = \frac{\gamma\bar{m}}{MC\mu}$  – нагрузка на сеть.

Воспользовавшись известными формулами среднего значения порядковых статистик для экспоненциального распределения, получим:

$$\bar{T}(R) = \bar{t}(R) \sum_{i=r+1}^n \frac{1}{i} = \frac{\bar{t}}{1 - \rho R^{-1}} \sum_{i=r+1}^n \frac{1}{i} \quad (4)$$

Используя (4) и известные оценки для частичных сумм гармонического ряда, можно показать, что кодирование сообщения «выгодно», т.е.  $\max_R f(R) = \frac{\bar{T}}{\min_R \bar{T}(R)} > 1$  если  $2 \ln \frac{1+\rho}{1-\rho} < \ln k + \varepsilon$ , где  $\varepsilon=0,577\dots$  – константа Эйлера. Отсюда следует качественно легко объяснимое соотношение, что чем больше  $k$ , тем в большем диапазоне нагрузки  $0 < \rho < \rho_{max}(k)$  кодирование сообщений выгодно. Отметим также, что в несколько меньшем диапазоне нагрузки кодирование сообщений позволяет передавать тих даже быстрее, чем по «пустой» (т.е. сети с  $\rho < < 1$ ) сети при обычном способе.

Численные значения выигрыша от кодирования в зависимости от  $\rho$  и  $r$  при  $k=8$  (как в сети АРПА) приведены в таблице

$\rho$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$r_{opt}$	14	7	4	3	1	1
$f$	3,47	2,34	1,78	1,43	1,21	1,05

### Литература

[1] Девис Д., Барбер Д., Прайс У., Соломонидес С. Вычислительные сети и сетевые протоколы. М.: Мир, 1992

**Кудряшова Екатерина Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: katya.cat-kat@yandex.ru

**Чухраева Анастасия Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.Н. Сулова, А.К. Горбунов

## КОДЫ ДЛЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ БИС КОРРЕКЦИИ ОШИБОК

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Характерной чертой последнего времени является тенденция к широкому использованию памяти большой емкости различного назначения, увеличению длительности эксплуатации, ограниченной возможности ремонта. Это приводит к снижению надежности вычислительных и управляющих систем из-за высокой вероятности отказов и сбоев элементов. Применение специализированных БИС устройств обнаружения и исправления ошибок (УОИО), реализующих коды для коррекции одиночных и обнаружения двойных ошибок (ИОО-ОДО коды), позволяет повысить надежность систем в целом как за счет исправления ошибок в памяти, так и увеличения надежности цепей коррекции. Однако использование известных БИС УОИО для коррекции одиночных ошибок в памяти на многоразрядных БИС ЗУ, не дает желаемого результата в степени повышения надежности. Это объясняется тем, что отказ строк или полных БИС ЗУ, отказ схем обрaмления на уровне системы вызывает ошибку в целом слогe (модуле) слова кода. Длина  $b$  и границы модуля известны и равны количеству разрядов, снимаемых с БИС ЗУ. Для обеспечения высокой надежности систем при такой организации памяти необходимо, чтобы применяемые коды наряду с коррекцией одиночных и обнаружением двойных ошибок позволяли контролировать все ошибки в пределах любого одного модуля. В докладе рассматриваются коды с длиной модуля  $b = 4, 8$ , так как на практике, как правило, наблюдаются модули длиной  $b = 4$  (это оперативные БИС ЗУ) и  $b = 8$  (практически все виды БИС постоянной памяти), приспособленные к реализации в виде БИС.

Пусть

$$L = \begin{bmatrix} I & I & \cdot & \cdot & \cdot & I \\ - & - & I_b & - & - & - \end{bmatrix} \text{---}$$

матрица размерности  $(b+I)$ , где  $I_b$  - единичная матрица порядка  $b$  и  $L_i$  - матрица, полученная из  $L$  циклическим сдвигом всех ее  $(b+I)$  строк на  $i$  строк вниз и отбрасыванием последней строки.

Объединение матриц  $L_i$  обозначим через матрицу  $M = [L_0, L_1, \dots, L_{b-1}]$  размерности  $b \times b$ .

Теорема 1. Матрица вида

$$H = \left[ \begin{array}{c|c|c|c|c|c} & N & & 0 & I_{r-b} \\ \hline \overline{M_1} & \overline{M_2} & \overline{\phantom{M}} & \overline{M_j} & \overline{I_b} & \overline{0} \end{array} \right],$$

где  $r-b = 2, 3, \dots, l$ ;  $j = 1, 2, \dots, \lceil \log k / b \rceil$ ;  $\lceil x \rceil$  - целая часть; подматрица  $N$  размерности  $b(r-b) \times k$  состоит из ненулевых столбцов, которые содержат чет-

ное число единиц для столбцов нечетного веса в  $M_i$  и нечетное число единиц для столбцов четного веса в  $M_i$ , причем одинаковым столбцам в  $M_i$  соответствуют различные коды, задает код длиной  $n = jb^2 + b + j + 1$ , числом проверочных символов  $r = b + j + 1$  и исправляет одиночные ошибки, обнаруживает двойные и модульные ошибки (ИОО-ОДО-ОМО-КОД).

Поскольку, при  $j = 1, r = b + 2$  вес столбцов матрицы (1) равен  $w = 1; 3$ , то введенные ИОО-ОДО-ОМО коды обладают минимальной плотностью проверок на четность, однородны и допускают наращивание за счет последовательного включения матриц для увеличения формата обрабатываемых данных. Это позволяет на одном и том же типе БИС, реализующем матрицу (1) при  $j = 1$ , реализовать вычисления проверок более длинного кода.

Дальнейшее расширение функциональных возможностей БИС, реализующих матрицу (1), возможно за счет дополнительного применения при построении БИС, кода, исправляющего модуль ошибок (ИМО-кода), задаваемого теоремой 2.

Теорема 2. Код, задаваемый матрицей

$$H = \left[ \begin{array}{c|c|c|c|} I_b & I_b & \dots & I_b \\ \hline - & \overline{M} & - & - \\ \hline & & & I_{2b} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|} I \\ \hline \overline{M} \\ \hline I_{2b} \end{array} \right],$$

исправляет одиночные модули ошибок четной длины  $b$  и содержит  $r = 2b$  проверочных разрядов при длине кода  $n = b(b + 2)$ .

Подобное совместное использование ИОО-ОДО-ОМО кода (1) и ИМО-кода (2) в одной БИС несущественно усложняет реализацию уравнений кодирования, поскольку определяющие сложность БИС подматрицы  $M$  в (1) и (2) являются одинаковыми. Однако возрастает сложность селекции синдромов корректируемых ошибок.

Вместе с тем возможен способ коррекции модульной ошибки на двух БИС, реализующих (1).

Теорема 3. Код, задаваемый матрицей  $[\overline{M} | M]^T$ , где  $\overline{M}$  - матрица с противоположным порядком следования подматриц матрицы  $M$  позволяет исправлять модульную ошибку четной длины  $b$ , содержит  $r = 2b$  проверочных разрядов при длине кода  $n = b(b + 2)$ .

Рассматривается возможность коррекции модульной ошибки длиной  $b = 4$  и  $k = 16$  на двух БИС и модуля  $b = 8$  при  $k = 32, 64$  на двух, четырех БИС при реализации в этих БИС матриц (1).

Используя две БИС, каждая из которых реализует матрицу (2), можно не только исправлять одиночный модуль ошибок, но и контролировать двойные модули. Для этого на этих БИС следует реализовать проверочную матрицу:

$$H = \left[ \begin{array}{c|} I \\ \hline \overline{M} \\ \hline \overline{M} \\ \hline I_{ib} \end{array} \right].$$

Для декодирования ИМО-кода и ИОО-ОДО-ОМО кода, расположенных на одном кристалле БИС, предлагается единый для этих кодов алгоритм декодирования:

1. Вычисляется синдром  $S = (S_1, S_2)$ , где  $S_1$  и  $S_2$  – соответственно верхние и нижние разряды синдрома  $S$ .
2. Если  $S_1 = S_2 = 0$ , то ошибки отсутствуют.
3. Если  $S_1 \neq 0$ , а  $S_2 = 0$  или наоборот, то принимается решение об отказе одного из проверочных модулей.

Для ИМО - кодов, задаваемых матрицей (2), при  $S_1 \neq 0, S_2 \neq 0$  вычисляют синдромы  $\bar{S}_i = S_1 L_i^T$ , сравнивают  $\bar{S}_i$  с  $S_2$  и находят  $i$ , где  $\bar{S}_i = S_2$ . Найденное значение  $i$  – номер отказавшего модуля. Вектор ошибки  $E$  модуля равен  $S_1$ .

Коды ИМО, задаваемые теоремой 3, можно декодировать подобным образом, однако предварительно необходимо найти вектора ошибок  $E_i = S_i T_i^n$  и далее  $\bar{S}_i = E_i L_i^T$ , где  $T_i^n$  – перестановочная матрица размерности  $b \times b$ , полученная из матрицы

$$T^n = \begin{bmatrix} I & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & I \\ 0 & I & \dots & \dots & 0 & 0 & I \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & I & 0 & I \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & I & 0 \end{bmatrix}$$

размерности  $b(b+1)$  циклическим сдвигом всех ее  $(b+1)$  столбцов на  $i$  столбцов влево и отбрасыванием крайнего слева столбца.

Аналогичным образом можно декодировать и ИОО-ОДО-ОМО коды, задаваемые (1). Однако при этом  $\bar{S}_i$  находится из уравнения  $\bar{S}_i = E_i \cdot N^T$ , причем, в качестве  $E_i$  следует выбирать, только единичные вектора.

Наличие единого способа декодирования предложенных кодов позволяет использовать одни и те же схемы коррекции для разных кодов, что упрощает построение БИС и дает возможность реализовать БИС УОИО с широкими функциональными возможностями по контролю ошибок.

### Литература

[1] Helleseth T. Further classifications of codes meeting the Griesmer bound. // Trans. Inform. Theory, v., N 2, -P.395-403.

**Суслова Анастасия Николаевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anastasya.asya2013@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Е.В. Алмазов, Г.Э. Амеличев, А.К. Горбунов

## КОРРЕЛЯЦИОННОЕ ДЕКОДИРОВАНИЕ КОДОВ РИДА-МАЛЛЕРА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Корреляционное декодирование кода  $A$  заключается в вычислении произведения  $Y=AX$  и определении номера максимальной компоненты. Здесь  $A$ - матрица размерности  $N=n$ , строками которой являются слова блочного кода длины  $n$  и мощности  $N$ , а  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$  – вектор отсчетов принятого сигнала.

Прямое вычисление  $Y$  требует выполнения  $N(n-1)$  операций типа сложение. Для ряда специальных матриц это количество может быть существенно уменьшено за счет учета особенностей строения матрицы  $A$ . Сложность алгоритмов принято оценивать коэффициентом сложности  $S$ . Быстрые алгоритмы позволяют получить значение  $S$ , лежащее в диапазоне  $0,5 + \log_2 n$  [1,2,3]. Для кодов Рида-Маллера (РМ) первого порядка построен алгоритм с коэффициентом  $0,5 + \log_2 n$ . Коды более высоких порядков декодируются с  $S=0,5$ . Предельным случаем является двоичный код, для которого также  $S=0,5$ . Отметим, что  $S$  не учитывает затраты на поиск максимальной компоненты и, поэтому, для кодов с  $d \geq 2$ , дает заниженное значение оценки сложности алгоритма. Для полного кода с  $d=1$  вообще не требуется выполнения векторно-матричного умножения, поэтому коэффициент сложности декодирования значительно ниже. Для пояснения этого рассмотрим бинарный случай. Пусть  $x_i = \zeta_i + \delta_i, i = \overline{1, n}$ ;  $\zeta_i = \alpha, -1$  – символ кода,  $\delta_i$  – компонента шума. Декодирование заключается в нахождении вектора  $(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2, \dots, \hat{\zeta}_n)$ ,  $\hat{\zeta}_i = I, -I$ , максимизирующего сумму  $= \hat{\zeta}_1 x_1 + \hat{\zeta}_2 x_2 + \dots + \hat{\zeta}_n x_n$ .

Для полного кода максимизация суммы сводится к максимизации каждого слагаемого путем подбора  $\hat{\zeta}_1$ , а искомый вектор при симметричном характере шума определяется как

$$(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2, \dots, \hat{\zeta}_n) = (\zeta_{gnx_1}, \zeta_{gnx_2}, \dots, \zeta_{gnx_n}), \text{ где } \zeta_{gnx} = \begin{cases} I, x > 0 \\ -I, x < 0 \end{cases}$$

Полагая сложность операции определения знака равной сложности операции сложения, получим  $S=n2^{-n}$ .

При декодировании  $q$ -ичного полного кода описанная ситуация сохраняется, но посимвольное декодирование сводится к распознаванию одного из  $q$  символов.

Для дальнейшего нам потребуется код  $B$ , образованный следующим образом. Возьмем полный код с основанием  $q = 2^{\vartheta+1}$ ,  $\vartheta = \overline{0, \log_2 l - 1}$  длины  $2^{r-1}$ ,  $r = \log_2 l - \vartheta + 1$ ,  $l = 2^m$ ,  $m$ - целое и заменим символы этого кода двоичными последовательностями, являющимися словами кода РМ. Полученный код имеет параметры:  $n = 2^{r+\vartheta-1}$ ,  $k = (\vartheta + 1)2^{r-1}$ ,  $d_{min} = 2^{\vartheta-1}$ .

*Теорема.* Кода  $B$  является подкодом кода РМ порядка  $r$  длины  $n$ .

Код  $B$  представляет собой каскадный код, для которого внутренним является  $2^{r-1}$  – разрядный код с основанием  $2^\vartheta$ , а внешним – код  $PM$  первого порядка.

Декодирование кода  $B$  сводится фактически к определению символов внутреннего кода. Для этого можно использовать быстрое корреляционное декодирование, когда матрица  $A$  является матрицей Адамара порядка  $2^\vartheta$ . Умножение на эту матрицу требует выполнения  $\vartheta 2^\vartheta$  операций. Еще  $2^\vartheta - 1$  операций затрачивается на определение номера максимальной компоненты. Полученный номер однозначно указывает символ  $q$ -ичного алфавита и соответствующее ему слово кода  $PM$  первого порядка. Так как полный код имеет длину  $2^{r-1}$ , то процедура посимвольного декодирования повторяется  $2^{r-1}$  раз. Таким образом, общее количество операций равно  $(\vartheta 2^\vartheta + 2^\vartheta - 1) 2^{r-1}$ , а коэффициент сложности декодирования кода  $B$  равен  $S = 0,5(\vartheta + 1 - 2^{-\vartheta})$ .

Для кодов  $PM$  порядка  $r \geq 2$  воспользуемся разложением кода на смежные классы, взяв в качестве подкода код  $B$ . Пусть  $D_1, \dots, D_h$ , где  $h = 2^{k-(\vartheta+1)2^{r-1}}$ ,  $k$  – число информационных символов кода, образующие смежных классов. Тогда матрица слов кода  $PM$  порядка  $r$  длины  $2^m$  запишется  $R(r, m) = [BdiagD_1, BdiagD_2, \dots, BdiagD_{1n}]^T$ .

Очевидно, что простейший путь состоит в раздельном декодировании каждого смежного класса.

Алгоритм декодирования состоит из следующих шагов.

1. Полагается  $f=1$ .

2. Вычисляется вектор  $X^1 = diagD_1 X$ .

3. Вектор  $X^1$  разбивается на  $2^{r-1}$  равных частей  $X^1 = [X^1(1), X^1(2), \dots, X^1(2^{r-1})]^T$

выполняется декодирование кода  $B$  путем вычисления произведений  $Y(i) = HX(i), i = \overline{1, 2^{r-1}}$  и нахождения их максимальных компонент. Обозначим их  $y(i)_{max}$ .

4. Находится сумма  $\hat{y}(f) = \sum_{i=1}^{2^{r-1}} y(i)_{max}$ .

5. Если  $f < n$ , то  $f$  увеличивается на единицу и выполняется переход к п.2.

## Литература

[1] Wainberg S. Error-erasure decoding of product codes IEEE Trans. Info. Theory. 58, 2014, 821-833.

**Алмазов Евгений Вячеславович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: Szenek97@gmail.com

**Амеличев Глеб Эдуардович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Кузнецова, А.К. Горбунов

## КОСВЕННОЕ ИЗМЕРЕНИЕ КВАНТОВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ ГОМОДИННОГО МЕТОДА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Исследование квантовых каналов с электромагнитным излучением показало, что источники когерентного излучения являются наиболее выгодными с точки зрения передачи информации. Однако вопрос о пропускной способности канала с когерентным излучением и оптимальной процедуре приема в нем остается до сих пор не выясненным. Анализ когерентного канала, в котором среднее число фотонов, регистрируемых в каждом квантовом состоянии, мало, показывает, что в этом случае измерение чисел заполнения позволяет получить количество информации, асимптотически совпадающее с пропускной способностью идеального канала. В случае больших средних чисел заполнения, который должен иметь аналогию в классике, сравнение результатов с известным результатом Шеннона-Таллера показывает, что измерение чисел заполнения или напряженности поля приводит к потере половины информации по сравнению с измерением в классике полного набора переменных поля. Рассмотрим, нельзя ли восполнить потерю половины информации с помощью косвенного измерения. Будем считать состояния осцилляторов поля, создаваемого передатчиком, статистически независимыми друг от друга, тогда для нахождения пропускной способности достаточно определить максимальное количество информации на одну степень свободы.

Постановка задачи.

Прием сигнала, по аналогии с классикой названный гомодинным приемом, должен осуществляться над системой, возникшей в результате взаимодействия сигнального и опорного излучений с одинаковой несущей. Источники сигнального и опорного излучений создают когерентные состояния электромагнитного поля, характеризующиеся комплексными параметрами  $d_s$ ,  $d_g$ , где  $\bar{n}_s = |d_s|^2$ ,  $\bar{n}_g = |d_g|^2$  - средние числа заполнения. Матрица плотности когерентного состояния хорошо известна.

Поле смешанного излучения, измеряемое приемником, представим в виде нового набора осцилляторов, динамические переменные которых связаны с динамическими переменными исходных осцилляторов линейным ортогональным преобразованием. Несложно, показать, что излучение, поступающее на приемник, также находится в когерентном состоянии, характеризующемся новыми комплексными параметрами  $d_1$  и  $d_2$ . Естественно, что  $|d_1|^2 + |d_2|^2 = |d_s|^2 + |d_g|^2$  - суммарное среднее число фото-

нов, не зависит от выбора набора осцилляторов, по которым разлагается поле.

Приемник измеряет числа заполнения когерентных сигналов на выходе. Условная вероятность регистрации определенного числа фотонов при заданных состояниях сигнала и гомодина представляет собой, как известно, пуассоновское распределение. Приемник, измеряющий числа заполнения, взаимодействует с излучением статистически, причем, эффективность регистрации одного фотона  $r < 1$ . Т.к. пуассоновское распределение оказывается “устойчивым” к ослаблению, то распределение регистрируемых квантов также является распределением Пуассона со средними:

$$\begin{aligned}\bar{n}_1 &= r|d_1|^2 = r \left\{ |d_s|^2 \sin^2 \theta + |d_g|^2 \cos^2 \theta + \right. \\ &\quad \left. 2|d_s||d_g| \sin \theta \cos \theta \sin(\varphi_s - \varphi_g) \right\}, \\ \bar{n}_2 &= r|d_2|^2 = r \left\{ |d_s|^2 \cos^2 \theta + |d_g|^2 \sin^2 \theta - \right. \\ &\quad \left. 2|d_s||d_g| \sin \theta \cos \theta \sin(\varphi_s - \varphi_g) \right\},\end{aligned}$$

где  $d_{1,2} = |d_{1,2}|e^{i\varphi_{1,2}}$ ,  $\theta$  - параметр канала.

Не ограничивая общности, можно положить  $\varphi_g = 0$ .

Нахождение асимптотики пропускной способности канала и обсуждение результатов.

Количество информации в числах регистрируемое фотонов  $n_1$  и  $n_2$  о переданном сигнале  $d_s$  может быть определено в следующем виде:

$$I = \sum_{n_2=0}^{\infty} \sum_{n_1=0}^{\infty} \int_{-1}^1 \int_0^{\infty} Q(A, \Gamma) p(n_1, n_2 / A, \Gamma) \ln \frac{p(n_1, n_2 / A, \Gamma)}{P(n_1, n_2)} dA d\Gamma, \quad (1)$$

где  $A = r|d_s|^2$ ,  $\Gamma = \cos \varphi$ ,  $p(n_1, n_2 / A, \Gamma) = p(n_1 / A, \Gamma)p(n_2 / A, \Gamma) = \frac{\bar{n}_1^{n_1} e^{-\bar{n}_1}}{n_1!} \frac{\bar{n}_2^{n_2} e^{-\bar{n}_2}}{n_2!}$ ,  $P(n_1, n_2) = \int_{-1}^1 \int_0^{\infty} Q(A, \Gamma) p(n_1, n_2 / A, \Gamma) dA d\Gamma$ ,  $Q(A, \Gamma)$  - нормированное распределение входного сигнала. Отыскание пропускной способности сводится теперь к максимизации (1) по входному распределению, при учете ограничения средней энергии сигнального излучения:

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\infty} Q(A, \Gamma) p(n_1, n_2 / A, \Gamma) dA d\Gamma = a \quad (2)$$

и дополнительном ограничении  $a \gg 1$ .

Строгая вариационная задача не решается, и приходится отыскивать достаточно близкие верхнюю и нижнюю оценки пропускной способности. Удастся показать, что пропускная способность имеет максимум при мощности гомодина, приблизительно равной мощности сигнального излучения  $N_{gom} = 0,842N_{sign}$  и получить асимптотически совпадающие оценки для следующих случаев:

$$\begin{aligned}N_{gom} &= 0 \\ \frac{1}{2} (\ln a + 1) - \frac{1}{2} (\ln 2\pi - e^\pi) + 0 \left( \frac{\ln a}{a} \right) &\leq I \leq \frac{1}{2} (\ln a + 1) - 0 \left( \frac{1}{\sqrt{a}} \right), \quad (3)\end{aligned}$$

$$N_{gom} = N_{opt}$$

$$\ln a - 2,403 + 0 \left( \frac{\ln a}{a} \right) \leq I \leq \ln a - 2,403 - 0 \left( \sqrt{\frac{\ln a}{a}} \right), \quad (4)$$

$$N_{gom} \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{2} \ln a - 2 + 0 \left( \frac{\ln a}{a} \right) \leq I \leq \frac{1}{2} \ln a + \ln \ln a + (1 - \ln 8\pi) - 0 \left( \sqrt{\frac{\ln a}{a}} \right), \quad (5)$$

Из сопоставления (3) – (5) видно, что при достаточно большой мощности сигнала пропускная способность когерентного канала при гомодинном приеме возрастает с увеличением мощности гомодина от  $\frac{1}{2} \ln a$  до максимального значения  $(\ln a - 2,4)$ , достигаемого при оптимальном мощности гомодина, составляющей 0,842 от мощности сигнала, при дальнейшем росте мощности гомодина пропускная способность уменьшается и при  $N_{gom} \gg N_{opt}$  падает вновь до  $\frac{1}{2} \ln a$ . Полученный результата не имеет аналогии в классике, т.к. при классическом расчете гомодинирования или гетеродинирования, учитывающем только тепловые шумы, оптимум достигается при мощности опорного сигнала, стремящейся к бесконечности. Учет квантовых шумов приводит к появлению двух конкурирующих факторов: возможности различения фазы и увеличению дробового шума. Поэтому, вопреки предположениям об идентичности с классикой, пропускная способность достигает максимума при конечной мощности гомодина. При мощности гомодина выше оптимальной превалирующее значение имеет возрастание дробового шума, приводящее к уменьшению пропускной способности.

Таким образом, гомодинный прием позволяет извлечь из ансамбля когерентных состояний количество информации близкое к дефекту энтропии и почти вдвое большее, чем прямое измерение чисел заполнения или напряженности поля.

### Литература:

[1] Gordon J.P. Quantum effects in communication systems. Proceedings of the IEEE, 2015, vol. 103(9), pp. 1898–1908.

**Кузнецова Анна Андреевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: 521annakuznetsova@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.К. Горбунов, А.А. Лысенко, Т.С. Китаева, А.Л. Лысенко

## МЕТОДИКА ВЫВОДА ЗАКОНА КУЛОНА ИЗ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Рассмотрены теоретические зависимости по исследованию транспортировки момента импульса, которые определяют закон Кулона для магнитных зарядов. Показано что этот закон выводится из феноменологического комплекса энерготехнологических процессов.*

**Ключевые слова:** импульс, момент импульса, энерготехнологические процессы, закон Кулона.

При выводе зависимости переноса импульса в феноменологическом уравнении необходимо принять следующие безразмерные комплексы

$$L_k = \tau / \Delta(\rho W)(K_k \nu)^{0.5} \quad (1)$$

$$\Phi_k = \Delta X_k (K_k / \nu)^{0.5} \quad (2)$$

$$T_k = (\Delta X_k V_{\max} / \nu) + 1 \quad (3)$$

$$A_k = \frac{\Delta l_k}{\Delta X_k} \quad (4)$$

Здесь:

$\tau$  – касательное напряжение;

$\rho$  – плотность;

$W$  – скорость, определяющая импульс;

$K_k$  – константа скорости кинетического процесса;

$\nu$  – кинематическая вязкость;

$\Delta X$  – размер транспортного слоя;

$V_{\max}$  – скорость переноса;

$\Delta l_k$  – размер кинетического слоя.

В этом случае феноменологическое уравнение (4) примет вид:

$$L_k = -\frac{A_k \Phi_k T_k}{(A_k \Phi_k^2 + T_k)} \quad (5)$$

При условии перехода в транспортную область  $A_k \Phi_k \rightarrow \infty$ , а также исключения компоненты  $V_{\max} = 0$ , феноменологическое уравнение (5) упрощается до

$$L_k = -1/\Phi_k .$$

После подстановки значений и преобразования получим классическое уравнение Ньютона для вязкой жидкости

$$\tau = -\nu \cdot \text{grad}(\rho W). \quad (6)$$

Аналогично можно получить зависимость применительно к моменту импульса  $M_j$ , уравнение которого лежит в основе вывода транспортировки магнитного заряда в законе Кулона

Отметим, что момент импульса в кинематической вязкости носит характер параметра среды, а градиент импульса и момента импульса определяется геометрическими и пространственными характеристиками.

В работах [1-9] показано, что транспортные уравнения являются результатом взаимодействия момента импульса с веществом, энергией и импульсом. Таким образом, по нашему мнению, основой взаимодействий известных физических субстанций является момент импульса.

### Литература

[1] Лысенко Л.В., Горбунов А.К., Коржавый А.П., Шаталов В.К., Лысенко А.Л. Некоторые подходы к разработке энергосберегающих технологий, основанных на транспортных формах переноса момента импульса. Научно-технические технологии 2013. Т.14. №7. С.20-25.

[2] Лысенко Л.В. Теоретические основы конструкторских оценок энерготехнологических процессов. М.: Энергоатомиздат, 1997. С.66.

[3] Лысенко Л.В., Минаев А.К., Буланов А.В. и др. Кинетика импульса // Кораблестроение и океанотехника. Проблемы и перспективы: Материалы международной конференции. Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2001. С. 499 - 501.

[4] Шаталов В.К., Лысенко Л.В. Теория диффузионно-кинетической модели при микродуговом оксидировании. - Коррозия: материалы, защита, 2006, №10. С. 40-42.

[5] Лысенко Л.В. Проблема кинетики и транспортировки момента импульса в океанотехнике // Направления развития турбиностроения на ОАО «Калужский турбинный завод». Сборник статей под общей редакцией канд. техн. наук Ю.А. Максимова. – Калуга: «Манускрипт», 2007. С. 242-246.

[6] Лысенко Л.В., Шаталов В.К., Горбунов А.К., Лысенко А.Л., Овчаренко И.Н. Энерготехнологическая интерпретация основного закона динамики. - Научно-технические технологии. 2014. Т. 15. № 8. С. 55-58.

[7] Лысенко А.Л. Физические процессы, протекающие при сжигании порошка титана в среде азота, и разработка на их основе технологии вакуумирования. – Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук/ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана. Калуга 2008.

[8] Бондаренко Г.Г, Бажин А.И., Коржавый А. П., Кристя В.И., Аитов Р.Д. Определение потенциала поверхности диэлектрического слоя на мишени, бомбардируемой ионным пучком. - Журнал технической физики. 1998, Т.68, №9, С. 126-128.

[9] Никифоров Д.К., Коржавый А.П. Физические процессы в эмитирующих наноструктурах металл - оксид металла. - Вестник Калужского университета, 2006, №2, С. 9-17.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Лысенко Андрей Леонидович** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: baldqwest@mail.ru

**Китаева Тамара Сергеевна** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Лысенко Александр Андреевич** – слушатель физ.-мат. школы при КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: baldqwest@mail.ru

А.О. Кулюкина, И.В. Лаковщиков, О.П. Петросян

## МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО ХЛОРА В ВОДЕ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В настоящее время серьезное внимание необходимо уделять автоматизации процесса обеззараживания воды газообразным хлором. Для этого существует две причины: с одной стороны ввиду высокой токсичности хлора система его дозирования и сопутствующее оборудование должны иметь очень высокую степень защиты в аварийных ситуациях, а с другой – доза вводимого в воду хлора должна быть достаточна для получения потребителем гарантированно обеззараженной воды, но с отсутствием нерастворенного хлора, испаряющегося с ее поверхности. По окончании процесса связывания хлора содержащимися в воде веществами и бактериями, в воде начинает появляться остаточный активный хлор. Остаточный хлор – это активный, не прореагировавший за установленное время избыточный хлор. Величина остаточного хлора должна составлять 0,3-0,5 мг/л, что является гарантией эффективности обеззараживания. Кроме того, наличие активного остаточного хлора необходимо для предотвращения вторичного загрязнения воды в разводящей сети. Таким образом, наличие остаточного хлора является косвенным показателем безопасности воды в эпидемическом отношении. Общее количество хлора, необходимое для удовлетворения хлорпоглощаемости воды и обеспечения наличия необходимого количества (0,3-0,5 мг/л свободного активного хлора при нормальном хлорировании и 0,8-1,2 мг/л связанного активного хлора при хлорировании с аммонизацией) остаточного хлора называется хлорпотребностью.

Для непрерывного контроля содержания дезинфицирующих агентов в хлорированной воде необходимо использовать датчик, способный определять концентрацию свободного хлора и диоксида.

На практике используется два метода в определении концентрации хлора в воде:

- а) колориметрический;
- б) амперометрический.

Колориметрический метод в основном используется для калибровки и не может быть применён для непрерывного контроля и автоматизации регулирования процесса хлорирования. Эти ограничения связаны со сложностями в использовании реактивов и погрешности данного метода, обусловленных невозможностью контролировать нерастворённый хлор-газ. Таким образом, для автоматизации процесса хлорирования целесообразно использовать амперометрический метод с применением специального датчика, позволяющего осуществлять контроль за содержанием хлора и диоксида хлора путём передачи измерений на инструменты контроля и управле-

ния. Метод основан на том, что при различных значениях свободного хлора в анализируемой воде значение тока в измерительной цепи будет меняться. Современные анализаторы хлора в воде построены именно по этому методу измерения. Способ измерения включает в себя фильтрацию анализируемой воды и добавление к ней нескольких реагентов для перевода остаточного хлора в удобную для определения форму и последующее амперометрическое определение содержания остаточного хлора. Недостатком данного способа является его сложность и необходимость применения дополнительных реагентов. В режиме работы с применением реагентов (йодистого калия – для перевода хлора в эквивалентное количество йодида и буферного раствора – для создания кислой среды с  $pH=4,5$  в пробе воды, поступающей в электрохимическую ячейку анализатора) анализаторы амперометрического типа измеряют содержание общего активного хлора (свободного+связанного). В режиме работы без применения йодистого калия анализатор измеряет только содержание свободного активного хлора. Дезинфекция хлорноватистой кислотой происходит в результате диссипации хлорноватистой кислоты на хлорноватистый ион и ион водорода. Этот процесс зависит от значения  $pH$  воды. Примером устройства служит анализатор содержания хлора в воде. АСХВ - это прибор, работающий на основе амперометрического метода. Он используется для определения концентрации остаточного хлора в воде.

### Список используемой литературы

[1] Б. Ю. Ягуд. «Хлор как дезинфектант – безопасность при применении и проблемы замены на альтернативные продукты» / 5-й Международный конгресс ЭКВАТЭК-2002 «Вода: экология и технология», 4–7 июня 2002 г.

[2] А.Б. Кожевников, О.П. Петросян. «Современные системы водоподготовки станций централизованного водоснабжения.» // «СтройПРО-Филь», 2006, №2/1.

[3] Т.Р. Гиндуллин. «Расчет дозы и расхода реагентов для водоподготовки» // «аква-Терм», 2001, №6. С. Черкасов. «Размышляя о насосах» // «Энергослужба предприятия», 2004, №3(9).

**Кулюкина Анастасия Ованесовна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_mgtu\_fiz@mail.ru

**Лаковщик Иван Витальевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: lakovshikov@gmail.com

**Петросян Ованес Петрович** – канд. физ.-мат. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_mgtu\_fiz@mail.ru

Е.В. Алмазов, Г.Э. Амеличев, А.К. Горбунов

## **НОРМИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММНЫХ КОДЕКОВ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Построение трактов передачи данных (ПД) на базе микропроцессоров в распределенных вычислительных системах требует создания высококачественных программ кодирования-декодирования. Между тем, среди разработчиков программных устройств защиты от ошибок (УЗО) имеет место ошибочная практика непосредственного переноса алгоритмов аппаратной (схемной) реализации кодеков в программу. Несмотря на то, что программы кодирования-декодирования комбинаций корректирующего кода принимаются потребителем после тестирования и отладки, часть алгоритмических и семантических ошибок в них остаются необнаруженными. Это вызвано тем, что практически очень трудно проверить программу путем “прогона” блоков информации, включающих в себя все наборы кодовых комбинаций. Для полной проверки и отладки программы декодирования, циклического кода с образующим полиномом 16-й степени контрольный пример должен содержать  $2^{16}$  неповторяющихся блоков информации. Таким образом, контрольные примеры не охватывают все возможные пути реализации программы декодирования. Отказы такой программы из-за некорректного набора входных данных вызваны тем, что она не содержит достаточного количества путей преобразования всех потоков принятой информации. Кроме того, причиной отказов программных кодеков служит наличие непроверенных маршрутов декодирования. Значительную роль в снижении надежности программ из-за ошибочного декодирования играет вычислительная среда. Перемежающиеся отказы микропроцессорной системы могут повысить вероятность необнаружения ошибки на выходе тракта ПД до величины  $10^{-3}$ , что ведет к полному отказу СПД. Если получателем данных является ЭВМ, то последствия принятия решений на основании неверной информации, искаженной из-за отказов программных кодеков в тракте ПД могут быть катастрофическими. Следовательно, разработчикам необходимы научные методы оценки оптимальности программ кодирования-декодирования.

В докладе ставится задача разработки метода оценки оптимальности программ декодирования комбинаций корректирующих кодов по критерию надежности. Оптимальной с точки зрения надежности считается такая программа декодирования, которая набор исходных данных, поступающих с максимальной вероятностью  $I_{\max}$ , преобразует по пути с минимальной вероятностью неправильного выполнения.

С целью решения оставленной задачи для заданного типа кода строится графовая модель машинного алгоритма декодирования [2]. По каждому пути реализации программы согласно графовой модели преобразуется вполне определенная группа блоков информации, обладающих общими признаками. Множество блоков информации  $N$  содержит  $m$  непересекающихся подмножеств, каждое из которых с вероятностью  $l_i (i = \overline{1, m})$  определяет набор исходных данных для декодирования по  $i$ -му пути программы. Вероятность  $l_i$  для каждого из  $m$  подмножеств неодинакова, кроме того, выполняется условие  $\sum_n^m l_i = 1$ . Из-за воздействия помех в дискретном канале связи блок передаваемой информации может перейти из одного подмножества в другое. Например, если блок  $A_i$  принадлежал  $i$ -му подмножеству с вероятностью  $l_i$ , то в результате искажения в канале он может перейти в блок  $A_k$ , который принадлежит подмножеству  $K$  с вероятностью  $l_k$ . При этом вероятность  $l_k$  может быть настолько мала, что программа декодирования не предусматривает это событие. Таким образом в программе может не быть пути преобразования блока  $A_k$ . Этот факт является одной из причин отказа программного кода из-за некорректности входного набора данных. Машинный алгоритм программы декодирования считается устойчивым к ошибкам входной информации, если он содержит число путей  $L$ , равное числу подмножеств  $m \in N$ . Равенство  $m=L$  в машинном алгоритме хотя и уменьшает количество отказов при некорректном наборе данных на входе программы, но не устраняет ошибочного декодирования из-за сбоя вычислительной среды.

Вероятность правильного однократного выполнения программы декодирования, учитывая вышеизложенное, будет равна

$$Z = l_{max} \prod_{j=2}^n (1 - g_j)^{x_j}, \quad (1)$$

где  $g_j$  – вероятность неправильного выполнения оператора  $j$ -го типа;  $x_j$  – количество операторов  $j$ -го типа (арифметических, логических, ввода-вывода, передачи управления и т.д.);  $n$  – количество типов операторов. Из выражения (1) видно, что увеличение числа операторов каждого типа ведет к уменьшению вероятности правильного однократного выполнения программы декодирования.

### Литература

[1] Форни Д. Каскадные коды. М.: Мио, 1995

**Алмазов Евгений Вячеславович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: Szenek97@gmail.com

**Амеличев Глеб Эдуардович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

В.Д. Шкилев, Л.С. Беккель

## **О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ФОРМИРОВАНИЯ ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ МЕТОК, ПОЛУЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОРАЗРЯДНЫМ СПОСОБОМ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Обнаруженные и описанные интерференционные картины от попадания электрических разрядов в бумажную мишень потребовали разработки новых подходов в формировании баз данных [1].

При создании идентификационной метки рано или поздно должна была возникнуть технология, позволяющая защищать цифровой код на материальном носителе с помощью практически неповторяемой матрицы. Стохастичность газового разряда позволяет создавать каждый раз неповторяемую матрицу, что позволяет разрабатывать новые подходы в идентификации материальных ресурсов [2].

Единство государственного документооборота может быть реализовано с помощью универсальных принципов, действующих при защите, как на материальном бумажном носителе, так и при передаче аналогичной информации в форме электронного документа и защите его с помощью электронно-цифровой подписи.

Немаловажным фактором для продолжения исследований послужил тот факт, что первоначально описанный эксперимент был проведен на специфичном высокочастотном (с частотой 200-300 Гц) высоковольтном источнике с крутыми фронтами [1]. Эксперимент проводился в ограниченном диапазоне межэлектродных промежутков (от 5 до 10 мм).

Появилась необходимость проверить, сохранятся ли интерференционные картины на мишени при использовании обыкновенного высоковольтного трансформатора, питающегося от промышленной сети в 50 Гц в диапазоне межэлектродных промежутков от 15 до 20 мм. Схема, методология эксперимента и математическая обработка результатов была аналогичной [1]. В качестве мишеней использовались бумажные носители. Каждый из разрядов быстро находил свой индивидуальный путь в межэлектродном промежутке (рис. 1). Фотографирование процесса с выдержкой в несколько секунд подтверждает неповторимость пути искрового разряда.

Полученный набор электроразрядных пятен необходимо зафиксировать и внести в базу данных для последующей идентификации [3]. Первый этап идентификации (поиск в базе данных по цифровому коду конкретного материального ресурса) легко автоматизировать с помощью того же штрих-кода. Второй этап (идентификация) – это сверка невоспроизводимой (индивидуальной) матрицы изделия с индивидуальной матрицей, хранящейся в базе данных – Центре индивидуальных идентификационных меток, который будет выдавать всем предприятиям такие метки для установки на производимые ими объекты. Такой Центр по своей методологии будет мало отли-

чататься от Центра сертификации закрытых ключей. Отчет предприятия перед государством будет отличаться от сегодняшнего не только нанесением на изделие цифрового кода, но и совмещенной с каждым цифровым кодом индивидуальной матрицы. Строить систему только на индивидуальных матрицах без цифровых кодов, не оптимально ввиду сложности распознавания образов. Если при продаже изделия обнаруживается, что под цифровым кодом находится другая индивидуальная матрица, то налоговая инспекция может бить тревогу – она обнаружила контрафактный товар.



Рис. 1. Получение стохастических невоспроизводимых меток

Существует несколько принципов создания баз данных. Первый – хорошо всем известный декартовый подход, когда каждое электроразрядное пятно (отличное по площади и конфигурации) сводится с помощью программного обеспечения в точку (рис. 2). Такой подход уместен только для технологии, основанной на внесении в материальный объект случайного (индивидуального) набора точек, следовательно, применим только для твердых (электропроводных и диэлектрических) материальных ресурсов. То, что мы воспринимали как точку в декартовой обработке, в спектральном подходе осмысливается как вершина спектрального пика. Такой подход легко объединит информационную обработку не только электроразрядной идентификации, но позволит строить единую базу данных на универсальных принципах.

Следующий подход в формировании баз данных – фазовый подход. При соединении отдельных точек на фазовой плоскости получаем фазовую траекторию. Система замкнутых фазовых траекторий образует фазовый портрет ресурса. В информационном смысле спектральные и фазовые подходы эквивалентны. Если декартовый подход основан на цифровых подходах (наборе координат случайных точек), то спектральный и особенно фазовый подход основан на сравнении образов. Декартовый подход легко автоматизировать, спектральный и фазовые подходы упираются в сложности математической теории распознавания образов. Эта теория стремительно развивается и остаются надежды, что автоматизировать можно будет и эти подходы. Сегодня последние два подхода допускают только экспертный уровень идентификации, требующий участия в принятии решения высококвалифицированного эксперта.

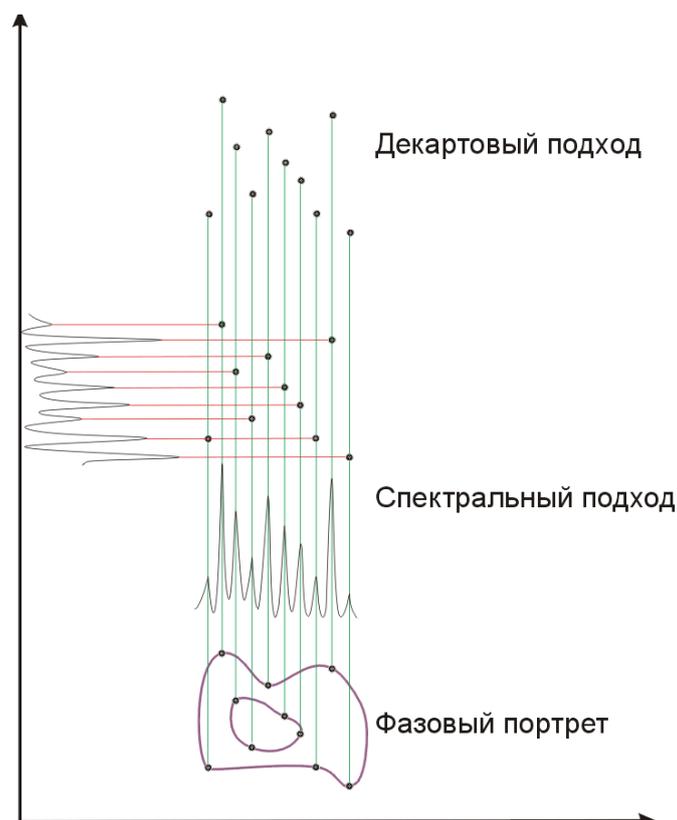


Рис. 2. Декартовый, спектральный и фазовый подходы к формированию баз данных

При проведении экспериментов проявились интерференционные картины (рис. 3, 4). Интерференционные волны формируются не источником питания, а физическим явлением – искровым разрядом, точнее неразрывным единством волнового стримера и собственно самого разряда. Появляются получающиеся интерференционные картины в результате проявления стохастичности электрического разряда [4]. Объяснение интерференционной картины стохастичностью газового разряда требует дальнейшего углубленного изучения физического процесса. Нужно создавать новое программное обеспечение, раскрывающее тонкости проявления стохастичности.

Немаловажным фактором, от которого зависят экономические и технологические аспекты предлагаемой технологии, является длительность обработки мишени. В данной серии экспериментов длительность обработки изменялась от 5-6 секунд до 2 минут с шагом 15 сек.

Сравнительный анализ подтверждает, что высочайший уровень информационной защиты реализуется даже за 5-6 секунд. Дальнейшая обработка мишени приводит к незначительному увеличению числа пятен на мишени, что объясняется попаданием разряда в сформированные ранее пятна.

Электроразрядные пятна от повторного попадания меняют свои внешние контуры и размеры. Индивидуальность каждого пятна может существенно усилить информационную неповторимость и надежность экспертной идентификации (рис.5).

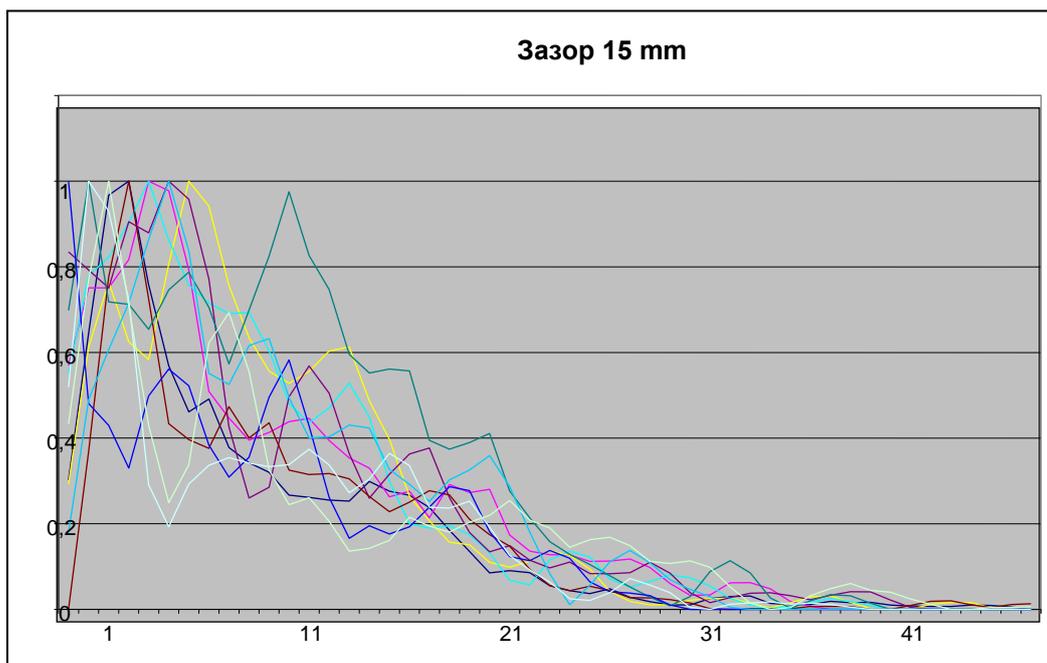


Рис. 3. Интерференционные картины при зазоре 15 мм.

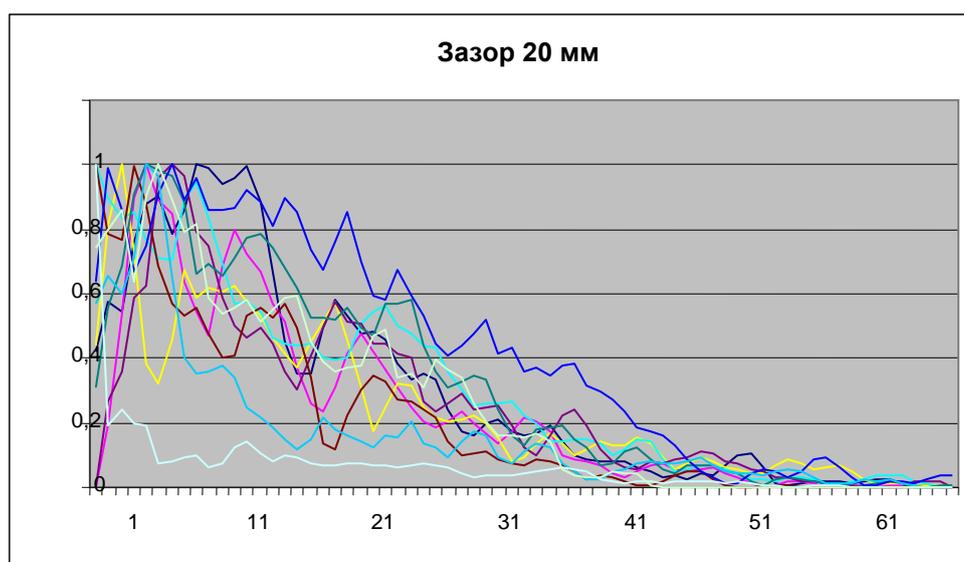


Рис. 4. Интерференционные картины при зазоре 20 мм.

Выделенный светлый квадрат на рисунке 5 при большем увеличении подтверждает индивидуальность пятен и позволяет внутри каждого пятна рассмотреть более светлый участок, который и является сквозным каналом, через который проходит электрический разряд (рис. 6). Остальная часть пятна формируется за счет испарения черного красителя.

Вероятность повтора индивидуальной матрицы, построенной на основе набора электроразрядных пятен (при допущении одинаковости форм и размеров пятен) на матрице, на несколько порядков ниже, чем вероятность повтора с учетом индивидуальности пятен.

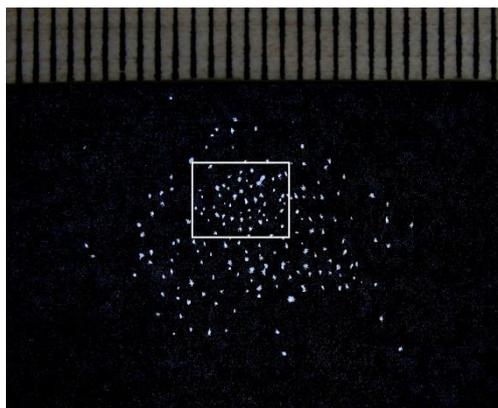


Рис. 5. Характерный набор электроразрядных пятен

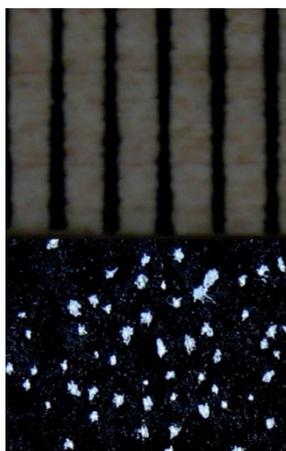


Рис. 6. Индивидуальность пятен на матрице

Тем не менее, вероятность даже в первом случае настолько незначительна, что не окажет никакого влияния на экономические взаимоотношения, и, следовательно, допускает возможность сведения каждого электроразрядного пятна к точке по известным программам обнаружения центра фигуры и декартового подхода, допускающего полную автоматизацию идентификации без участия экспертов.

### Список литературы

- [1] Шкилев В.Д., Адамчук А.Н., Недюгло В.Э. Электроразрядная технология защиты документов особой важности (строгой отчетности) // Электронная обработка материалов. – 2008. – №2. – С. 4-10.
- [2] Фейман Р.Ф. Феймановские лекции по физике. Электричество и магнетизм. – М.: Мир, 1977. – Т 5. – с.174.
- [3] Шкилев В.Д. и др. Способ идентификации материальных ресурсов // Патент Республики Молдова № 3389, MD- ВОПІ, №8, 2007, с. 51.
- [4] Подлинчук В.Ю. Стохастическая модель квантовой механики // ТМФ. – 1990. – Т. 82. – №2. – С. 208-215.

**Шкилев Владимир Дмитриевич** – д-р филос. наук, канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vladimir-shkilev@mail.ru

**Беккель Людмила Сергеевна** – ассистент кафедры "Инженерная графика" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: milla2606@rambler.ru

А.А. Камочкин, А.К. Горбунов

## О НЕКОТОРЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ В ТЕОРИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОЦЕНИВАНИЯ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

При изучении задачи последовательного оценивания можно рассматривать два подхода. В минимаксной постановке предполагается, что среднее время наблюдения  $M_\theta \tau$  где  $\tau$  – момент окончания наблюдений,  $\theta$  – неизвестное оцениваемое значение параметра при всех допустимых  $\theta, \theta \in \Theta$ , удовлетворяет соотношению

$$M_\theta \tau \leq n, (\theta \in \Theta) \quad (1)$$

Критерием же например, среднеквадратичным/ качества оценок является величина

$$R_m((\tilde{\theta}, \tau), U, n) = \sup_{\theta \in U} M_\theta (\tilde{\theta} - \theta)^2, \quad (2)$$

вычисляемая для различных открытых множеств  $U \subset \Theta$ . Здесь  $\tilde{\theta}$  – оценка параметра  $\theta$ , вычисленная в случайный момент  $\tau$ . При этом представляет интерес сравнение в смысле величины риска (2) всевозможных пар  $(\tilde{\theta}, \tau)$ , удовлетворяющих (1), со всеми непоследовательными оценками  $\tilde{\theta}_n = \tilde{\theta}_n(X_1, \dots, X_n)$ . Рассмотрим, в частности, последовательность наблюдений  $X_1, \dots, X_n, \dots$ , образующих стационарную эргодическую цепь Маркова.

Предположим, что для величины  $I_{(X, \theta)} = \int \frac{(P'_\epsilon(X, Y, \theta))^2}{P(X, Y, \theta)} dy$  /аналога информационного количества Фишера для переходной плотности  $P(X, Y, \theta)$  /разность  $\alpha_n(X, \theta) = M_{X, \theta} I(X_n, \theta) - M_\theta I(X_1, \theta)$  удовлетворяет одному из следующих условий:

$\lim_n \sup_\theta \sup_X |\alpha_n(X, \theta)| = 0$ , либо  $|\alpha_n(X, \theta)| \leq g(X, \theta) / n^{1+\epsilon}$ , ( $\epsilon > 0$ ), где  $\sup_\theta M_\theta g(X_1, \theta) < \infty$ . Пусть

кроме того переходная плотность достаточно гладко зависит от  $\theta$ . Тогда для любого открытого множества  $U \subset \Theta$

$\lim_n \sup_{\tilde{\theta}_n} \inf_{(\tilde{\theta}, \tau)} n \left\{ \sup_{\theta \in U} M_\theta (\tilde{\theta} - \theta)^2 - \sup_{\theta \in U} M_\theta (\tilde{\theta}_n - \theta)^2 \right\} \geq 0$ , где  $\inf$  берётся по всем  $(\tilde{\theta}, \tau)$ , удовлетворяющим (1). По видимому, этот результат может

быть обобщён и на любые степенные функции потерь  $|\tilde{\theta} - \theta|^\alpha$ . В качестве иллюстрации рассмотрим цепь Маркова  $X_{i+1} = \theta X_i + \xi_{i+1}, i = 1, 2, \dots$ , /модель авторегрессии/, где  $\xi_i$  – независимые гауссовские случайные величины  $(0, \sigma^2)$ ,  $|\theta| < 1$ . Тогда, если  $\tilde{\theta}_n$  – оценка максимального правдоподобия параметра  $\theta$ ,  $\tilde{\theta}_n = \sum_1^{n-1} X_i X_{i+1} / \sum_1^n X_i^2$ , то  $\lim_n \sup_{\tilde{\theta}_n} \inf_{(\tilde{\theta}, \tau)} n \left\{ \sup_{\theta \in U} M_\theta (\tilde{\theta} - \theta)^2 - \sup_{\theta \in U} M_\theta (\tilde{\theta}_n - \theta)^2 \right\} \geq 0$ . Здесь  $U$  – произвольное открытое множество,  $U \subset (-1, 1)$ .

Другой подход – байесовский – состоит в введении априорной плотности  $\pi(\theta)$ . При этом предполагается, что

$$\int_{\Theta} \pi(\theta) M_{\theta} \tau \alpha \theta \leq n, \quad (3)$$

и качество оценки для степенных функций потерь  $|\tilde{\theta} - \theta|^{\alpha}$  измеряется величиной  $R_B((\tilde{\theta}, \tau), \alpha, n) = \int_{\Theta} \pi(\theta) M_{\theta} |\tilde{\theta} - \theta|^{\alpha} \alpha \theta$ , ( $\alpha > 0$ ), где  $\tau$  удовлетворяет (3). Ниже мы считаем, что  $\Theta \subset R^1$  – конечный или бесконечный интервал. Оказывается, с байесовской точки зрения асимптотический выигрыш может быть получен даже для независимых наблюдений  $X_1, \dots, X_n, \dots$ . Точнее, при весьма общих предположениях типа существования и ограниченности информационного количества  $I(\theta)$  справедлива следующая оценка:

$$\lim_n \inf_{(\tilde{\theta}, \tau)} n^{\alpha/2} R_B((\tilde{\theta}, \tau), \alpha, n) \leq C_{\alpha} \left\{ \int \frac{\pi(\theta) \alpha \theta}{I(\theta)^{\alpha/2 + \alpha}} \right\}^{\frac{2+\alpha}{2}}, \quad (4)$$

где  $C_{\alpha} = \frac{2^{\alpha/2} \Gamma((\alpha+1)/2)}{\sqrt{\pi}}$ . С другой стороны,

$$\lim_n \inf_{(\tilde{\theta}, \tau)} n^{\alpha/2} R_B((\tilde{\theta}, \tau), \alpha, n) \geq C_{\alpha} \int \frac{\pi(\theta) \alpha \theta}{I(\theta)^{\alpha/2}}. \quad (5)$$

Таким образом, в байесовской постановке последовательное оценивание асимптотически эффективнее непоследовательного за исключением случая, когда  $I(\theta) = const$  п.в. по мере с плотностью  $\pi(\theta)$  / равенство между правыми частями (4) и (5) /.

Если цепь Маркова  $X_1, \dots, X_n, \dots$  не является эргодической, то в отличие от ситуации, рассмотренной в пп. I-II, последовательное оценивание параметра может привести к выигрышу и в минимальной постановке.

### Список литературы

[1] И.И. Гихман, А.В. Скороход. Теория случайных процессов. М "Наука" 1992

**Камочкин Артем Александрович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kamochkin2017@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Д.А. Белоногов, А.К. Горбунов

## **О НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ОЦЕНИВАНИИ НЕКОТОРЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ.**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Отмечается алгоритмическая общность точечного оценивания и вычисления тестовых статистик при непараметрической постановке задач. Сравнивают известный и новый метод непараметрического оценивания нелинейных функционалов. Указывается на существование нового класса асимптотически оптимальных непараметрических тестов.

### **1. Статистическое использование информационных функционалов**

Практическое использование оценок информационных функционалов может преследовать одну из двух целей. Первая состоит в том, чтобы использовать эти оценки для измерения определённых характеристик информационных систем (энтропия, шэнноновское и фишеровское количества информации и т.п.). Этой цели соответствует статистическая задача оценки параметров. Вторая цель - использовать различие тех или иных функционалов при разных распределениях для проверки гипотез. Учитывая, что всякая тестовая статистика есть оценка некоторого функционала, можно усмотреть много общих статистических проблем для обоих случаев. В непараметрической постановке это родство проявляется ещё сильнее, т.к. при этом вообще исчезает различие между оцениванием функционала и вычислением тестовой статистики.

### **2. Два типа непараметрических оценок нелинейных функционалов**

Ряд функционалов информационного типа имеет вид

$$J = \int F[g(x), g'(x), \dots] g(x) dx,$$

где  $F$  – известная функция,  $g$  – плотность, которая в непараметрическом случае считается неизвестной. Существует два способа получения непараметрических оценок функционалов такого типа. Первый состоит в непосредственной постановке в (1) непараметрических оценок плотности и её производных и выполнения интегрирования (будем называть такие оценки “прямыми”). Второй способ сводится к постановке непараметрических оценок плотности и её производных только в функцию  $F$  и дальнейшему построению соответствующих  $U$  - статистик (результатирующие оценки будем называть “квази - $U$ -статистиками”). Использование различных типов непараметрических оценок плотности порождает различные классы оценок функционалов. Их исследование приводит к следующим результатам.

1. Если используются оценки плотности и её производных, введенные Розенблаттом, Парзенем и Бхаттачарья, то и прямые оценки, и квази- $U$ -статистик являются асимптотически несмещёнными и сходящимися к  $J$  в среднеквадратическом; кроме того, доказана их сходимость с вероятностью единица. Сравнение этих оценок показывает, что квази- $U$ -статистик обладают преимуществами перед прямыми оценками: а) хотя обе они асимптотически несмещены, смещение квази- $U$ -статистик всегда меньше смещения прямой оценки; б) хотя асимптотически дисперсии обеих оценок имеют порядок  $CN^{-1}$ , константа  $C$ , зависящая от вида  $J$ , для квази- $U$ -статистики более удобны при вычислениях, т.к. имеют простую аддитивную структуру и не требуют выполнения интегральных операций, необходимых для получения прямых оценок.

2. При пользовании такими непараметрическими оценками плотности, как гистограмма или полиграмма (что возможно при отсутствии производных в  $F$ ), прямые оценки и квази- $U$ -статистики асимптотически эквивалентны. Основные свойства таких оценок: а) оценки на гистограмме хотя и имеют стремящуюся к нулю дисперсию, обладает смещением от независимого распределения; б) оценки на полиграмме в зависимости от вида функции  $F$ , либо являются асимптотически нормальными,  $N(A, CN^{-1})$ , где  $A$  - смещение, зависящее от вида функционала,  $C < \infty$ , либо подчинены распределению, не обладающему конечными моментами.

### **3. Класс тестов, порождаемый непосредственным оцениванием рангового отношения правдоподобия**

Благодаря ряду положительных качеств ранговых тестов (непараметричность по уровню значимости, робастности по мощности, асимптотическая оптимальность при определённых условиях, простота вычисления тестовых статистик), они привлекают большое внимание теоретиков и экспериментаторов. К сожалению, оптимальные ранговые тесты в большинстве случаев построить не удаётся из-за чисто технической трудности вычисления вероятности рангового вектора при альтернативе. Основные достижения теории ранговых тестов получены путем рассмотрения локально наиболее мощных тестов, порождаемых первым членом в разложении рангового отношения правдоподобия в ряд Тейлора. До сих пор почему-то оставался вне поля зрения прямой путь получения тестов за счет непосредственного оценивания рангового отношения правдоподобия. Продемонстрируем такую возможность на примере одновыборочной задачи. Ранговое отношение правдоподобия в этом случае запишется как

$$L(\{R_i\}) = N! \int_1 dG(x_1, \dots, x_N),$$

где  $G$ - альтернативное распределение,  $I$ -область значения в  $X^N$ , соответствующая данному ранговому вектору  $\{R_I\}$ . Пользуясь понятием антиранга, конкретизируем  $I$ :

$$L(\{R_i\}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{x_{d_1}}^{\infty} \left[ \dots \int_{x_{d_{N-1}}}^{\infty} dG(x_1, \dots, x_N) \right] = \int_{X^N} \prod_{R=1}^N C(x_{d_R} - x_{d_{R-1}}) dG(x_1, \dots, x_N),$$

здесь  $d_R$  – антиранг,  $C(t) = \{I: t \geq 0; 0: t < 0\}$ , интегрирование в последнем интеграле ведется по всему пространству  $X^N$ . Последнее выражение является (в частности,  $U$ -статистикой). Всякая состоятельная оценка этого функционала будет порождать соответствующий тест. При непараметрическом оценивании тест будет обладать большой универсальностью, однако, его мощностные свойства подлежат дальнейшему исследованию.

### Список литературы.

[1] И.И. Гихман, А.В. Скороху Стохастические дифференциальные уравнения. “Наука”, М., 1992

**Белоногов Дмитрий Александрович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: V.Rous@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Е.Г. Копанова, Д.И. Петрухин, А.К. Горбунов

## **О ПРИМЕНЕНИИ МАТРИЧНЫХ ПРОИЗВОДЯЩИХ ФУНКЦИЙ К ОЦЕНКЕ ВЕРНОСТИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

При расчетах показателей верности передачи информации по каналам, модель источника ошибок в которых описывается на основе цепей Маркова, явное выражение рассматриваемых распределений обычно имеет довольно громоздкий вид. Непосредственные расчеты обычно удобнее вести на основе матричных производящих функции, которые довольно просто позволяют получать рекуррентные, приближенные и асимптотические формулы. Покажем это путем расчета распределения времени передачи сообщения в системе связи с переспросом и возвращением.

В этой системе по каналам обоих направлений передаются комбинации длины  $n$ , каждая из которых содержит сигнал обратной связи – подтверждение или переспрос (для кодирования сигнала обратной связи могут использоваться специальные позиции комбинации, либо сигналом подтверждения может служить передача кодовой, а сигналом переспроса – не кодовой комбинации). Комбинации, в которых имеется сигнал подтверждения, содержит также информацию, защищенную кодом с обнаружением ошибок. Комбинации, в которых имеется переспрос, другой информации не содержит. Примем время передачи комбинации длины  $n$  за единицу. При получении комбинации с переспросом, либо при обнаружении ошибок, эта  $M - 1$  последующих комбинаций стираются, а по обратному каналу посылается комбинация с переспросом и продолжается передача информации с возвращением на  $M - 1$  комбинаций.

Если же в принимаемой комбинации содержится сигнал подтверждения, то по обратному каналу передается очередная комбинация с сигналом подтверждения.

По этой системе передаются сообщения, кодируемые в  $K$  комбинаций. Если в сообщении обнаружены ошибки, то время  $L$ , необходимое для его передачи при отсутствии переспросов, увеличивается на величину  $\gamma M$ , где  $\gamma$  случайная величина, равная числу переспросов комбинаций рассматриваемого сообщения, пока все они не будут приняты без обнаруженных ошибок. Наша цель – найти распределение  $p(\gamma)$  вероятностей того, что время передачи сообщения равно  $L + \gamma M = T_\gamma$ . Это распределение для канала без памяти найдено. В настоящей работе расчеты ведутся методом матричных производящих функций по модели источника ошибок, согласно которой состояния источника ошибок в прямом и обратном каналах об-

разуют стационарную цепь Маркова с матрицей переходных вероятностей  $P$  и матрицами  $\varepsilon_m = \text{diag} \{ \varepsilon_{im} \}$ ,  $m = 1, 2$  условных вероятностей ошибок в прямом ( $m = 1$ ) и обратном ( $m = 2$ ) каналах.

Обозначим через  $G$  матрицу,  $(i, j)$ -й элемент которой равен вероятности того, что цепь Маркова перейдет из состояния  $i$  на позиции, предшествующей передаче комбинации, в состояние  $j$  на последней позиции этой комбинации прямого и обратного каналов ошибки не обнаружены. Справедлива оценка

$$G \approx \prod_{m=1}^2 \left\{ S_{mn}(0) + [P^n - S_{mn}(t < d)] 2^{-rm} \right\} \quad (1)$$

где  $r_m$  – число проверочных символов,  $d_m$  – кодовое расстояние кода, используемого в  $m$  – канале.

$$S_{mn}(t < d) = \sum_{t=0}^{d_m-1} S_{mn}(t) \quad (2)$$

матрицы  $S_{mn}(t)$  имеет производящую функцию

$$\phi_{mn}(z) = \sum_{t=0}^n S_{mn}(t) z^t = (A_m + B_m Z)^n \quad (3)$$

где  $A_m = P(E - \varepsilon_m)$ ,  $B_m = P\varepsilon_m$ . Из предыдущей формулы следует, что матрицы  $S_{mn}(t)$  удовлетворяют соотношениям

$$S_{mn}(t) = \sum_{t_1} S_{mn_1}(t_1) S_{m, n-n_1}(t-t_1) \quad (4)$$

которое удобно использовать для расчетов на ЭВМ.

Если матрицы  $A_1, A_2$  примитивные, то при  $n \rightarrow \infty$  справедливы асимптотические формулы

$$S_{mn}(t) \approx \left[ -\Delta'(z_{m_1}) \right]^{-t-1} C_m(z_{m_1}) \left[ B_m C_m(z_{m_1}) \right]^t z_{m_1}^{-n-1} \quad (5)$$

где  $z_{m_1}$  – наименьший по модулю корень многочлена  $\Delta_m = \det(E - zA_m)$ ,  $C_m(z)$  – матрица, присоединенная к  $E - A_m z$ .

Обозначим через  $S(\gamma, k)$  матричную вероятность того, что время передачи сообщения из  $K$  блоков равно  $T_\gamma$ , т.е. матрицу,  $(i, j)$ -й элемент которой представляет собой вероятность перехода цепи Маркова из состояния на позиции  $t_0$ , предшествующей передаче рассматриваемого сообщения в состояние  $j$  на позиции  $nT_\gamma + t_0$  и при этом время передачи сообщения равно  $T_\gamma$ . Можно показать, что матрицы  $S(\gamma; K)$  имеют производящую функцию вида:

$$\psi(z) = \sum_{\gamma=0}^{\infty} S(\gamma; K) z^{\gamma} = \left[ (E - GR^{M-1}z)^{-1} H \right]^K \quad (6)$$

где  $R = P^n$ ,  $H = R - G$ . Из этой формулы следует соотношения

$$S(\gamma; K) = \sum_{\gamma_1} S(\gamma_1; K_1) S(\gamma - \gamma_1; K - K_1) \quad (7)$$

и, в случае когда матрица  $G$  примитивная, получаем асимптотические оценки

$$S(\gamma; K) \approx [-\Delta'(z_1)]^{-K} [B(z_1)H]^K \frac{\gamma^{K-1}}{(K-1)!} z_1^{-\gamma} \quad (8)$$

где  $z_1$  – наименьший по модулю корень многочлена  $\Delta(z) = \det(E - Gz)$ ,  $B(z)$  – матрица, присоединенная к  $E - Gz$ .

Интересующее нас распределение  $p(\gamma)$  вероятностей того, что время передачи сообщения составит  $T_{\gamma}$  определяется по формуле

$$p(\gamma) = S_0 S(\gamma; K) I \quad (9)$$

где  $S_0$  – матрица-строка начальных вероятностей,  $I$  – матрица-столбец из единиц.

В заключение отметим, что предлагаемые методы расчета и найденные выше матрицы могут быть использованы для оценки многих распределений, характеризующих вероятность передачи информации по каналам, модель источника ошибок в которых описывается на основе цепей Маркова. Например, вероятность того, что в смежных блоках длинны  $n_1, n_2, \dots, n_v$  первого канала возникнет  $t_1, t_2, \dots, t_v$  ошибок, может быть найдена по формуле

$$P_{n_1 n_2 \dots n_v}(t_1, t_2, \dots, t_v) = S_0 S_{1n_1}(t_1) S_{1n_2}(t_2) \dots S_{1n_v}(t_v) I \quad (10)$$

где матрицы  $S_{1n}(t), S_0, I$  определены выше.

### Список литературы

[1] Дж. Вольфовиц. Теоремы кодирования теории информации – М. «Мир», 1991.

**Копанова Екатерина Геннадьевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kopanovaekaterina@gmail.com

**Петрухин Дмитрий Игоревич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: petrukhindima97@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

В.Д. Шкилев, А.П. Коржавый

## О ТОРСИОННЫХ ПОЛЯХ И ВИХРЕВЫХ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКТОРАХ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Одним из первых мыслителей (после Трисмегиста, Аристотеля и Пифагора), который обратился к вихревому пониманию, как одному из важнейших свойств мироздания, был основатель диалектики – Гегель, который не был символистом и который все свое учение изложил в своем многотомье на вербальном уровне. Все его многотомье на символьном уровне можно представить в виде относительно простой вихревой монады [1], (Рис. 1), которая смогла скомпактифицировать всю вербальную информацию его учения. Такая монада, обладает всеми вихревыми признаками и готова к раскрытию как понятия «торсионные поля», так и «геометрической квантовой матрицы».

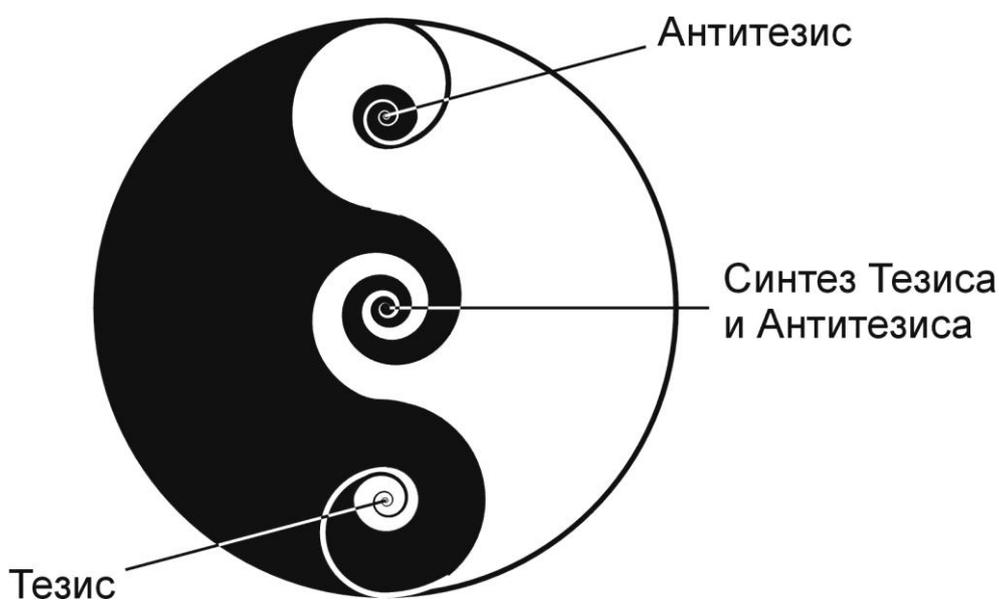


Рис. 1. Монада, как символ учения диалектики Гегеля.

В науке согласно диалектическому учению Гегеля, обязаны существовать «тезис» и «антитезис». И только их взаимодействие, со временем рождает такое понятие как «синтез тезиса и антитезиса». Подавив административным решением «антитезис» или создав комиссию по борьбе с «лженаукой», мы не помогаем развитию науки, а наоборот, полностью исключаем возможность формирования более глубокого понятия «синтеза тезиса и антитезиса», которое ближе к истине, чем отдельно «тезис» и «антитезис».

До наших дней дошли только отдельные фразы более древнего, чем Гегель, мыслителя древности - Пифагора. Одна из них звучит так – «Монада – это все»

И в это «все» входит действительно все, даже эволюция развития термоядерных реакторов. Как известно, Россия и ЕС сосредоточились на токамаках, а США на стелляторах. Международный проект ITER (ИТЕР), строящийся сегодня во Франции, предназначен для удержания плазмы в течение 360 секунд и основан на идее токамака. На эту идею все страны ЕС, Японии, США и России [2] уже потрачено более десяти миллиардов долларов. Хочется пожелать руководителям проекта ITER удержания плазмы в течение 6 минут, но диалектика Гегеля и монада подсказывает, что этот проект не соответствует законам мироздания, а, следовательно, не будет получен новый интеллектуальный продукт и не будет получена устойчивая плазма в течение запланированного периода. Новый генеральный директор проекта Бернар БИГО делает упор на менеджмент при реализации проекта и гордо заявляет, что для Проекта ИТЕР нет «плана Б». Менеджмент это конечно важно, но только при условии правильного понимания законов существования мироздания.

Диалектика Гегеля и монада убеждают нас в том, что «план Б» просто обязан быть, тем более, что проблем в электроэнергетике и так достаточно [3].

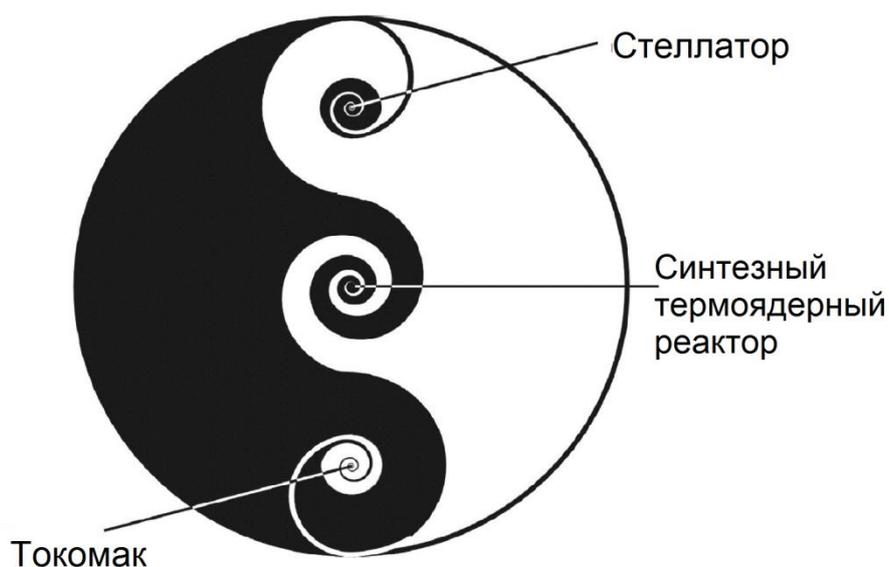


Рис. 2. Монада как символ рождения синтезного термоядерного реактора.

Первый шаг в формировании «плана Б» уже сделан [4] и предложен реактор в котором активная зона реактора выполнена в виде вихревого тора.

#### Формула изобретения

1. Термоядерный реактор, содержащий активную зону в виде тора, систему охлаждения, систему магнитных ловушек плазмы и систему управления, отличающийся тем, что **активная зона выполнена в виде вихревого тора**, система охлаждения выполнена в виде проточно-испарительного теплообменника, имеющего также **форму вихревого тора**, эквидистантно расположенного относительно активной зоны, а часть магнитных ловушек размещена между витками вихревого тора.

2. Термоядерный реактор по п.1, отличающийся тем, что активная зона снабжена двумя типами магнитных ловушек, согласованных в работе между собой, причем один тип магнитных ловушек равномерно распределен по поверхности вихревого тора, а второй установлен по его оси.

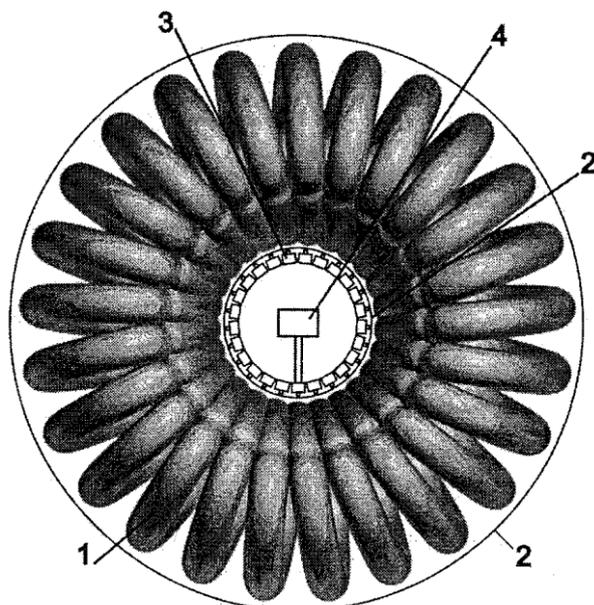


Рис. 3. Вихревой термоядерный реактор.

Помимо снятия ряда проблем по устойчивости плазмы, выбор активной зоны в виде вихревого тора позволят существенно увеличить объем активной зоны и увеличить площадь теплообмена, что снимает ряд технологических ограничений по организации теплоотвода от активной зоны 1 и других элементов инженерного назначения, которые трудно вписываются в активную зону с простым тором.

Проблема устойчивости плазмы может быть существенно упрощена за счет использования парного числа плазменных шнуров [5]. Не раскрывая всего замысла в целом, остановимся на главной идеи такого реактора. Известно (закон Ампера), что два проводника, по которым протекает ток в противоположных направлениях, отталкиваются друг от друга. Этими же свойствами обладают и два плазменных шнура с противоположным направлением тока. Фактически идея повторяет и структуру ДНК, которая способна хранить устойчиво генетическую информацию в виде двойной спирали. Но в данном случае можно говорить о более устойчивой конфигурации плазмы, которую можно назвать энергетической плазменной ДНК.

Проблема устойчивости плазмы, которую пытались решить только с помощью сверхпроводящих магнитных ловушек, существенно упрощается за счет своеобразной «магнитной пружины», состоящей из двух плазменных шнуров с противоположным направлением тока. Все проблемы с разными типами неустойчивости плазмы берет на себя «магнитная пружина», а задача, стоящая перед магнитными ловушками, сводится к гораздо более

простой – к выталкиванию каждого спирального энергетического плазменного шнура навстречу друг другу и недопущению «оседания» плазмы на стенках активной зоны, которая может быть выполнена как в виде простого, так и вихревого тора.

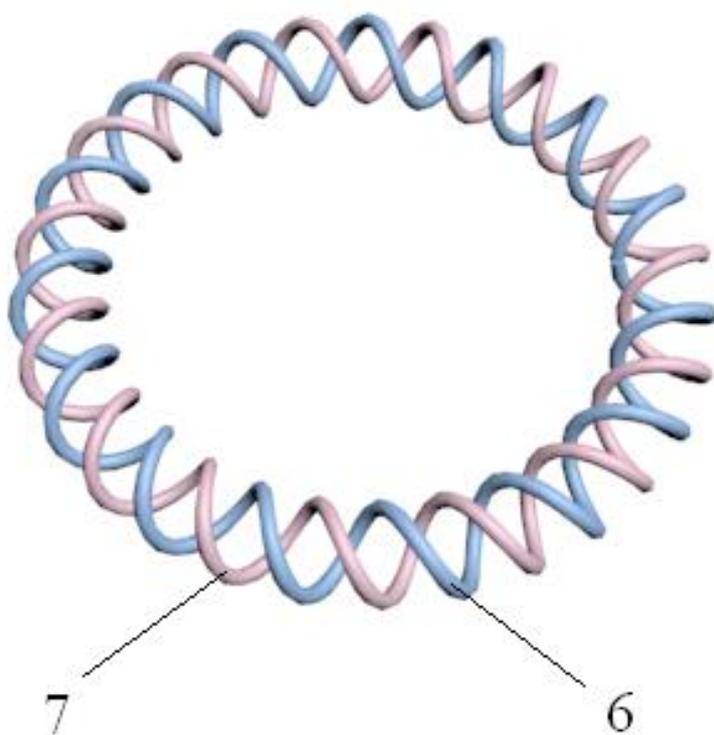


Рис. 4. 6 и 7 – два плазменных шнура с противоположным направлением тока.

#### Список литературы

- [1] Шкилев В.Д. Монадная модель мироздания // Альманах современной науки. – 2012. – №2 (57). – С. 34-40.
- [2] Федеральная целевая программа РФ «Международный термоядерный реактор ИТЭР»
- [3] Коржавый А.П. Проблемы зарубежной и отечественной нетрадиционной электроэнергетики // Научные технологии. – 2012. – Т. 13. – С. 73-78.
- [4] Шкилев В.Д., Бойко А.Н. Термоядерный реактор// Патент РФ №2535263, кл. G21B1/00 от 2015 г.
- [5] Шкилев В.Д. Термоядерный реактор с парным числом плазменных шнуров // Заявка №2016107876 G21B1/00 с приоритетом от 2016 г.

**Шкилев Владимир Дмитриевич** – д-р филос. наук, канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vladimir-shkilev@mail.ru

**Коржавый Алексей Пантелеевич** – д-р техн. наук, профессор кафедры "Промышленная экология и химия" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: milla2606@rambler.ru

А.К. Горбунов, К.А. Хатамова

## ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ АНАЛИЗА СИСТЕМ С ПЕРЕСПРОСОМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Предлагается метод расчёта характеристик систем одностороннего и двустороннего действия с обратной связью, основанный на использовании некоторых результатов теории графов.*

Для большинства известных алгоритмов передачи дискретных сообщений по системам с обратной связью (с переспросом) точные значения вероятностных характеристик и скорости передачи удалось определить лишь при условии использования идеального (без шумов и без задержки) обратного канала. Только для нескольких очень простых алгоритмов были получены указанные характеристики при условии независимого поражения комбинаций и сигналов, передаваемых по прямому и, соответственно, обратному каналам. Ниже предлагается метод анализа систем с переносом при передаче сообщений по каналам с ограниченной памятью, основанный на использовании графов.

Рассмотрим передачу дискретных сообщений по прямому и обратному стационарным дискретным каналам с ограниченной памятью, т.е.  $P(Y|Y_{-1}, \dots, Y_{-(k_n+x)}) = P(Y|Y_{-1}, \dots, Y_{-k_n})$  и  $P(y|y_{-1}, \dots, y_{-(k_0+x)}) = P(y|y_{-1}, \dots, y_{-k_0})$  для всех  $x > 0$ . При этом  $Y \in \{Y\}_{\overline{1,M}}$  и  $y \in \{y\}_{\overline{1,m}}$ , где  $\{Y\}_{\overline{1,M}}$  и  $\{y\}_{\overline{1,m}}$  множества (мощности  $M$  и  $m$ ) событий, имеющих место при приеме комбинаций длины  $n$  и сигналов обратной связи, передаваемых соответственно по прямому и обратному каналу. В качестве вероятностных характеристик системы выберем вероятности приема сообщения ровно один раз без ошибок ( $P\{\mu=1,G\}$ ) и с необнаруженными ошибками ( $P\{\mu=1,F\}$ ) и вероятности неполучения ( $P\{\mu=0\}$ ) и получения сообщения получателем более чем один раз ( $P\{\mu>1\}$ ). Предлагаемый метод анализа заключается в следующем.

1. Для заданного алгоритма строятся графы приема-передачи сообщения, описывающие процесс передачи сообщения по системе при различных начальных условиях его передачи  $s_\nu \in S$ ,  $\nu = \overline{1,N}$  и заданных характеристик каналов связи. При этом количество таких графов определяется числом  $N$  различных начальных условий  $s_\nu$ , при которых осуществляется первая передача заданного сообщения по системе. Очевидно, что  $N = cm^k \cdot M^{k_n}$ , где  $c$  – некоторая константа.
2. По построенным графам, с учётом операций их преобразования, находятся условные вероятности  $p(s_\nu | s_u)$ ,  $s_\nu$  и  $s_u \in S$  и строится

матрица  $P = \|p(s_\nu | s_\mu)\|_{\mu=\overline{1,N}}^{\nu=\overline{1,N}}$ , по которой определяются финальные вероятности  $P(s_\nu)$ ,  $\nu = \overline{1,N}$ .

3. По построенным графам находятся условные вероятности  $P\{\mu=1, G | s_\nu\}$ ,  $P\{\mu=1, F | s_\nu\}$ ,  $P\{\mu=0 | s_\nu\}$  и  $P\{\mu > 1 | s_\nu\}$  для всех  $s_\nu \in S$ , а затем находятся вероятностные характеристики по формуле  $P\{\cdot\} = \sum_{s_\nu \in S} P(s_\nu) P\{\cdot | s_\nu\}$ .

4. По графам находятся условные производящие функции  $P_{s_\nu}(t)$  для вероятностей окончания передачи сообщения после  $\ell$  его передачи по прямому каналу и определяется среднее время передачи сообщения по системе по формуле

$$\bar{n} = (n + \Delta n) \sum_{s_\nu \in S} P(s_\nu) \left[ \frac{d}{dt} P_{s_\nu}(t) \right]_{t=1},$$

где  $\Delta n$  - время между концом передачи предыдущей и началом передачи последующей комбинации, передаваемых по прямому каналу.

Предложенный метод расчетов примени почти ко всем известным системам с переспросом с неограниченной задержкой сообщения при передаче. Из описания метода следует, что наиболее сложной частью является построение графов приема-передачи сообщения при заданном алгоритме. Однако, для преодоления этой трудности может быть использована ЭВМ.

Для случая независимого поражения комбинаций линейного  $(n, k)$  кода, передаваемых по прямому и обратному каналам, с использованием вышеописанного метода удалось проанализировать большое число алгоритмов, из числа известных, используемых в системе двустороннего действия с переспросом.

### Литература:

[1] W.H. Huggins, Signal-flow and random signals. Proc. of the IRE, vol 99, num. 1, January 2012.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Хатамова Камила Алишеровна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kamillacher2014@gmail.com

К.К. Таирова, Н.М. Сафронов, А.К. Горбунов

## ОБ ОПТИМАЛЬНОМ КОДИРОВАНИИ И ДЕКОДИРОВАНИИ В СИСТЕМАХ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Приведем один из полученных в этом направлении результатов.

Пусть  $\theta = (\theta_t), 0 \leq t \leq T$ , гауссовско-марковский (вообще говоря, не-стационарный) процесс, удовлетворяющий уравнению

$$d\theta_t = a(t)\theta_t dt + b(t)dw_t, \quad (1)$$

где  $w = (w_t), 0 \leq t \leq T$ , стандартный винеровский процесс,  $|a(t)| \leq K, K < \infty$ , случайная величина  $\theta_0$  не зависит от  $w, \theta_0 \sim N(m, \gamma)$ .

Принятое (на выходе канала) сообщение  $\xi = (\xi_t), 0 \leq t \leq T$ , предполагается удовлетворяющим уравнению

$$d\xi_t = [A_0(t, \xi) + A_1(t, \xi)\theta_t]dt + d\tilde{w}_t, \xi_0 = 0, \quad (2)$$

где  $\tilde{w} = (\tilde{w}_t), 0 \leq t \leq T$ , винеровский процесс, не зависящий от  $w$ , а кодирующие функции  $A_0(t, \xi), A_1(t, \xi)$  предполагаются неантисипативными (т.е.  $\mathcal{F}_t^\xi = \sigma\{\xi_s, s \leq t\}$  измеримыми при каждом  $0 \leq t \leq T$ , и такими, что  $\sup_{t \leq T, x \in C} |A_1(t, x)| < \infty, C$  – пространство прерывных на  $[0, T]$  функций,  $P\left\{\int_0^T A_0^2(t, \xi)dt < \infty\right\} = 1$ .

Кодирующие функции  $(A_0, A_1)$  предполагаются удовлетворяющими при каждом  $0 \leq t \leq T$  энергетическому ограничению

$$M[A_0(t, \xi) + A_1(t, \xi)\theta_t]^2 \leq P, \quad (3)$$

где  $P$  – заданная константа.

Пусть  $\hat{\theta}_t(\xi)$  – оценка (иначе – декодирование)  $\theta_t$  по значениям  $\xi_0^t = \{\xi_s, s \leq t\}$ , с  $M\hat{\theta}_t^2 < \infty, 0 \leq t \leq T$ . Обозначим

$$\Delta(t) = \inf_{(A_0, A_1)\hat{\theta}} \inf M[\theta_t - \hat{\theta}_t(\xi)]^2, \quad (4)$$

Минимально возможную ошибку “воспроизведения” сигнала  $\theta_t$ , где  $\inf$  берется по всем допустимым кодированиям и декодированиям.

Ясно, что для любого кодирования  $(A_0, A_1)$  оптимальное декодирование есть апостериорное среднее  $m_t(\xi) = M(\theta_t | \mathcal{F}_t^\xi)$ . Так что основная трудность состоит в отыскании оптимального кодирования (если таковое, конечно, существует).

Теорема. 1. В схеме (1)-(3) существуют оптимальные кодирования  $(A_0^*, A_1^*) = (A_0^*(t, \xi^*), A_1^*(t, \xi^*))$  и оптимальное декодирование  $m^* = (m_t^*(\xi^*)), 0 \leq t \leq T$ .

2. Оптимальное сообщение  $\xi^* = (\xi_t^*), 0 \leq t \leq T$  оптимальное декодирование  $m^* = (m_t^*(\xi^*)), t \leq T$  описывается уравнениями

$$d\xi_e^* = \sqrt{\frac{P}{\Delta(t)}} [\theta_t - m_t^*] dt + d\tilde{w}_t, \xi_0^* = 0, \quad (5)$$

$$dm_t^* = a(t)m_t^* dt + \sqrt{P \cdot \Delta(t)} d\xi_t^*, m_0^* = m, \quad (6)$$

(так что  $A_1^*(t, \xi^*) = \sqrt{\frac{P}{\Delta(t)}}$ ,  $A_0^*(t, \xi^*) = -A_1(t, \xi^*)m_t^*$ ), где минимальная ошибка воспроизведения  $\Delta(t)$  удовлетворяет линейному уравнению

$$\dot{\Delta}(t) = [2a(t) - P]\Delta(t) + \mathcal{B}^2(t), \Delta(0) = \gamma, \quad (7)$$

(и следовательно,

$$\Delta(t) = \gamma \cdot \exp \left[ \int_0^t (2a(s) - P) ds \right] + \int_0^t \mathcal{B}^2(s) \cdot \exp \left[ \int_s^t (2a(u) - P) du \right] ds, \quad (8)$$

3. Если обратная связь не используется, то минимальная среднеквадратическая ошибка воспроизведения  $\Delta_0(t)$  удовлетворяет уравнению

$$\dot{\Delta}_0(t) = 2a(t)\Delta_0(t) - \frac{P}{D \cdot \theta_t} \Delta_0^2(t) + \mathcal{B}^2(t), \Delta_0(0) = \gamma.$$

Пример 1. Если  $a(t) \equiv \mathcal{B}(t) = 0$ , т.е.  $\theta_t \equiv \theta \sim N(m, \gamma)$ , то получаем известные результаты ([2] – [4]):

$$\Delta(t) = \gamma e^{-Pt}, \Delta_0(t) = \frac{\gamma}{1+Pt}$$

Пример 2. Если  $a(t) \equiv -1$ ,  $\mathcal{B}(t) \equiv 1$ ,  $M\theta_0 = 0$ ,  $D\theta_0 = \frac{1}{2}$ , то  $\theta_t$  – стационарный гауссовско-марковский процесс. Тогда

$$\Delta(t) = \frac{1}{2+P} + e^{-(2+P)t} \cdot \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2+P} \right]$$

и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta_0(t) = \frac{\sqrt{1+2P} - 1}{2P}$$

Следовательно

$$\frac{\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta(t)}{\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta_0(t)} = \frac{2P}{(2+P)(\sqrt{1+2P}) - 1} \sim \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{P}}, P \rightarrow \infty, \\ 1, P \rightarrow 0. \end{cases}$$

### Список литературы

[1] T. Kailath J.R.M., Shalkwijk, A coding scheme for additive noise channels with feedback, I. IEEE trans. – IT – 52, 2, 2006, 172 – 182 с.

**Таирова Ксения Константиновна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: TairovaE@yandex.ru

**Сафронов Никита Максимович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: safron19940704@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

К.Г. Трошкин, П.А. Зорина, А.К. Горбунов

## ОБ ОПТИМАЛЬНОСТИ МЕТОДА ДЕКОДЕРОВ В КОМБИНАЦИОННОМ БЛОКЕ АВТОМАТА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Показано, что целесообразность метода обособленного декодера в комбинационном блоке автомата при помехоустойчивом кодировании состояний последнего является прямым следствием применения принципа локального кодирования булевых операторов.

При кодировании полных состояний конечного автомата кодовыми словами двоичного помехоустойчивого кода длины  $n$  и мощности  $M$  комбинационный блок автомата реализует булев оператор  $F$  с  $n$  входами и  $Q=2\log_2 M$  выходами.

Совершенная нормальная дизъюнктивная форма каждой из  $Q$  булевых функций, входящих в оператор  $F$ , представляет собой дизъюнкцию «сфер» радиуса  $t$  ( $t$  есть число независимых ошибок, исправляемых кодом).

Всего таких сфер будет  $M$ , а потому существует в точности  $2^{MQ}$  упомянутых операторов.

Произвольному оператору  $F$  поставим в соответствие последовательность  $\Delta$  длины  $MQ$ , такую, что

1) она разделена на  $M$  одинаковых отрезков длины  $Q$ , которые пронумерованы  $\log_2 M$ -разрядными двоичными числами.

2) Символы внутри произвольного отрезка также пронумерованы числами  $1, 2, \dots, Q$  и  $i$ -й символ  $j$ -ого отрезка представляет собой значение  $i$ -ого выхода оператора  $F$  на том наборе значений переменных, который обращает в единицу центр  $j$ -й «сферы».

Теперь применим теорему О.Б. Лупанова о сложности  $L(F)$  реализации операторов  $F$  схемами из функциональных элементов в базисе «и», «или», «не». Это теорема о так называемом принципе равномерного кодирования операторов (не путать с помехоустойчивым кодированием).

В принятых здесь обозначениях она имеет вид:

Теорема. Пусть

$$\frac{(n+Q) \log_2 MQ}{MQ} \rightarrow 0 \quad (1)$$

и существуют два вспомогательных оператора  $A_1$  и  $A_2$ , которые удовлетворяют условиям:

1. Оператор  $A_1$  по набору значений переменных определяет номер  $j$  отрезка последовательности  $\Delta$ .

2. Оператор  $A_2$  по набору значений переменных, номеру  $j$  отрезка и самому отрезку последовательности  $\Delta$  вычисляет значение оператора  $F$  на этом наборе значений переменных.

3.

$$L(A_i) = o\left(\frac{MQ}{\log_2 MQ}\right), i = 1, 2.$$

Тогда

$$L(\mathfrak{F}) \sim \frac{MQ}{\log_2 MQ}, \quad (2)$$

где  $L(\mathfrak{F})$  означает максимум минимальных реализаций всех  $2^{MQ}$  операторов  $F$ .

В случае линейного кодирования состояний автомата такие два оператора  $A_1$  и  $A_2$  действительно существуют. Оператор  $A_1$  – это линейный декодер, оператор  $A_2$  вырождается в блок прямых соединений.

Кроме того, при  $M=2^{Rn}$ , где  $R$  – скорость передачи кода, выполняется и условие (1).

Таким образом, теорема устанавливает, что сложность комбинационного блока автомата при помехоустойчивом кодировании состояний асимптотически не возрастает по сравнению со сложностью комбинационного блока автомата, в котором помехоустойчивое кодирование состояний не применяется.

Можно, следовательно, утверждать, что оптимальность метода обособленного декодера в комбинационном блоке автомата при помехоустойчивом кодировании состояний последнего является простым следствием применения принципа локального кодирования О.Б. Лупанова.

Этот результат не избавляет от заботы о снижении сложности декодирования, так как в реальных автоматах сложность реализации операторов  $F$  значительно ниже, чем (2).

### Литература

[1] *О.Б. Лупанов*. Синтез управляющих систем. «Наука», М. 1991.

**Трошкин Константин Геннадьевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: troshkinkonstantin@yandex.ru

**Зорина Полина Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: zorina\_p\_a@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

К.К. Таирова, Н.М. Сафронов, А.К. Горбунов

## ОБ ОПТИМИЗАЦИИ КВАЗИИЗМЕРЕНИЙ КВАНТОВЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ ПО ИНФОРМАЦИОННОМУ КРИТЕРИЮ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

1. Разрабатываемая в настоящее время теория квазиизмерений, охватывающая описание произвольные рандомизированные измерения, позволяет строить квантостатическую теорию связи, удовлетворяющую принципу соответствия. Совместное квазиизмерение произвольно наблюдаемых  $\alpha = \{\alpha_j, j = 1, \dots, r\}$  описывается операторной вероятной мерой  $\Pi(d\alpha)$ , задающей не обязательно ортогональное разложение единицы  $\hat{1}$  алгебры операторов в гильбертовом пространстве  $H: \int \Pi(d\alpha) = \hat{1}$  (интегрирование ведётся по всему спектру  $\alpha \ni \{\alpha_j\}$  операторов  $\{a_j\}$ ). Распределение вероятностей  $P(d\alpha)$  результатов квазиизмерений в состоянии, задаваемом статистическим оператором  $\rho$ , определяется так же, как и в случае измерений по фон Нейману:

$$P(d\alpha) = \text{Tr} \Pi(d\alpha) \rho = M[\Pi(d\alpha)], \quad (1)$$

В дальнейшем будем считать операторную меру  $\Pi(d\alpha)$  абсолютно непрерывной относительно некоторой числовой меры  $\mu$  на  $\alpha$ , и задавать её в виде

$$\Pi(d\alpha) = A(\alpha)A^*(\alpha)\mu(d\alpha), \quad (2)$$

явно учитывающем её неотрицательную определённость. Здесь  $\{A(\alpha), \alpha \in a\}$  - набор неэрмитовых ( $A^* \neq A$ ) операторов, действующих из некоторого пространства  $\tilde{H}$  в исходном  $H$ , удовлетворяющих условию нормированности  $\text{Tr} A^*(\alpha)A(\alpha) = 1$  и полноты:

$$\int A(\alpha)A^*(\alpha)\mu(d\alpha) = \hat{1}, \quad (3)$$

2. Пусть имеется семейство статистических операторов  $\rho(\nu)$ , определяющих состояние квантового канала связи, зависящее от информационных параметров  $\nu = \{\nu_j\}$ , и задано распределение вероятностей  $P(d\nu)$  на  $\theta \ni \nu$ .

Теорема. Оптимальное квазиизмерение, максимизирующее шенновское количество  $J_{\alpha,\nu}$ , задается семейством  $\{A^0(\alpha), \alpha \in a\}$ , удовлетворяющим почти всюду на  $a$  уравнению

$$(I(\alpha) - \Lambda)A(\alpha) = 0, \quad (4)$$

где

$$I(\alpha) = \int \rho(\nu) \ln[\text{Tr} A^*(\alpha) \rho(\nu) A(\alpha) / \int \text{Tr} A^*(\alpha) \rho(\nu) A(\alpha) P(d\nu)] P(d\nu),$$

а  $\Lambda$  - оператор, легко находимый из условия (3):

$$\Lambda = \int I(\alpha) A(\alpha) A^*(\alpha) \mu(d\alpha), \quad (5)$$

Доказательство проводится методом Лагранжа: максимизируемый функционал

$$J_{\alpha, \nu} = \int \int \rho(\alpha / \nu) \ln[\rho(\alpha / \nu) / \int \rho(\alpha / \nu) P(d\nu)] \mu(d\alpha) P(d\nu)$$

Вследствие простой зависимости  $\rho(d / \nu) = \text{Tr} A^*(\alpha) \rho(\nu) A(\alpha)$  условной плотности вероятности  $\rho(\alpha / \nu) = P(d\alpha / \nu) / \mu(d\alpha)$  от  $A(\alpha) A^*(\alpha)$  допускает операторное дифференцирование по  $A(\alpha)$ . Приравнявая производную  $J_{\alpha, \nu} + \int \text{Tr} A^*(\alpha) \Lambda A(\alpha) \mu(d\alpha)$  по  $A^*(\alpha)$  нулю, получим, что условие стационарности  $\delta J_{\alpha, \nu} = 0$  вместе с (3) эквивалентно почти всюду по  $\mu$  на  $\alpha$  уравнению (4).

3. Пусть состояние бозонного линейного канала при фиксированном комплексном векторе  $\nu = \{\nu_j, j=1, \dots, r\} \in C_r$  является гауссовским, и задается статическим оператором, имеющим в глауберовском представлении вид:

$$\rho(\nu) = \int |\alpha \rangle \langle \alpha| |N|^{-1} \exp\{-(\alpha - \nu)^+ N^{-1} (\alpha - \nu)\} d\mu(\alpha).$$

Здесь  $|\alpha \rangle$  - когерентный вектор,  $|N|$  - детерминант нормально упорядоченной корреляционной матрицы  $N$ , а

$$d\mu(\alpha) = \prod_{j=1}^r \frac{1}{\pi} d\text{Re} \alpha_j d\text{Im} \alpha_j, \quad (6)$$

- дифференциал лебеговской меры на комплексном  $r$ -мерном пространстве  $C_r \ni \alpha = \{\alpha_j\}$ . Источник сообщений  $\nu$  также будем считать гауссовским, характеризуемым распределением вероятностей

$$P(d\nu) = |S^{-1}| \exp\{-\nu^+ S^{-1} \nu\} d\mu(\nu).$$

Путем не сложных, но трудоемких вычислений можно показать, что в рассматриваемом случае уравнению (4) удовлетворяют операторы  $A^0(\alpha)$  из  $\tilde{H} = C_1$  в  $H$ , совпадающие с когерентными векторами:

$$A^0(\alpha) = |\alpha \rangle \langle \alpha| \equiv \exp\{-\frac{1}{2} \alpha^+ \alpha + \alpha^+ \alpha\} |0 \rangle, \quad (7)$$

Здесь  $\alpha^+ = (\alpha^+_1, \dots, \alpha^+_r)$  - вектор-строка, составленная из операторов рождения бозонов, а  $|0 \rangle$  - вакуум вектора. Семейство  $\{|\alpha \rangle, \alpha \in C_r\}$  векторов (7) является нормированным:  $\langle \alpha | \alpha \rangle = 1$  и задает неортогональное разложение единицы (3) относительно меры (6).

4. Когерентное квазиизмерение реализуется косвенным линейным идеальным измерением повторно коммутирующих  $\{a_j\}$  /3/. Последнее сводится к прямому измерению совместимых наблюдаемых

$$\hat{\alpha} = \mathbf{a} \otimes \hat{1}_0 + \hat{1} \otimes \mathbf{a}_0, \quad (8)$$

расширенной алгебры операторов  $\{\mathbf{a}, \mathbf{a}_0\}$  на тензорном произведении  $\mathbb{H} \otimes \mathbb{H}_0$ , где  $\mathbf{a}_0 = \{a_{0j}, j=1, \dots, r\}$  – операторы рождения  $\epsilon^* = \mathbf{a}_0$  бозонов некоторой независимой вспомогательной системы, находящейся в вакуумном состоянии  $|0\rangle_0 \in \mathbb{H}_0$ . Действительно, нетрудно проверить, что векторы

$$\Psi_\alpha = \exp\{-(\mathbf{a} - \alpha)^+ \mathbf{a}_0\} |a\rangle \otimes |0\rangle_0 \in \mathbb{H} \otimes \mathbb{H}_0$$

образует с мерой (6) ортогональный проектор  $\Psi_\alpha \Psi_\alpha^* d\mu(\alpha)$  на собственное подпространство  $\mathbb{H}_{d\alpha}$  операторов (8), и их проекции  $\langle 0| \Psi_\alpha$  в исходное пространство  $\mathbb{H}$  являются когерентными векторами (7).

Учитывая, что сумма (8) гауссовских независимых векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{a}_0 = \epsilon^*$ , имеющих корреляционные матрицы  $M[\mathbf{a}^* \mathbf{a}^T] = S + N$ ,  $\langle 0| \epsilon \epsilon^+ |0\rangle_0 = 1$  является гауссовским вектором, максимальное количество информации  $J^0$ , декодируемое в гауссовском бозонном канале, можно определить с помощью матричной формулы Шеннона

$$J^0 = \ln|(S + N + 1)/(N + 1)| = \text{Sp} \ln(1 + S(N + 1)^{-1}),$$

дающей количество информации связи гауссовских образующих  $\{v_j\}$  и  $\{\alpha_j\}$  абелевой алгебры входа и выхода бозонного канала связи. В одномерном случае оно совпадает с количеством информации, найденным максимизацией в классе линейных косвенных измерений гауссовской пары (p,q).

### Список литературы

[1] P.A. Benioff. Decision Procedures in Quantum Mechanics. J. Math. Phys. 53, N6, 2012, 909

**Таирова Ксения Константиновна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: TairovaE@yandex.ru

**Сафронов Никита Максимович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: safron19940704@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Юдаева, В.И. Кодубенко, И.В. Лукошков, А.К. Горбунов

## ОБ ОПТИМИЗАЦИИ КВАЗИИЗМЕРЕНИЙ КВАНТОВЫХ НАБЛЮДАЕМЫХ ПО ИНФОРМАЦИОННОМУ КРИТЕРИЮ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Разрабатываемая в настоящее время теория квазиизмерений, охватывающая описание произвольные рандомизированные измерения, позволяет строить квантостатистическую теорию связи, удовлетворяющую принципу соответствия. Совместное квазиизмерение произвольных наблюдаемых  $a = \{a_j, j = 1, \dots, r\}$  описывается операторной вероятностной мерой  $\Pi(d\alpha)$ , задающей не обязательно ортогональное разложение единицы  $\hat{1}$  алгебры операторов в гильбертовом пространстве  $H$ :  $\int \Pi(d\alpha) = \hat{1}$  (интегрирование ведется по всему спектру  $Ol \ni \{\alpha_j\}$  операторов  $\{a_j\}$ ). Распределение вероятностей  $P(d\alpha)$  результатов квазиизмерений в состоянии, задаваемом статистическим оператором  $\rho$ , определяется так же, как и в случае измерений по фон Нейману:

$$P(d\alpha) = \text{Tr} \Pi(d\alpha) \rho = M[\Pi(d\alpha)]. \quad (1)$$

В дальнейшем будем считать операторную меру  $\Pi(d\alpha)$  абсолютно непрерывной относительно некоторой числовой меры  $\mu$  на  $Ol$ , и задавать её в виде

$$\Pi(d\alpha) = A(\alpha)A^*(\alpha)\mu(d\alpha), \quad (2)$$

явно учитывающем её неотрицательную определённость. Здесь  $\{A(\alpha), \alpha \in Ol\}$  - набор неэрмитовых ( $A^* \neq A$ ) операторов, действующих из некоторого пространства  $\tilde{H}$  в исходное  $H$ , удовлетворяющих условию нормированности  $\text{Tr}A^*(\alpha)A(\alpha) = 1$  и полноты:

$$\int A(\alpha)A^*(\alpha)\mu(d\alpha) = \hat{1}. \quad (3)$$

Пусть имеется семейство статистических операторов  $\{\rho(\mathcal{G})\}$ , определяющих состояние квантового канала связи, зависящее от информационных параметров  $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_j\}$ , и задано распределение вероятностей  $P(d\mathcal{G})$  на  $\Theta \ni \mathcal{G}$ .

Теорема. Оптимальное квазиизмерение максимизирующее количество информации  $J_{\alpha, \mathcal{G}}$ , задается семейством  $\{A^0(\alpha), \alpha \in Ol\}$ , удовлетворяющим почти всюду на  $Ol$  уравнению

$$(I(\alpha) - \Lambda)A(\alpha) = 0, \quad (4)$$

где,  $I(\alpha) = \int \rho(\mathcal{G}) \ln[\text{Tr}A^*(\alpha)\rho(\mathcal{G})A(\alpha) / \int \text{Tr}A^*(\alpha)\rho(\mathcal{G})A(\alpha)P(\alpha\mathcal{G})]P(d\mathcal{G})$ , а  $\Lambda$  - оператор, легко находимый из условия (3):

$$\Lambda = \int I(\alpha)A(\alpha)A^*(\alpha)\mu(d\alpha), \quad (5)$$

Доказательство проводится методом Лагранжа: максимизируемый функционал

$$J_{\alpha, \mathcal{G}} = \iint p(\alpha / \mathcal{G}) \ln[p(\alpha / \mathcal{G}) / \int p(\alpha / \mathcal{G})P(d\mathcal{G})]\mu(d\alpha)P(d\mathcal{G})$$

вследствие простой зависимости  $p(\alpha/\mathcal{G}) = \text{Tr} A^*(\alpha) \rho(\mathcal{G}) A(\alpha)$  условной плотности вероятности  $p(\alpha/\mathcal{G}) = P(d\alpha/\mathcal{G}) / \mu(d\alpha)$  от  $A(\alpha) A^*(\alpha)$  допускает операторное дифференцирование по  $A(\alpha)$ . Приравнивая производную от  $J_{\alpha, \mathcal{G}} = \int \text{Tr} A^*(\alpha) \Lambda A(\alpha) \mu(d\alpha)$  по  $A^*(\alpha)$  нулю, получим, что условие стационарности  $\delta J_{\alpha, \mathcal{G}} = 0$  вместе с (3) эквивалентно почти всюду по  $\mu$  на  $Ol$  уравнению (4).

Пусть состояние бозонного линейного канала при фиксированном комплексном векторе  $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_j, j=1, \dots, r\} \in C_r$  являются гауссовскими, и задаётся статическим оператором, имеющим в глауберовском представлении вид:

$$\rho(\mathcal{G}) = \int |\alpha\rangle \langle \alpha| |N|^{-1} \exp\{-(\alpha - \mathcal{G})^+ N^{-1} (\alpha - \mathcal{G})\} d\mu(\alpha).$$

Здесь  $|\alpha\rangle$  - когерентный вектор,  $|N|$  - детерминант нормально упорядоченной корреляционной матрицы  $N$ , а

$$d\mu(\alpha) = \prod_{j=1}^r \frac{1}{r} d \text{Re} d_j d \text{Im} d_j \quad (6)$$

– дифференциал лебеговской меры на комплексном  $r$ -мерном пространстве  $C_r$ ,  $\alpha = \{\alpha_j\}$ . Источник сообщений  $\mathcal{G}$  также будем считать гауссовским, характеризуемым распределением вероятностей

$$P(d\alpha) = |S^{-1}| \exp\{-\mathcal{G}^+ S^{-1} \mathcal{G}\} d\mu(\mathcal{G}).$$

Путем не сложных, но трудоемких вычислений можно показать, что в рассматриваемом случае уравнению (4) удовлетворяют операторы  $A^0(\alpha)$  из  $\tilde{H} = C_1$  в  $H$ , совпадающие с когерентными векторами:

$$A^0(\alpha) = |\alpha\rangle \equiv \exp\{-\frac{1}{2} \alpha^+ \alpha + a^+ \alpha\} |0\rangle. \quad (7)$$

Здесь  $a^r = (a_1^+, \dots, a_r^+)$  - вектор-строка, составленная из операторов рождения бозонов, а  $|0\rangle$  - вакуум вектор. Семейство  $\{|\alpha\rangle, \alpha \in C_r\}$  векторов (7) является нормированным:  $\langle \alpha | \alpha \rangle = 1$  и задается неортогональное разложение единицы (3) относительно (6).

### Список литературы

[1] P. A. Benioff. Decision Procedures in Quantum Mechanics. J. Math. Phys. 56 №6 2015, 909-920

**Юдаева Анастасия Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anast.yudaeva@yandex.ru

**Кодубенко Виктория Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vkodubienko@yandex.ru

**Лукошков Иван Анатольевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Д.В. Артемов, И.Е. Малышев, А.К. Горбунов

## ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕМАРКОВСКИХ ПОМЕХ И ОБЕЛЯЮЩИЕ ФИЛЬТРЫ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Прямым способом выводятся общие алгоритмы для отношения правдоподобия в задаче обнаружения немарковских сигналов на фоне немарковских помех при наличии шума с независимыми значениями. Получены алгоритмы для случая слабых сигналов. Выясняются свойства входных блоков обнаружителей.

1. Рассматривается вначале случай дискретного времени, когда наблюдаемый процесс равен

$$y = \theta S(x_k, t_k) + r_k + \zeta_k, \theta = 0, 1, K = 0, 1, \dots, n.$$

Параметр  $\{x_k\}$  полезного сигнала  $s(x_k, t_k)$  ( $s$  – известная функция) и помеха  $\{\eta_k\}$  являются произвольными немарковскими случайными последовательностями. Кроме коррелированной помехи  $\{\eta_k\}$  на сигнал действует шум  $\{\zeta_k\}$  – случайный процесс с независимыми значениями, описываемый плотностью вероятностей  $\rho$ . Предполагается, что шум  $\{\zeta_k\}$  статистически не зависит от процессов  $\{x_k\}$  и  $\{\eta_k\}$ . Между собой сигнал и помеха могут быть статически зависимыми. Предполагается также, что

$$M\phi_1(x_k, \eta_k) < \infty, M\phi_0(\eta_k) < \infty, k = 0, 1, \dots, n,$$

где

$$\phi_\theta = \rho[y_k - \theta S(x_k, t_k) - \eta_k].$$

При этих условиях получаем для отношения правдоподобия  $\Lambda_k = \frac{p(\frac{y_0^k}{\theta}=1)}{p(\frac{y_0^k}{\theta}=0)}$  рекуррентный алгоритм:

$$\Lambda_k = \Lambda_{k-1} \frac{M_1 \rho[y_k - S(x_k, t_k) - \eta_k]}{M_0 \rho[y_k - \eta_k]}, k = 1, \dots, n, \Lambda_0 = \frac{p(y_0/\theta=2)}{p(y_0/\theta=0)}, \quad (1)$$

где  $M_1$  и  $M_0$  – условные математические ожидания:

$$M_0(\cdot) = \begin{cases} \iint (\cdot) P(x_k, y_0^{k-1}, \theta = 1) dx_k d\eta_k \\ \int (\cdot) P(\eta_k, y_0^{k-1}, \theta = 0) d\eta_k \end{cases}$$

2. Рассматривая случай слабых детерминированных сигналов ( $S \rightarrow 0$ ), из (1) в асимптотике для

$$z_k = z_{k-1} + S(t_k) f[y_k - \hat{\eta}_{0k}(y_0^{k-1})], \quad (2)$$

где обозначено

$$f(x) = -\frac{d}{dx} \ln \rho(x), \hat{\eta}_{0k}(y_0^{k-1}) = M\left(\frac{n_k}{y_0^{k-1}}, \theta = 0\right)$$

Используя свойства условного математического ожидания, можно показать, что при  $y_i = \eta_i + \zeta_i$ ,  $M\zeta_i = 0$ ,  $i = 0, 1, \dots$ , справедливо соотношение

$$M[y_i - \hat{\eta}_{0j}(y_0^{i-1})][y_i - \hat{\eta}_{0j}(y_0^{i-1})] = 0 \text{ для всех } i \neq j.$$

Таким образом, входное устройство обнаружителя слабых сигналов, вычисляющее разность  $y_k - \hat{\eta}_{0k}(y_0^{k-1})$ , представляет собой деккорелирующий фильтр. После него следует безынерционный нелинейный преобразователь  $f(x)$ , а затем обычный корреляционный приемник.

3. При непрерывном времени на параметр  $\{x_t\}$  сигнала  $S(x_t, t)$  и помеху  $\{\eta_t\}$  никаких особых ограничений не накладываемся (как и при дискретном времени). Они могут быть немарковскими и негауссовскими процессами, причем статистическими зависимыми между собой. Что же касается шума  $\{\zeta_k\}$ , то здесь он предполагается белым гауссовским шумом (спектральная плотность равна  $N$ ).

Конкретизируя  $\rho$  в (I) и осуществляя затем предельный переход, получим алгоритм для логарифма отношения правдоподобия  $z_t$ ,  $0 \leq t \leq T$

$$z_t = \frac{1}{N} \int_0^T (\hat{S}_t + \hat{\eta}_{1t} - \hat{\eta}_{0t}) y_t dt - \frac{1}{2N} \int_0^T [(\hat{S}_t + \hat{\eta}_{1t})^2 - \hat{\eta}_{0t}^2] dt, \quad (3)$$

где,

$$\hat{S}_t = M\left[\frac{S(x_t, t)}{y_0^t}, \theta = 1\right], \hat{\eta}_{1t} = (M\frac{\eta_t}{y_0^t}, \theta = i), i = 0, 1,$$

а стохастический интеграл понимается в смысле Ито.

4. В случае слабых детерминированных сигналов из (3) (или из (2) после конкретизации  $\rho$ ) вытекает алгоритм

$$z_t = \frac{1}{N} \int_0^T s(t)(y_t - \hat{\eta}_{0t}) dt,$$

Определяющий структуру асимптотически оптимального обнаружителя. Из (2) следует, что при несуществующих с точки зрения практики ограничениях на произвольную помеху  $\{\eta_t\}$

$$\int_0^T M|\eta_t| dt < \infty$$

Процесс  $\tilde{\zeta}_t = y_t - \hat{\eta}_{0t}$  (при  $y_t = \eta_t + \zeta_t$ ) является белым гауссовским шумом. Таким образом, рассматриваемый обнаружитель представляет собой корреляционный приемник, на входе которого стоит обесвечивающий фильтр.

5. Процедура обесвечивания помехи, наличие на входе устройства обнаружения обесвечивающего фильтра имеют место и без требования малости сигнала. Рассмотрим в начале случай обнаружения детерминированного сигнала  $s(t)$  в гауссовской помехе (с произвольной корреляционной функцией) при наличии белого шума. В этом случае

$$\hat{\eta}_{1t}(y_0^t) = \hat{\eta}_{0t}(y_0^t - S_0^t) = \hat{\eta}_{0t}(y_0^t) - \hat{\eta}_{0t}(S_0^t) \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим алгоритм

$$z_T = \frac{1}{N} \int_0^T \tilde{S}_t \tilde{y}_t dt - \frac{1}{2N} \int_0^T \tilde{S}_t^2 dt, \quad (5)$$

$$\tilde{S}_t = S(t) - \hat{\eta}_{0t}(S_0^t), \quad \tilde{y}_t = y_t - \hat{\eta}_{0t}(y_0^t),$$

Определяющий оптимальный обнаружитель детерминированного сигнала  $\tilde{S}(t)$  в белом шуме.

6. Преобразуя (3) применительно к общей задаче, придем к формуле (5), при этом функционал  $\tilde{S}_t$  будет уже случайным

$$\tilde{S}_t(y_0^t) = \hat{S}_t(y_0^t) + \hat{\eta}_{1t}(y_0^t) - \hat{\eta}_{0t}(y_0^t), \quad \tilde{y}_t = y_t - \hat{\eta}_{0t}(y_0^t).$$

7. Необходимость использования декоррелирующих и обеляющих фильтров, и сама структура обнаружителей непосредственно следуют из рассматриваемого метода, причем привлекать искусственные приемы здесь не потребовалось. В частности, не понадобилось искусственно вводить в схему обработки сигналов обеляющий фильтр.

### Литература

[1] И. И. Гихман, А. В. Скороход. «Статические дифференциальные уравнения». Наука, Москва, 1993 г.

**Артемов Денис Вячеславоич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: tayer17@yandex.ru

**Мальшев Илья Евгеньевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

И.А. Мартынов, А.К. Горбунов

## ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ ПО КВАНТОВАННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Пусть  $\vec{x}_n = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  – выборка с плотностью  $f(\vec{x}_n / \lambda \vec{S}_n) = \prod_{i=1}^n f(\vec{x}_i / \lambda \vec{S}_i)$ , где  $x \in R_1, S_i, i = \overline{1, n}$  – компоненты вектора сигнала  $S_n$  и  $\lambda$  – амплитуда сигнала. Задача состоит в построении асимптотически оптимального (А.О.) алгоритма для проверки гипотезы  $H_0: \lambda = 0$  против гипотезы  $H_1: \lambda > 0$  по квантованным наблюдениям, т.е. когда выборка имеет вид  $(E_{k1}, \dots, E_{ki}, \dots, E_{kn})$ , где  $k_i = \sum_{k=0}^m k x_k(x_i)$  ( $x_k(x)$  – индикатор множества  $E_k$ ) и  $E_k = [Z_k, Z_{k+1}]$ ;  $\bigcup_{k=0}^m E_k = R_1$  и  $E_k \cap E_j = \emptyset$  для всех  $k \neq j, k, j = \overline{0, m}$ . Разбиение  $\{E_k\}, k = \overline{0, m}$ , определяется вектором  $\vec{Z}_m \in G_m$ , где  $G_m = \{\vec{Z}_m: Z_0 \leq Z_1 \leq \dots \leq Z_m \leq Z_{m+1}\}, Z_0 = -\infty$  и  $Z_{m+1} = +\infty$ . Метод построения А.О. алгоритмов основан на асимптотическом разложении логарифма отношения правдоподобия для задачи "близких" гипотез, т.е. когда  $\lambda = \gamma/\sqrt{n}$ , где  $\gamma \in [0, l]$  и  $l$  – любое число.

Скажем, что выполнено условие А, если  $\max_{1 \leq i \leq n} |S_i| \leq k < \infty$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n S_i^2 = S^2 < \infty$ ;  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n S_i^2}{\max_{1 \leq i \leq n} S_i^2} = \infty$ ; и условие В, если в некоторой окрестности  $W$  точки  $\theta = 0$  1)  $f(x / \theta) > 0$  для каждого  $\theta \in W$  и  $x \in R_1$ , 2)  $f(x / \theta)$  дважды дифференцируема по  $\theta$  для каждого  $\theta \in W$  и  $x \in R_1$ , причем  $\left| \frac{d^2}{d\theta^2} f(x / \theta) \right| < H(x)$ ,  $\theta \in W$ , и  $\int_{-\infty}^{+\infty} H(x) dx < \infty$ , 3)  $\frac{d}{d\theta} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} f(x / \theta) dx = \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} \frac{d}{d\theta} f(x / \theta) dx$  для каждого  $\vec{Z}_m \in G_m$   $\left( \frac{d}{d\theta} f(x / \theta) \Big|_{\theta=0} = \frac{d}{d\theta} f(x / \theta) \right)$ , 4)  $0 < I(0) < \infty$ , где  $I(0)$  – информация Фишера в точке  $\theta = 0$ . Введем следующие обозначения:  $I(\vec{Z}_m; 0)$  – информация Фишера в точке  $\theta = 0$ , когда выборочные значения квантованны;  $M_0\{\cdot\}$  и  $M_{\gamma/\sqrt{n}}\{\cdot\}$  – математическое ожидание при гипотезах  $H_0$  и  $H_1$  соответственно и  $\frac{d}{d\theta} \ln f(x / \theta) = g(x)$ .

Лемма 1. В условии В  $I(0) - I(\vec{Z}_m; 0) \geq 0$  для всех  $\vec{Z}_m \in G_m$  раненством тогда и только тогда, когда  $g(x) = C_k$  для всех  $x \in E_k, k = \overline{0, m}$ .

Теорема 1. Если  $\vec{Z}_m$  – внутренняя точка  $G_m$  и выполнены условия А, В, то логарифм отношения правдоподобия  $L(\vec{x}_n; \gamma \vec{S}_n / \sqrt{n})$  допускает следующее асимптотическое представление:  $L\left(\vec{x}_n; \frac{\gamma \vec{S}_n}{\sqrt{n}}\right) =$

$\frac{\gamma}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n S_i \sum_{k=1}^m a_k x_k(x_i) - \frac{1}{2} \gamma^2 S^2 I(\vec{Z}_m; 0) + \alpha_{\Pi}(\vec{x}_n; \gamma \vec{S}_n / \sqrt{n})$ , где  $a_k = M_0\{g(x) / x \in E_k\}$  и  $\alpha_{\Pi}(\vec{x}_n; \gamma \vec{S}_n / \sqrt{n}) \rightarrow 0$  по вероятности при  $n \rightarrow \infty$  как при гипотезе  $H_0$ , так и при гипотезе  $H_1$  равномерно по  $\gamma \in [0, l]$ .

Теорема 2. В условиях теоремы 1 А.О. алгоритм асимптотического уровня значимости  $a$  имеет вид:  $\Phi_{\Pi}^a(\vec{Z}_m) = \begin{cases} 1, & \text{если } Y_n(\vec{x}_n) \geq K_{1-a} S I^{1/2}(\vec{Z}_m; 0) \\ 0, & \text{если } Y_n(\vec{x}_n) < K_{1-a} S I^{1/2}(\vec{Z}_m; 0), \end{cases}$  где  $K_{1-a} = (1-a)$  – квантиль стандартного нормального распределения и  $Y_n(\vec{x}_n) = n^{-1/2} \sum_{i=1}^n S_i \sum_{k=1}^m a_k x_k(x_i)$ .

Следствие 2.1 Асимптотическая мощность А.О. алгоритма,  $\Phi_{\Pi}^a(\vec{Z}_m)$  равна

$$\frac{\lim_{n \rightarrow \infty} M\gamma}{\sqrt{n}\{\Phi_{\Pi}^a(\vec{Z}_m)\}} = 1 - \mathcal{F}\left(K_{1-a} \gamma S I^{1/2}(\vec{Z}_m; 0)\right) \quad (1)$$

где  $\mathcal{F}(u)$  – функция стандартного нормального распределения. Питменовский коэффициент асимптотической относительной эффективности А.О. алгоритмов  $\Phi_{\Pi}(\vec{Z}_m)$  и  $\Phi_{\Pi}$  (А.О. алгоритм для неквантованных наблюдений) равен

$$\rho(\{\Phi_{\Pi}(\vec{Z}_m)\}; \{\Phi_{\Pi}\}) = \frac{I(\vec{Z}_m; 0)}{I(0)}. \quad (2)$$

Алгоритм  $\Phi_{\Pi}(\vec{Z}_m)$  является равномерно асимптотическим оптимальным, т.е.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \inf_{\gamma \leq l} [M_{\gamma/\sqrt{n}}\{\Phi_{\Pi}^a(\vec{Z}_m)\} - M_{\gamma/\sqrt{n}}\{\Psi_{\Pi}^a(\vec{Z}_m)\}] \geq 0$ , где  $\Psi_{\Pi}^a(\vec{Z}_m)$  – любой другой алгоритм асимптотического уровня значимости  $a$  при разбиении  $\vec{Z}_m$

Согласно лемме 1, А.О. алгоритм  $\Phi_{\Pi}(\vec{Z}_m)$ , вообще говоря, проигрывает как в асимптотической мощности, так и в питменовской эффективности А.О. алгоритму  $\Phi_{\Pi}$ . При этом естественно возникает задача оптимального выбора порогов квантования.

Определение 1. При фиксированном  $m$  разбиение  $\vec{Z}_m^0$  называется оптимальным, если  $I(\vec{Z}_m^0; 0) = \sup_{\vec{Z}_m \in G_m} I(\vec{Z}_m; 0)$ .

Теорема 3. В условии В  $\vec{Z}_m^0$  существует и является внутренней точкой  $G_m$ .

Следствие 3.1. Оптимальное разбиение  $\vec{Z}_m^0$  удовлетворяет системе уравнений:

$$(a_k - a_{k-1})(a_k + a_{k-1} - 2g(Z_k)) = 0, k = \overline{1, m}, \quad (3)$$

и если  $g(x)$  – строго монотонная функция на  $R_1$ , то (3) эквивалентно системе уравнений:

$$a_k + a_{k-1} - 2g(Z_k) = 0, k = \overline{1, m}, \quad (4)$$

Можно указать класс распределений, для которых (3) – необходимое и достаточное условие максимума  $I(\overrightarrow{Z_m}; 0)$  и решение (3) единственно. Необходимо заметить, что решение системы (3), равно как и (4), в подавляющем большинстве случаев возможно только численными методами. Поэтому представляет интерес построение разбиений  $\overrightarrow{Z_m}$  в некотором смысле близких к оптимальному.

Определение 2. Последовательность разбиения  $\{\overrightarrow{Z_m^*}\}$  называется асимптотически оптимальной, если  $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{I(0) - I(\overrightarrow{Z_m^*}; 0)}{I(0) - I(\overrightarrow{Z_m^0}; 0)} = 1$ . При некоторых (не ограничительных с практической точки зрения) условиях  $\overrightarrow{Z_m^*}$  удовлетворяет системе уравнений:  $\int_{-\infty}^{Z_k^*} r(x) dx = \frac{kT}{m+1}$ ;  $k = \overline{1, m}$ ;  $r(x) = [(g^1(x))^2 f(x/0)]^{\frac{1}{3}}$   $T = \int_{-\infty}^{+\infty} r(x) dx$ , и питменовский коэффициент асимптотической эффективности (2) для  $\overrightarrow{Z_m^*}$  определяется выражением  $\rho(\{\Phi_{\Pi}(\overrightarrow{Z_m^*})\}; \{\Phi_{\Pi}\}) = 1 - \frac{T^3}{12(m+1)^2 I(0)} + o\left(\frac{1}{m^2}\right)$ . Например для распределения Райса т.е.  $f(x/\theta, \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\{-\frac{x^2 + \theta}{2\sigma^2}\} I_0(\frac{x\sqrt{\theta}}{\sigma^2})$ ,  $x \geq 0, \sigma > 0$ , асимптотически оптимальное разбиение  $\overrightarrow{Z_m^*}$  имеет следующий вид:  $\overrightarrow{Z_m^*} = \sigma \overrightarrow{t_m^*}$ ;  $t_m^* = \sqrt{\sigma \ln \frac{m+1}{m-k+1}}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ,  $t_0 = 0, t_{m+1} = +\infty$ , и  $\rho(\{\Phi_{\Pi}(\overrightarrow{Z_m^*})\}; \{\Phi_{\Pi}\}) = 1 - \frac{2,25}{(m+1)^2} + o\left(\frac{1}{m^2}\right)$ .

### Список литературы

[1] Д.Ж. Вольфович "Теоремы кодирования" Теории информации. Мир. М. 1997

**Мартынов Иван Александрович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: iv.martynow2017@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.Ю. Богомолов, А.К. Горбунов

## ОДНА ЗАДАЧА УПРАВЛЯЕМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматривается задача оценки доверительным интервалом неизвестного параметра  $\theta \in [0,1]$  по наблюдениям. Условные вероятности результатов точки измерения (1) зависят от того, по какую сторону от точки измерения находится измеряемый параметр  $\theta$ . Построен метод измерения, для которого функция надежности удовлетворяет «границе случайного кодирования».

Рассматривается специальная задача радиотехнических измерений, близкая по постановке к задаче передачи по дискретному каналу с бесшумной обратной связью.

Пусть неизвестный параметр  $\theta$  принимает значения на отрезке  $[0,1]$ . Используя  $n$  измерений, каждое из которых характеризуется точкой измерения  $\xi$ , требуется: оценить неизвестный параметр. Результатом каждого измерения является число, принимающее одно из двух значений, 0 или 1, причем условные вероятности этих значений зависят от того, по какую сторону от точки измерения находится параметр  $\theta$ .

$$P(1|\theta \leq \xi) = q \quad P(0|\theta > \xi) = q$$

и

(1)

$$P(0|\theta \leq \xi) = p \quad P(1|\theta > \xi) = p$$

где  $q > 0.5$ ,  $p = 1 - q$ . Вероятность  $p$  назовем вероятностью ошибки измерения.

Задача состоит в том, чтобы после  $n$  измерений, где  $n$  – фиксированное число, оценить параметр  $\theta$ .

При выборе каждой точки измерения разрешается использовать всю информацию о предыдущих наблюдениях.

Качество измерения определяется длиной доверительного интервала  $\Delta$  и доверительным уровнем  $P_e$ . Последний определяется как вероятность того, что оцениваемый параметр не принадлежит доверительному интервалу.

Назовем  $\frac{-\ln \Delta}{n} = R$  скоростью измерений. Введем также параметр  $\rho$ ,  $\rho < 0.5$ , определяемый соотношением

$$R = \rho \ln 2\rho + (1 - \rho) \ln 2(1 - \rho) \quad (2)$$

Основной результат состоит в доказательстве существования стратегий измерений, для которой доверительный уровень  $P_e$  при фиксированном  $R$  стремится к 0 экспоненциально с ростом  $n$  при всех  $R < \rho \ln 2\rho + p \ln 2p$ .

Величину  $\frac{-\ln P_e}{n} = E = E(R)$  назовем функцией надежности измерений.

Скорость

$$R_{\text{кр}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}} \ln \frac{2\sqrt{p}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}} + \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}} \ln \frac{2\sqrt{q}}{\sqrt{p}+\sqrt{q}} \quad (3)$$

назовем критической скоростью.

Теорема. Существует конструктивный метод измерений, для которого функция надежности  $E(R)$  ограничена снизу неравенством:

$$E(R) \geq \begin{cases} \rho \ln \frac{\rho}{p} + (1 - \rho) \ln \frac{1-\rho}{q}, R > R_{\text{кр}} \\ \ln \frac{2}{1+\sqrt{4qp}} - R, R \leq R_{\text{кр}} \end{cases} \quad (4)$$

Неравенство (4) известно в теории передачи сообщений как «граница случайного кодирования».

Поясним основную идею доказательства для  $R > R_{\text{кр}}$  в случае, когда  $\frac{1}{\Delta}$  целое. Разобьем отрезок  $[0,1]$  значений параметра на  $\frac{1}{\Delta}$  частей. Рассмотрим класс стратегий, для которых в качестве точек измерения выбираются лишь точки вида  $i\Delta$ , где  $i$  – целое. Пусть измеритель после каждого измерения вычисляет апостериорные вероятности нахождения измеряемого параметра в каждой из  $\frac{1}{\Delta}$  частей, причем априорные вероятности считаются равными  $\Delta$ , а вероятность ошибки измерения считается равной не  $p$ , а  $\rho$ . Если медиана апостериорного распределения имеет вид  $i\Delta$ , где  $i$  – целое, она выбирается в качестве следующей точки измерения. В противном случае в качестве точки измерения выбирается случайным образом одна из двух ближайших к медиане допустимых точек измерения. Вероятности выбора этих точек зависят от их расстояния до медианы. Методом, аналогичным рассмотренному, доказывается, что функция надёжности  $E(R)$  такого метода удовлетворяет неравенству (4).

Некоторого улучшения границы (4) при  $R > R_{\text{кр}}$  можно добиться методом, аналогичным методу "вычеркивания" кодов. Рассмотрен также случай, когда число измерений – случайное число.

### Литература

[1] Horstein. Sequential transmission using noiseless feedback, IEEE Trans. Inform. Theory, 2013, 59, 3, 136-143

**Богомолов Андрей Юрьевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: andrey111@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Д.В. Артемов, И.Е. Малышев, А.К. Горбунов

## ОПТИМАЛЬНОЕ ДЕКВАНТОВАНИЕ НА ВЫХОДЕ КВАНТОВЫХ КАНАЛОВ В ГАУССОВСКОМ СЛУЧАЕ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В специальном случае гауссовских распределений вероятностей и квадратичной функции штрафов доказывается оптимальность одного частного алгоритма оценки некоммутирующих величин, основанного на идеальном квазиизмерении.

Задача отыскания оптимального деквантования сводится [1]-[2] к минимизации квантового риска

$$R = Tr \int r(u) \pi du \quad (1)$$

по операторской мере  $\pi(du)$ , удовлетворяющей условию нормировки

$$\int \pi(du) = 1. \quad (2)$$

В выражении (1):

$$r(u) = \int c(x, u) \rho(x) \tau(dx),$$

где  $c(x, u)$  – функция штрафов;  $\rho(x)$  – матрица плотности;  $\tau(dx)$  – распределение вероятностей неквантовых информационных параметров на входе канала связи.

При этом в случае гауссовских  $\rho(x)$ ,  $\tau(dx)$  и квадратичной  $c(x, u)$  удается показать, что оператор  $\pi(du)$ , доставляющий экстремум выражению (1), имеет следующий вид:

$$\pi(du) = \varphi_u \varphi_u^x du, \quad (3)$$

где

$$\varphi_u = \pi - S/2 \det A^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} u^x (A^x)^{-1} A^{-1} u + a^x A^{-1} u \right\} \psi_0. \quad (4)$$

Здесь  $a^x = (a_1^x, \dots, a_s^x)$  – операторы рождения кванта;  $u^x = (u_1^x, \dots, u_s^x)$  – комплексные числа;  $\psi_0$  – вакуумная волновая функция;  $A$  – числовая матрица, которую целесообразно выбрать по формуле (9).

С учетом (3) исходная экстремальная задача запишется следующим образом:

$$\int \varphi_u^x r(u) \varphi_u du = \min_{\varphi_u}. \quad (5)$$

Для доказательства того, что функции (4) доставляют выражению (5) минимум, докажем справедливость следующего неравенства:

$$\int \varphi_u^x r(u) \varphi_u du \leq \int \widetilde{\varphi}_u^x r(u) \widetilde{\varphi}_u du, \quad (6)$$

где функции  $\varphi_u$  произвольны.

Рассчитаем прежде всего риск  $r(u)$  в квадратично-гауссовском случае:

$$r(u) = \int (x - u)^x (x - u) \frac{1}{\det 2L} N \exp \left\{ -\frac{1}{2} (a - x)^x L^{-1} (a - x) \right\} \times \frac{1}{\det 2\pi K} \exp \left\{ -\frac{1}{2} x^x K^{-1} x \right\}, \quad (7)$$

где символ  $N$  обозначает нормальное упорядочение операторов;  $K$  – Корреляционная матрица переменных  $x$ ;  $L$  – положительно определенная числовая матрица.

Производя в (7) интегрирование, получим:

$$r(u) = 2\rho TrB + (u - Aa)^x \rho(u - Aa), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \rho &= \int \rho(x) \tau(dx) = \frac{1}{\det 2(K+L)} N \exp \left\{ -\frac{1}{2} a^x (K + L)^{-1} a \right\}; \\ B &= (K^{-1} + L^{-1})^{-1}; \\ A &= K(K + L)^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя полученное выражение (8) в исходное неравенство (6), имеем

$$\begin{aligned} &\int \varphi_u^x [2\rho TrB + (u - Aa)^x \rho(u - Aa)] \varphi_u du \leq \\ &\leq \int \widetilde{\varphi}_u^x [2\rho TrB + (u - Aa)^x \rho(u - Aa)] \widetilde{\varphi}_u du. \end{aligned}$$

Учитывая теперь, что имеет место  $a\varphi_u = A^{-1}u\varphi_u$ , а также используя условие нормировки (2), получим неравенство

$$\int \widetilde{\varphi}_u^x (u - Aa)^x \rho(u - Aa) \widetilde{\varphi}_u du \geq 0,$$

найденное А. Г. Ванцяном.

Это неравенство очевидно вследствие положительной определенности оператора  $\rho$ . Отсюда следует справедливость исходного неравенства (6). Таким образом показано, что никакая другая функция не может сделать выражение (5) меньше чем функция (4).

### Литература

[1] К. Хельстром, Дж. Лиу, Дж. Гордон. «Квантомеханическая теория связи». «Мир», Москва, 1993 г.

**Артемов Денис Вячеславоич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: tayer17@yandex.ru

**Мальшев Илья Евгеньевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.К. Горбунов, А.Ю. Богомолов

## ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА СИГНАЛА В ГАУССОВСКОМ БЕЛОМ ШУМЕ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Многие асимптотические задачи оценивания одномерного параметра в белом шуме можно свести к изучению следующей схемы: на отрезке  $[0,1]$  наблюдается  $X_\varepsilon(t)$ , определяемый стохастическим дифференциальным уравнением

$$dX_\varepsilon(t) = S_\varepsilon(t, \theta)dt + d\xi(t)$$

где  $\xi(t)$  - стандартный винеровский процесс,  $S_\varepsilon(t, \theta)$  - зависящее от малого параметра  $\varepsilon$  и неизвестного параметра  $\theta \in \Theta$  семейство функций. Если семейство  $S_\varepsilon$  достаточно гладко по  $\theta$ , то необходимым условием существования состоятельной оценки параметра  $\theta$  является условие

$$\varphi(\theta, \varepsilon) = \left\| \frac{\delta S_\varepsilon}{\delta \theta}(\theta) \right\| \rightarrow \infty \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0 \quad (1)$$

(Символом  $\| \cdot \|$  обозначается норма в  $L_2(0,1)$ )

Однако, как заметил Котельников еще в 1946г., это условие не является достаточным. Связанное с отсутствием для семейства  $S_\varepsilon$  состоятельных оценок явление названо им явлением аномалии. Следующие условия гарантируют существование состоятельных и асимптотически эффективных оценок (отсутствие аномалии) в случае, когда  $\Theta$  - открытое множество числовой прямой.

Условие А. 1) Функция  $S_\varepsilon(t, \theta) \in L_2(0,1)$  при  $\theta \in \Theta, \varepsilon > 0$ , а функция  $S_\varepsilon(t, \theta)$  абсолютно непрерывна для  $\varepsilon > 0$  и почти всех  $t \in (0,1)$  причем  $\frac{\delta S_\varepsilon(t, \theta)}{\delta \theta} \in L_2(0,1)$

2) Для всех  $\theta \in \Theta$  функция  $\varphi(\theta, \varepsilon)$  удовлетворяет условию (1), а для некоторой постоянной  $C_0 > 0$  при  $0 < \varepsilon < \varepsilon_0, \theta_1, \theta_2 \in \Theta$  справедливо неравенство  $\varphi(\theta_1, \varepsilon) < C_0 \varphi(\theta_2, \varepsilon)$ .

Условие Б. Существует положительное число  $\delta$  такое, что:

$$1) |\theta - \theta_0| \frac{\sup}{<} \varphi(\theta_0, \varepsilon)^{-\delta} \left\| \frac{\delta^2 S_\varepsilon}{\delta \theta^2} \right\| = \sigma(\varphi(\theta_0, \varepsilon)^{1+\delta}) \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0,$$

2) для некоторого  $\mu > 0$  при  $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$  выполнено, кроме того, условие

$$\theta_i \in \Theta, \frac{\inf}{>} |\theta_2 - \theta_1| \varphi(\theta_0, \varepsilon)^{-\delta \|S_\varepsilon(\theta_2) - S_\varepsilon(\theta_1)\|} > \varphi(\theta_0, \varepsilon)^\mu$$

Условия А, Б1 обеспечивают локальную асимптотическую нормальность семейства распределений  $P_\theta$  в смысле Ле Кама. Условие же Б2 означает, что не слишком близкие значения параметра должны достаточно сильно различаться при малых  $\varepsilon$ .

Теорема 1. Если множество  $\Theta$  ограничено и выполнены условия А, Б, то при  $\varepsilon \rightarrow 0$  оценка максимального правдоподобия (ОМП)  $\hat{\theta}_\varepsilon$  параметра  $\theta$  асимптотически нормальна, состоятельна равномерно в любом замкнутом множестве из  $\Theta$  и асимптотически эффективна; при этом моменты любого порядка случайной величины  $((\hat{\theta}_\varepsilon - \theta)\varphi\theta, \varepsilon)$  сходятся к соответствующим моментам гауссовской случайной величины с параметрами 0,1. Если же множество  $\Theta$  неограниченно, а  $L_\varepsilon$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$  растет не быстрее некоторой степени  $\varphi(\theta, \varepsilon)$  то аналогичными свойствами обладает усеченная на интервале  $|\theta| < L_\varepsilon$  ОМП.

Эти свойства доказаны и для оценок, байесовских по отношению к широкому классу функций потерь и априорных плотностей. Общие результаты применяются к таким распространенным методам модуляции, как фазоимпульсная, частотноимпульсная и времяимпульсная. Необходимость рассмотрения усеченных процедур оценивания в случае неограниченного параметрического множества ясна, в частности, для примера частотноимпульсной модуляции, когда наблюдается процесс  $X_0(s)$ , определяемый уравнением

$$dX_0(s) = A \sin\theta s ds + \sigma d\xi(s), 0 \leq s \leq T, \Theta = (\alpha, \infty), \alpha > 0., \quad (2)$$

В этом случае неусеченная ОМП не существует, т.к. функция правдоподобия неограничена.

Теорема 2. Пусть  $\hat{\theta}_{L_T}$  - усеченная на отрезке  $(\alpha, L_T]$  ОМП, построенная по процессу наблюдений (2). Эта оценка состоятельна при  $T \rightarrow 0$  равномерно в области  $\alpha + \delta < \theta < L_T - \delta$ ,  $\delta > 0$ , если  $L_T < \exp[(C + \varepsilon)T]$ ,  $C = \frac{A^2}{4\delta^2}$ . Если же  $L_T > \exp[(C + \varepsilon)T]$  при некотором  $\varepsilon > 0$ , то не существует оценки параметра  $\theta$ , равномерно состоятельной на интервале  $\alpha + \delta < \theta < L_T$ .

Доказательство второй части этой теоремы основано на идеях теории информации.

### Литература

[1] Р.Ш. Липцер, А.Н. Ширяев «Статистика случайных процессов «Наука»», М., 1993.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Богомолов Андрей Юрьевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: andrey11@yandex.ru

А.К. Горбунов, К.А. Хатамова

## ОЦЕНКА СТРУКТУРЫ ПО ИЗМЕНЕНИЮ УСРЕДНЕННОЙ ЭНТРОПИИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

*Для оценки эффективности структуры используется соотношение между средней энтропией на входе и выходе системы. Эта оценка применяется для определения сложности арифметических операций и анализа логических схем.*

Любую систему, которая обрабатывает информацию, можно рассматривать как некоторый фильтр, включенный между источником исходных данных и потребителем результатов обработки. Исходные данные при этом являются выходными сигналами некоторых источников сообщений  $A_1$ , для которого значение энтропии равно  $H_1$ . На выходе обрабатывающей системы можно определить энтропию  $H_2$  как энтропию некоторого другого источника сообщений  $A_2$ . Энтропия на выходе источника  $A_2$  либо совпадает с энтропией источника  $A_1$ , либо не совпадает. Изучение величины изменения энтропии в последнем случае является целью данного доклада. Для простоты рассматриваются дискретные системы и источники сообщений.

Если на выходе источника  $A_1$  множество возможных символов  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  и на выходе источника  $A_2$  множество символов  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ , то система  $S$  реализует над этим множеством некоторое отображение  $F$ . Если это отображение взаимно-однозначное, то  $H_2 = H_1$ , т.е. значение энтропии не изменяется. К таким системам относятся системы передачи и перекодирования данных. В данном докладе рассматриваются системы, для которых взаимная однозначность отображения не выполняется. В таком случае  $H_2 < H_1$ , т.е. энтропия уменьшается (предполагается, что внутри системы  $S$  нет дополнительных источников).

В некоторых случаях величины изменения энтропии в системе характеризует сложность отображения, и в докладе делается попытка использовать её в качестве оценки сложности работы системы. Такая оценка отличается тем, что она не зависит от технической реализации, а только от сложности отображения, реализуемого данной системой, т.е. является оценкой по конечному результату.

Обозначив вероятность появления символа  $x_i \in X$  на выходе  $A_1$  через  $\rho_i$  и вероятность появления символа  $y_j \in Y$  на выходе  $A_2$  через  $\rho_j$ , и вычис-

для значения изменения энтропии  $\Delta H = H_1 - H_2$ , легко убедиться, что значение  $\Delta H$  зависит, кроме сложности отображения, также от распределения вероятностей  $\rho_i$ . Для исключения влияния распределения вероятностей символов источника  $A_1$  значения энтропии целесообразно усреднять по всем возможным распределениям, принимая, что все распределения равновероятны. Тогда получим на выходе источника  $A_1$  среднюю энтропию

$$\bar{H}_1 = - \int_0^{a_1} \dots \int_0^{a_m} \sum_{i=1}^m \rho_i \lg \rho_i d\rho_1 \dots d\rho_m,$$

где  $\sum_{i=1}^m \rho_i = 1$ ;  $\sum_{i=1}^m a_i = 1$ .

Средняя энтропия на выходе источника  $A_2$  по всем распределениям вероятностей входных символов

$$\bar{H}_2 = - \int_0^{a_1} \dots \int_0^{a_m} \sum_{j=1}^m \rho_j \lg \rho_j d\rho_1 \dots d\rho_m,$$

где  $\rho_j = \kappa_j(\rho_1 \dots \rho_m)$  – функция от вероятностей входных символов системы. Вид функции  $\kappa_j$  определяется типом отображения.

В качестве независимой оценки средней сложности преобразования принимается минимальное возможное значение средней энтропии  $H_{2\min}$ . Оно достигается при отображении, разделяющем множество входных символов на два класса с наихудшим распределением – один символ в один класс, а все остальные – в другой. Значение  $H_{2\min}$  зависит только от количества элементов множества  $X$ :

$$\bar{H}_{2\min} = \sum_{s=2}^k \frac{1}{2^{k-s+1}} \left( \sum_{r=2}^{\infty} \frac{1}{r^3} - \frac{1}{2^3} \right) - \frac{3}{2^{k+1}},$$

где  $k = \lg m, k \geq 2$ .

Оценка средней сложности преобразования производится по отношению к сложности при наипростейшем отображении, возможном при данном количестве элементов множества  $X$ . Тогда относительная средняя сложность преобразования определяется значением

$$D = k \frac{\bar{H}_2}{H_{2\min}}.$$

В случае, когда система  $S$  реализует логическую функцию, описываемую одним конъюнктивным (или дезъюнктивным) членом, и числе переменных на входе системы  $S$ , равным  $k$ , это выражение даёт целочисленные значения  $D = k$ .

В случае, когда система  $S$  состоит из нескольких элементов  $S_i$ , значение  $D_i$  может быть определено для каждого элемента, при этом

$$D_s = \sum_{l=1}^t D_l \geq D,$$

где  $t$  – число элементов в системе.

Неравенство  $D_s > D$  имеет место очень часто, так как символы, поступающие на входы отдельных подсистем, могут быть зависимые. Это означает, что у некоторых элементов используются не все их возможных преобразований. В таком случае можно внести понятие коэффициента полезного действия системы

$$\eta = \frac{D}{D_s}.$$

На основе вышеприведенного произведены:

- вычисление минимальной возможной энтропии на выходе логических схем при количестве входных переменных  $k \leq 100$ ;
- методика определения эффективности работы комбинационных схем;
- оценка средней сложности арифметических операций.

#### **Литература:**

[1] К. Шеннон. Математическая теория связи. ИЛ. М. 1999.

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Хатамова Камила Алишеровна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kamillacher2014@gmail.com

А.Ю. Богомолов, А.К. Горбунов

## ОЦЕНКИ СВЕРХУ ДЛЯ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФИЗИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В модели сигналов  $S$ , описываемой случайной функцией  $u_T(t)$ , центрированной В модели сигналов  $S$ , описываемой случайной функцией  $u_T(t)$ , центрированной и нестационарной относительно функции корреляции, сохраняются их принципиальные свойства: ограниченные длительность  $T$  и энергия  $W_0$  [1], что обеспечивает недетерминированность модели. Другим свойством является сосредоточение основной доли энергии  $W_e$  в эффективной полосе частот  $\Delta f_e = \frac{1}{\Phi_M} \int_0^\infty \Phi_T(f) df$ , где  $\Phi_M$  - максимальное значение спектральной плотности  $\Phi_T(f)$  для средней в  $T$  мощности, соответствующее частоте  $f_M$ .

Случайные функции  $u_T(t)$  в определенном смысле могут быть представлены в виде

$$u_T(t) = \sum_k \xi_k \psi_k(t), \quad (1)$$

где  $\{\xi_k\}$  - случайные величины,  $\{\psi_k(t)\}$  - неслучайные функции времени  $t$ .

Назовем подмножество  $N_0$  на (1) базисными составляющими, если они: 1) в совокупности несут основную долю энергии  $S$ ; 2) обладают двойной ортогональностью:  $\xi_k$  некоррелированы,  $\psi_k(t)$  ортогональны; 3) являются финитными функциями  $t$  причем  $T_K \leq T$ , где  $T_K$  - интервалы, в которых  $\psi_k(t)$  отличны от нуля.

Рассмотрим два способа образования базисных составляющих:

1) последовательный, когда в (1)

$$\xi_k = \xi(k\tau_0), \quad (2)$$

где  $\xi(k\tau_0)$  - значения  $S$  в точках, в которых средняя (по интервалу  $T$ ) функция корреляции

$$\overline{R_T}(\tau) = \frac{1}{T} \int_T M\{u(t_1)u(t_2)\} dt_1, \quad (3)$$

где  $M$  - оператор математического ожидания,  $\tau = t_2 - t_1$ , проходят через нуль, т.е.  $\overline{R_T}(k\tau_0) = 0, k = 1, 2, \dots, N$ , причем функции

$$\psi_k(t) = \begin{cases} \psi_k(t - k\tau_0), & (k-1)\tau_0 \leq t \leq k\tau_0 \\ 0 & \text{при других } t \end{cases} \quad (4)$$

2) одновременный, когда в (1)

$$\xi_k = \int_T u_T(t) \psi_k(t) dt, \quad (5)$$

а  $\psi_k(t)$  удовлетворяют интегральному уравнению

$$\lambda_T^2 \psi_k(t) = \int_T R_T(t, t') \psi_k(t') dt', \quad (6)$$

$\lambda_T^2$  и  $\psi_k(t)$  – собственные значения к собственные функции (6), что соответствует (1) в виде разложения Карунена-Лозва-Пугачева со сходимостью в ср.-кв.

Важнейшими параметрами сигналов представляются: 1) число базисных составляющих  $N_0$ ; 2) коэффициент сосредоточения энергии в  $\Delta f_e$ , т.е.  $K_e = W_e/W_0 < 1$ . Сигналы можно считать оптимальными, если они обладают предельными возможными значениями  $N_0$  и  $K_e$ .

Теорема. Максимально возможное число базисных составляющих имеет оценку

$$N_0 \leq [2T\Delta f_e], \quad (7)$$

где  $[ ]$  – целая часть числа с скобках.

При последовательном образовании  $N_0$  оценка (7) – наилучшая и достигается для класса сигналов с минимальным интервалом корреляции [2] для функции  $\overline{R_T}(\tau)$ :

$$\tau_{0 \min} = \frac{1}{2\Delta f_e} \leq \tau_0. \quad (8)$$

При одновременном образовании  $N_0$  оценка (7) асимптотическая и эффективно достигается при достаточно больших  $N_0$  для сигналов со среднен функцией

$$\overline{R_T}(\tau) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \frac{\sin 2\pi\Delta f_e \tau}{2\pi\Delta f_e \tau}, & |\tau| \leq T \\ 0, & |\tau| \geq T \end{cases}, \quad (9)$$

Коэффициент сосредоточения энергии имеет оценки:

1) при последовательном образовании  $N_0$ :

$$K_e \leq \lambda_1^2, \quad (10)$$

где  $\lambda_1^2$  – первое собственное значение (6) с ядром (9) при  $T = 1/2\Delta f_e$ , причем оценка – наилучшая и достигается, если в (4)  $\psi_k(t)$  – первая собственная функция указанного уравнения;

2) при одновременном образовании  $N_0$ :

$$K_e \leq \frac{1}{\pi x} \{\mu[x(\beta + 1)] - \mu[x(\beta - 1)]\}, \quad (11)$$

где  $x = 2\pi T\Delta f_\infty$  – эффективная полоса частот при функции корреляции (9) для  $T \rightarrow \infty$ :  $\mu(y) = \cos y + y \text{Si} y - \ln y + Ciy$ ,  $\text{Si} y$  и  $Ciy$  – соответственно их интегральные синус к косинус;  $\beta = \frac{\Delta f_e}{\Delta f_\infty} = \frac{\pi}{2} \frac{x}{x \text{Si} x - \cos x - 1}$ . Оценка (II) – асимптотическая и эффективно достигается при остаточном большом  $N_0$  сигналов со средней функцией корреляции (9).

### Выводы

- 1) Параметр  $N_0$  в обоих случаях ограничен одной и той же величиной за счет ограниченности энергии сигналов.
- 2) Коэффициент  $K_e$  при последовательном способе не зависит от  $N_0$ , а при одновременном может быть сколь угодно близким к 1 (при достаточно большом  $N_0$ ).
- 3) Базисные составляющие при одновременном способе могут сколь угодно полно сохранить информацию исходных и сигналов [3].

Тем самым обосновывается переход к конечномерной модели с  $N_0$  измерениями, сохраняющей сколь угодно полно информацию и энергию, а также конечную длительность физических сигналов. Это исключает (в Гауссовом приближении) известные парадоксы и позволяет определить предельную скорость передачи информации в физических каналах.

### Литература

[1] В.Н. Bharucha, Т.Т. Kadota, On the representation of continuous parameter process by a sequence of random variables, IEEE Trans., IT-60, №2, 2014

**Богомолов Андрей Юрьевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: andrey11@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

К.Г. Трошкин, П.А. Зорина, А.К. Горбунов

## ОЦЕНКИ ФАЗЫ СИГНАЛА В ГАУССОВСКОМ БЕЛОМ ШУМЕ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассматриваются рекуррентные оценки параметра сигнала, передаваемого по каналу с гауссовским белым шумом. Для случая фазоимпульсной модуляции приведены условия, при выполнении которых эти оценки оказываются состоятельными и асимптотически эффективными.

Пусть  $S(t)$  – известная дважды непрерывно-дифференцируемая периодическая с периодом  $\omega$  функция, так что

$$S(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ a_k \sin\left(\frac{2\pi}{\omega} kt\right) + b_k \cos\left(\frac{2\pi}{\omega} kt\right) \right].$$

Предположим, что по аддитивному каналу с гауссовским белым шумом передаётся сигнал  $S(t+x_0)$ , где  $x_0$  – неизвестный параметр, причём  $x_0 \in X = (0, \omega)$ . Требуется по наблюдениям  $Y(u)$ ,  $0 \leq u \leq t$ , имеющим стохастический дифференциал (в смысле Ито)

$$dY(u) = S(u + x_0)du + \sigma d\xi(u) \quad (1)$$

построить состоятельную и асимптотически эффективную оценку  $X(t)$  для  $x_0$ .

Как хорошо известно, дисперсия любой несмещённой оценки параметра  $x_0$ , построенной по наблюдениям (1) на отрезке времени  $[0, t]$ , ограничена снизу величиной

$$B(t, x_0) = \sigma^2 \left[ \int_0^t [S'(u + x_0)]^2 du \right]^{-1}.$$

В соответствии с этим оценка  $X(t)$  параметра  $x_0$  называется асимптотически эффективной, если распределение случайной величины

$$\sqrt{B(t, x_0)}(X(t) - x_0)$$

сходится при  $t \rightarrow \infty$  к нормальному закону с параметрами  $(0, 1)$ , т.е.

$$\sqrt{B(t, x_0)}(X(t) - x_0) \sim N(0, 1).$$

Пусть  $X(t)$  – произвольный случайный процесс. Будем обозначать через  $\hat{X}(t)$  процесс, полученный из  $X(t)$  следующим преобразованием

$$\hat{X}(t) = \begin{cases} X(t) - (i-1)\omega, & \text{если } (i-1)\omega < X(t) < i\omega \text{ для} \\ & \text{некоторого } i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ 0, & \text{если } X(t) = i\omega \end{cases}$$

Приводимая ниже теорема показывает, что если сигнал  $S(t)$  содержит первые гармонические составляющие, то по наблюдениям (1) всегда можно построить простую рекуррентную оценку параметра  $x_0$ , которая будет состоятельной.

Теорема 1. Пусть  $c_1^2 = a_1^2 + b_1^2 \neq 0$ , а процесс  $X(t)$  описывается уравнением

$$dX(t) = \frac{K\alpha(t+X(t))[dY(t)-S(t+X(t))dt]}{1+t}, X(0) = x \quad (2)$$

где  $K>0$ ,  $\alpha(t) = a_1 \cos\left(\frac{2\pi}{\omega}t\right) - b_1 \sin\left(\frac{2\pi}{\omega}t\right)$ . Тогда для любого  $x_0 \in \mathcal{X}$  и любой начальной точки  $x$  выполнено соотношение

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{X}(t) = x_0. \text{ (п. н.)}$$

Нетрудно увидеть, что если  $2K\pi c_1^2 > \omega$ , то построенная выше оценка удовлетворяет соотношению

$$\sqrt{B(t, x_0)}(X(t) - x_0) \sim N(0, \alpha),$$

где, вообще говоря,  $\alpha = \alpha(K) > 1$  каково бы ни было  $K$ . Поэтому эта оценка не является асимптотически эффективной.

Из следующего утверждения вытекает, что если энергия колебаний на самой низкой частоте у передаваемого сигнала  $S(t)$  превосходит суммарную энергию колебаний на всех остальных частотах сигнала  $S'(t)$ , то параметр  $x_0$  может быть оценён не только состоятельно, но и асимптотически эффективно с помощью рекуррентных оценок.

Теорема 2. Пусть

$$c_1^2 > \sum_{i=2}^{\infty} i^2 c_i^2, \text{ где } c_i^2 = a_i^2 + b_i^2,$$

а процесс  $X(t)$  описывается уравнением

$$dX(t) = \frac{S'(t+X(t))[dY(t) - S(t+X(t))dt]}{a(1+t)}, X(0) = x,$$

где

$$a = \frac{2\pi^2}{\omega^2} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 c_i^2,$$

тогда для любого  $x_0 \in \mathcal{X}$  и любой начальной точки  $x$  выполнены соотношения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{X}(t) = x_0 \text{ (п. н.)}$$

$$\sqrt{B(t, x_0)}(\hat{X}(t) - x_0) \sim N(0, 1).$$

### Литература

[1] Г.Краммер. Математические методы статистики. ИЛ, Москва, 1990.

**Трошкин Константин Геннадьевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: troshkinkonstantin@yandex.ru

**Зорина Полина Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: zorina\_p\_a@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Кузнецова, А.К. Горбунов

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВОЕ ХРАНЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В ПАМЯТИ, РАБОТАЮЩЕЙ С ОШИБКАМИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В работе рассматриваются устройства хранения двоичной информации (памяти) из ненадёжных элементов: ячеек памяти и корректирующего блока. Ячейки памяти являются двоичными, т.е. в каждой из них может содержаться один из двух символов: 0 или 1. Корректирующий блок строится из сумматоров по модулю 2 и пороговых элементов. Память работает следующим образом.

Информацией, подлежащей хранению, являются кодовые слова некоторого блокового кода  $V$  длины  $N$ . В момент времени  $t = 0$  одно из  $M$  кодовых слов кода  $V$ , возможно искажённое шумом, изменяющим независимо с вероятностью  $P_0$  компоненты кодового слова, помещается в  $N$  ячеек памяти. В моменты времени  $t = 0, 1 \dots$  корректирующий блок выполняет исправление ошибок, которые возникают из-за ненадёжной работы как ячеек памяти так и логических элементов самого корректирующего блока. Для простоты изложения здесь и ниже предполагается, что логические элементы, а, следовательно, и весь корректирующий блок в целом работают мгновенно.

Будем считать, что за время хранения  $T$  произошла ошибка в памяти, если хотя бы в один из моментов времени  $t = 0, 1, \dots, T$  кодовое слово вышло за пределы соответствующей ему области декодирования  $Y_i$ ,  $Y_i \cap Y_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$ ,  $1 \leq i, j \leq M$ . Вероятность ошибки за время  $T$  при хранении  $i$ -того кодового слова кода  $V$  обозначим через  $P_i(T)$ , а общее число элементов в памяти через  $S$ . Положим  $P(T) = \sum P(\bar{x}_i)P_i(T)$ , где суммирование проводится по всем кодовым словам, а  $P(\bar{x}_i)$  - некоторое заданное распределение вероятностей на множестве кодовых слов.

В работе рассматривается задача построения памяти, в которой используется конечное число элементов  $S = S / \log M$  на один бит хранящейся информации и для которой  $P(T) \rightarrow 0$  при  $N \rightarrow \infty$  и фиксированной относительной ёмкости памяти  $R_0 = \log M / N$ . Для произвольных чисел  $0 < R < 1$  и целого  $T > 0$  было доказано существование памяти, для которой  $S \leq S_0$ ,  $R_0 \geq R$  и  $P_i(T) \leq (T + 1)A_1N^{-a_1}$ ,  $1 \leq i \leq M$ , где  $S_0 \geq 0$ ,  $A_1 > 0$  и  $a_1 > 0$  - некоторые постоянные, не зависящие от  $N$ .

В работе для вероятностей  $P_i(T)$ ,  $1 \leq i \leq M$ , получена новая граница:  $P_i(T) \leq (T + 1) \exp\{-N^{a_2}E_1\}$  где  $0 < a_2 < 1$  и  $E_1 > 0$  - некоторые постоянные, не зависящие от  $N$ .

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы для произвольных чисел  $0 < R < 1$  и целого  $T > 0$  доказать существование памяти, для которой

$S \leq S_1$ ,  $R_0 \geq R$  и  $P_i(T) \leq (T + 1) \exp\{-NE\}$ ,  $i = 1, \dots, M$ , при некоторых постоянных  $S_1 > 0$  и  $E > 0$ , не зависящих от  $N$ . При решении этой задачи используется метод построения низкоплотностных кодов с заданными свойствами.

В данной работе существенным является допущение того, что все элементы памяти (ячейки памяти, логические элементы) могут совершать случайные ошибки. Под ошибками элементов понимается следующее. Сумматор или пороговый элемент совершает ошибку при выполнении некоторой операции, если результат этой операции на выходе элемента является неверным, если результат этой операции на выходе элемента является неверным. Ячейка памяти совершает ошибку в некотором интервале времени, если символ, содержащийся в ячейке памяти в начальный момент, изменяется в результате действия шума к концу интервала. В данной работе относительно ошибок элементов предполагается следующее.

1. Вероятности ошибок каждого порогового элемента ж сумматора при отдельной операции и каждой ячейки памяти за единичный интервал времени не превышают чисел  $P_\alpha$ ,  $P_a$  и  $P_r$  соответственно при любых значениях входов логических элементов и любых содержащихся в ячейках памяти символах.

2. Ошибки в различных элементах и в различные интервалы времени независимы.

Основной результат работы можно сформулировать в виде следующей теоремы.

**Теорема.** Для произвольного числа  $0 < R < 1$  и достаточно большого  $N$  можно указать не зависящую от  $N$  и расположенную около нуля область вероятностей  $P_0$ ,  $P_\alpha$ ,  $P_a$  и  $P_r$  такую, что для любых входящих в неё вероятностей существует память, для которой  $S \leq S_1$ ,  $R_0 \geq R$  и  $P_i(T) \leq (T + 1) \exp\{-NE\}$ ,  $1 \leq i \leq M$ , где  $S_1 > 0$  и  $E > 0$  - некоторые постоянные, не зависящие от  $N$ .

Теорема может быть уточнена указанием явных выражений или соотношений для  $S_1$ ,  $E$  и области допустимых значений параметров  $P_0$ ,  $P_\alpha$ ,  $P_a$  и  $P_r$ .

### **Литература:**

[1] Taylor M.G. Reliable Information Storage in Memories Designed from Unreliable Components. Bell Syst. Tech. J., 2014, vol. 93(10), pp. 2999–2337.

**Кузнецова Анна Андреевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: 521annakuznetsova@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Э.С. Анкуда, А.К. Горбунов

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ В ОДНОЙ МОДЕЛИ МЕТОДА СЛУЧАЙНОГО БАЛАНСА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Пусть имеется  $t$  факторов, т.е. переменных  $x_\alpha$ ,  $\alpha=1, \dots, t$ , принимающих по нашему выбору одно из двух значений: 0 или 1. Известно, что какие-то  $S \ll t$  из этих факторов – значимые. Задана функция  $y(x)$  от вектора  $x = \{x_\alpha, \alpha=1, \dots, t\}$ , равная 0, если число  $n$  значимых факторов, равных 1, заключено в пределах  $0 \leq a \leq n < b \leq S$  и  $y=1$  в противном случае. Требуется найти все значимые факторы с помощью экспериментов следующего типа. Каждому фактору  $x_\alpha$  в  $i$ -ом эксперименте задают значение  $x_{\alpha i}$  и измеряют  $y_i = y(x_{1i}, \dots, x_{ti})$ . Результат измерения передается по каналу с искажением, в результате чего на выходе измеряются независимые случайные величины  $z_i = 0$  или 1, причем известны вероятности перехода  $r_{mn} = P\{z_i = n / y_i = m\}$ ;  $m, n = 0, 1$ . Если  $r_{mn} = 1 - r_{nm}$ ,  $n = 0, 1$ ; то говорят, что канал симметричен. На языке теории информации, задавая значения факторов  $x_{\alpha i}$ , мы кодируем сообщение о значимых факторах в двоичную последовательность  $y_i$ ; анализируя последовательность  $z_i$ , мы должны декодировать сообщение.

Мы рассматриваем в основном такие последовательности экспериментов, в которых значения факторов не зависят от предыдущих измерений. Такие стратегии нужны в ситуациях, когда значения факторов должны быть заданы раз и навсегда. В то же время выясняется, что число экспериментов нельзя существенно уменьшить, за счет учета результатов предыдущих измерений, но можно упростить анализ экспериментов.

Зададим вероятности  $\beta$  и  $\gamma$  того, что в результате исследования хотя бы один соответственно незначимый (значимый) фактор признан значимым (незначимым). С помощью теоретико-информационных соображений мы получаем нижнюю оценку числа экспериментов, необходимых для выделения всех значимых факторов с заданными вероятностями  $\beta$  и  $\gamma$  ошибок. Затем описывается конкретная стратегия проведения измерений и несколько способов анализа экспериментов. Получены оценки числа экспериментов и сложности их обработки при использовании этих методов. Результаты обобщаются на случай, когда для  $S$  задано априорное распределение.

Авторы считают, своим приятным долгом поблагодарить М.С. Пинскера за полезное обсуждение постановки и решения задачи.

Допустим вначале, что ошибки в передаче результатов нет. Тогда используя то, что каждый эксперимент может иметь два исхода, легко получить нижнюю оценку для числа  $N$  экспериментов  $2^N > C_t^S$ , что выполнено при

$$N > S \log_2 t - \log_2(S!) \quad (1)$$

В этой работе мы уделяем главное внимание слагаемому в оценке числа экспериментов, зависящему от  $t$ , который наиболее важен при  $t \rightarrow \infty$ ,  $S = \text{const}$ .

В случае симметричного канала с шумом из сильного обращения теоремы кодирования следует, что нижней оценкой числа  $N$  экспериментов при заданных вероятностях ошибок  $\beta$  и  $\gamma$  является:

$$N > (S \log_2 t - \log_2(S!))(1 + H_{(r)})^{-1} \quad (2)$$

где  $H_{(r)} = r \log_2 r + (1-r) \log_2(1-r)$ .

Из-за того, что кодирование у нас имеет специальный характер, теорема Шеннона, оценивающая сверху длину оптимально закодированного сообщения, не может быть непосредственно применена для оценки сверху числа экспериментов. Известную схему доказательства ее, использующую случайное кодирование, приходится модифицировать, предполагая независимыми последовательности  $y_1, \dots, y_N$ , отвечающие пересекающимся множествам  $S$  факторов, и оценка длины сообщения существенно усложняется. Кроме того, для некоторых  $a, b$  нельзя добиться, чтобы вероятности событий  $y=1$  и  $y=0$  соответствовали пропускной способности (например, в случае  $a=1, b=2$   $P\{y=1\} \geq -1/e + 1$ , а пропускная способность для симметричного канала достигается при  $P\{y=1\} = 1/2$ ). Используя теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона можно вывести достаточные условия того, чтобы вероятность  $P\{y=1\}$  соответствовала пропускной способности канала.

В качестве примера для простого случая  $a=0, b=1$  и канала без шума опишем планирование и анализ экспериментов, что главный член числа измерений есть  $S \log_2 t$ . Для этого положим, что  $x_{\alpha i}$  – случайные величины, независимые при разных  $\alpha$  или  $i$  и  $P\{x_{\alpha i}=0\} = 2^{-1/s} = q$ . В процессе декодирования мы оставляем только факторы, равные 0 во всех экспериментах с  $y=0$ . Из них мы составляем всевозможные  $S$ -ки.

Теорема 1. Если число описанных выше экспериментов

$$N > s \log_2 t + s^2 \log_2 s - s \log_2 \delta \quad (3)$$

то с вероятностью, большей  $1-\delta$  только у искомой  $S$ -ки в каждом эксперименте с  $y=1$  хотя бы один фактор равен 1.

Отметим, что декодирование требует исследования каждой  $S$ -ки, т.е. порядка  $t^s$  циклов операций, что практически невыполнимо при реально возможных  $s$  и  $t$ . При неточно известном  $s$  можно модифицировать декодирование, включив перебор, начиная от меньших  $s$ , но это еще более усложнит процедуру.

Аналогичную процедуру, использующую декодирование по методу максимального правдоподобия, можно исследовать и в случае канала с шумом. Для нее остаются в силе перечисленные выше недостатки.

Опишем теперь для простоты в случае  $a=0, b=1$  и симметричного канала,  $0 < r < \frac{1}{2}$  анализ, который при том же планировании экспериментов, что

и в п.2, требует примерно в  $(\ln 2)^{-1}$  раз больше экспериментов, и порядка  $t$  циклов операций. Он устойчив по отношению к неточности знания величины  $S$ .

Метод заключается в проверке для каждого фактора  $x_\alpha$  гипотезы о его значимости. Каждый эксперимент имеет при данном  $\alpha$  четыре исхода  $(y_i, x_{\alpha i})$ ;  $y_i=0,1$ ;  $x_{\alpha i}=0,1$ . Применением теоремы о больших отклонениях к сумме независимых логарифмов  $\xi_i^{(\alpha)}$  отношений правдоподобия доказывается.

Теорема 2. Если число описанных в п.2 экспериментов

$$N > s \log_2(t\beta^{-1})[(1+H_{(r)})\ln 2]^{-1} \quad (4)$$

а  $x = M_3 \xi \{ 1 - c_{\gamma s} [(1+H_{(r)})\log_2(t\beta^{-1})]^{-1/2} \}$ , где  $c_{\gamma s}$  – постоянная, зависящая от  $\gamma$ ,  $S$ , то с вероятностью, большей соответственно  $1-\beta$  ( $1-\gamma$ )  $N^{-1} \sum_{i=1}^n \xi_i^{(\alpha)} < x$  ( $> x$ ) для всех незначимых (значимых) факторов  $x_\alpha$ .

Можно немного улучшить (4) за счет изменения вероятности  $q$ .

Для несимметричного канала применимо то же планирование и анализ экспериментов, только вместо  $q$  надо взять вероятность  $\bar{q}$ , для которой достигается пропускная способность  $S$  канала, а оценка для числа экспериментов имеет вид  $N > \log_2(t\beta^{-1})(c \ln \bar{q})^{-1}$ .

### Список литературы

[1] Дж. Вольфовиц. *Теоремы кодирования теории информации*. Мир, Москва, 1997.

**Анкуда Эвелина Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: e.ankuda@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Дмитриев, П.А. Зорина, А.К. Горбунов

## ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА С БОЛЬШИМ АДДИТИВНЫМ ШУМОМ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассмотрим канал связи с независимым аддитивным шумом, сигнала на выходе  $\eta$  которого равен сумме сигнала на входе  $\xi$  и статически независимого от него шума  $\zeta$ , т.е.  $\eta = \xi + \zeta$ . Предположим, что средняя мощность сигнала на входе ограничена:  $M\xi^2 \leq \varepsilon$ , где  $0 \leq \varepsilon \leq \infty$ . Пусть  $C(\varepsilon)$  - пропускная способность такого канала. Ранее автором было показано, что при  $\varepsilon \rightarrow 0$  асимптотика  $C(\varepsilon)$  является линейной по  $\varepsilon$ :

$$C(\varepsilon) = L\varepsilon + o(\varepsilon),$$

в предположении, что  $L = \sup_a \frac{\varphi(a)}{a^2} < \infty$ , где  $\varphi(a) = \int [q(x) - q(x-a)] \log q(x) dx$ ,  $q(x)$  - плотность распределения шума  $\zeta$ . Позднее Бурнашев показал, что  $C(\varepsilon) \sim K\varepsilon \log \frac{1}{\varepsilon}$  при  $\varepsilon \rightarrow 0$ , где  $K$  - некоторая константа, в случае, когда  $L = \infty$  вследствие того, что плотность шума  $q(x)$  дифференцируема всюду, кроме конечного числа точек, где существуют лишь односторонние производные. Недавно Бурнашев и Хасьминский установили, что  $C(\varepsilon) \sim D\sqrt{\varepsilon}$  и указали вид константы  $D$  в случае, когда  $L = \infty$  вследствие того, что  $q(x)$  имеет конечное число разрывов первого рода. В настоящей работе изучается асимптотическое поведение пропускной способности  $C(\varepsilon)$  в случае, когда плотность шума  $q(x)$  является гладкой функцией (например, дважды дифференцируемой), но  $L = \infty$  из-за быстрого убывания  $q(x)$  на бесконечности.

В работе установлено, что если  $\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{\varphi(a)}{a^2} = \infty$  плотность  $q(x)$  - дважды дифференцируема и не обращается в нуль, то, вообще говоря, существуют константы  $k_1, k_2, A_1, A_2$ ,  $0 < k_1 \leq k_2$ ,  $A_1 > 0$ ,  $A_2 > 0$  такие, что асимптотически при  $\varepsilon \rightarrow 0$

$$A_1 \varepsilon \log^{k_1} \frac{1}{\varepsilon} \leq C(\varepsilon) \leq A_2 \varepsilon \log^{k_2} \frac{1}{\varepsilon}$$

Например, если при  $|x| \rightarrow \infty$   $q(x) \sim \exp\{-|x|^\alpha\}$ , где  $\alpha > 2$ , то

$$A_1 \varepsilon \log^{\frac{\alpha-2}{\alpha}} \frac{1}{\varepsilon} \leq C(\varepsilon) \leq A_2 \varepsilon \log^{\frac{\alpha+1}{\alpha}} \frac{1}{\varepsilon}$$

Если же  $q(x)$  - гладкая (дважды дифференцируемая) финитная функция, то

$$C(\varepsilon) \approx B\varepsilon \log \frac{1}{\varepsilon},$$

где  $B$  - некоторая константа.

В случае, когда  $q(x)$  - финитная функция, отличная от нуля на некотором отрезке длины  $h$ , по описанному выше каналу возможна передача без ошибок. Обозначим через  $C_0(\varepsilon)$  - пропускную способность такого канала при нулевой ошибке. В работе установлено, что при  $\varepsilon \rightarrow 0$

$$C_0(\varepsilon) \approx \frac{1}{h^2} \varepsilon \log \frac{1}{\varepsilon}$$

В заключении отметим, что при исследовании асимптотического поведения пропускной способности непрерывных каналов, оказывается полезной следующая лемма. Пусть

$$I(N) = \sup_{r(x)} \left\{ - \int_{|x|>N} r(x) \log r(x) dx \right\},$$

где верхняя грань берется по всем плотностям распределения вероятностей  $r(x)$  таким, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} r(x) dx = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x^2 r(x) dx \leq \sigma^2,$$

где  $\sigma^2$  - некоторая положительная константа. Тогда при  $N \rightarrow \infty$

$$I(N) = \left( \frac{3 \ln N}{N^2} - \frac{\ln \ln N}{N^2} - \frac{\ln 3\sigma^2 - 1}{N^2} \right) \sigma^2 - o\left(\frac{1}{N^2}\right)$$

Основные результаты работы обобщаются также на многомерный случай.

### Литература

[1] Шеннон К. Математическая теория связи - М. «Мир», 1993.

**Дмитриев Алексей Александрович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: Lexaf18@gmail.com

**Зорина Полина Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: zorina\_p\_a@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Юдаева, В.И. Кодубенко, И.В. Лукошков, А.К. Горбунов

## **ПРОСТОЕ УСТРОЙСТВО КОДИРОВАНИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЯ КОДА РИДА-СОЛОМОНА**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Разрабатывается простое устройство кодирования и алгебраического декодирования высокоскоростного кода Рида-Соломона (РС) переменной длины в режиме исправления ошибок и стираний.

Использование кодов РС в составе каскадных кодов (КК) во многих случаях позволяет повысить вероятностно-временные характеристики аппаратуры передачи данных. При этом требуется работа декодера РС в режиме исправления ошибок и стираний. Повышение вероятности приема пакета данных возможно обеспечить, кодируя весь пакет одним блоком КК, что реализуется применением кода РС переменной длины. В то же время разработка такого устройства для достаточно мощного кода РС представляет собой сложную задачу с точки зрения обеспечения малых затрат оборудования и быстродействия.

При высоких требованиях к скорости обработки данных необходима аппаратная реализация устройства. Уменьшение его сложности достигается за счет применения одного быстродействующего вычислительного устройства (ВУ) в конечном поле, многофункционального использования узлов и модификации процедур вычисления.

Устройство декодирования кода РС представляет собой набор многофункционального оборудования содержащего ВУ, пять ЗУ объема на  $(\alpha - 1)$  символ, четыре регистра, коммутатор и устройства управления каждой процедурой. Процесс декодирования разбивается на последовательность этапов: вычисление синдромов, определение локаторов ошибок, определение значений искажений.

1. Реализация процедуры вычисления синдромов заключается в таком построении устройства, когда применяется одно быстродействующее ВУ. Возможность декодирования кода РС произвольной длины достигается за счет соответствующей установки регистра с обратными связями, который с каждым поступающим символом кода  $c_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  генерирует соответствующий локатор. Информация о длине блока содержится в послылке фазового пуска пакета данных. Локаторы стираний  $x_j$  записываются в ЗУ1, синдром – в ЗУ2, одно ЗУ используется какдвигающий резистор.
2. Для вычисления многочлена локаторов стираний  $\lambda(x)$  применяется устройство при добавлении схемы управления в ЗУ3 для хранения результата.
3. Определение модификации синдромов производится с записью результата в ЗУ4.
4. Для определения многочлена локаторов ошибок использован алгоритм Берлекэмп-Месси, модифицированный с целью упрощения реализации и использования уже имеющегося оборудования. Вво-

дятся три регистра для хранения промежуточных величин и специальное устройство управлений. Промежуточные многочлены хранятся в ЗУЗ, управление которым позволяет проводить модификацию адресов для перестановки многочленов и изменения их степени.

5. При нахождении локаторов ошибок используется процедура Ченя. Локаторы ошибок дописываются в ЗУ1 к локаторам стираний.
6. Повторяется этап 2.
7. Для вычисления многочлена значений искажений  $\omega(x)$  применяется то же оборудование и общая с этапом 3 схема управления.
8. Определение производной многочлена локаторов искажений при четном числе стираний и ошибок  $(j+t)$  осуществляется в виде  $((0 \cdot x_j + \lambda_1)x_j + 0)x_j + \dots + \lambda_{j+t-1}$ , при нечетном  $((1 \cdot x_j + 0)x_j + \lambda_2)x_j + \dots + \lambda_{j+t-1}$ . Это позволяет выполнить вычисления добавлением всего лишь схемы управления. Полученные величины обращаются и записываются в ЗУ2.
9. На последнем этапе производится подстановка локаторов искажений в выражение многочлена искажений, определение значений искажений, определение значений искажений и исправление в виде 
$$c'_j = (((0 \cdot x_j + \omega_0)x_j + \omega_1)x_j + \dots + \omega_{j+t-1}) \frac{1}{\lambda'(x_j)} + c_j$$
, где  $c'_j$  - исправленное значение символа.

При получении нулевых синдромов декодирование заканчивается после этапа 1, а при  $s > d - 3$  пропускаются этапы 3 – 6. Для кодирования данные любой длины  $k_2 < 2^a - r_2$ , где  $a$  - число разрядов символов,  $r_2$  - число проверочных символов, которые обрабатываются в декодирующем устройстве, но вместо проверочных символов вводятся произвольные значения, сопровождаемые сигналом стирания. Возможен групповой режим кодирования и декодирования данных от нескольких источников, для чего каждому источнику соответствует ЗУ, подключаемое к общей магистрали устройства.

Для реализации кодирования и декодирования кода РС в поле  $GF(2^8)$  при  $d = 17, n = 17 \div 255$ , потребовалось 200 микросхем средней интеграции. В зависимости от числа искажений и длины кода для декодирования требуется 2 ÷ 4 такта обработки на бит данных.

### Список литературы

[1] Р. Блейхут. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. Мир, М., 1996.

**Юдаева Анастасия Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anast.yudaeva@yandex.ru

**Кодубенко Виктория Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vkodubienko@yandex.ru

**Лукошков Иван Анатольевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Е.С. Кудряшова, А.И. Чухраева, А.К. Горбунов

## ПРОСТОЙ АЛГОРИТМ ДЕКОДИРОВАНИЯ ИТЕРАТИВНЫХ КОДОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Различные варианты декодирования, реализующие минимальное расстояние итеративных кодов, неоднократно рассматривались в литературе. Известный факт, что итеративная конструкция является разновидностью каскадной конструкции, позволяет легко перенести методы декодирования каскадных кодов на итеративные коды. Для более подробного дальнейшего изложения вариантов декодирования кратко напомним конструкцию итеративных кодов.

Пусть имеются два кода  $G_1$  и  $G_2$  с параметрами  $(n_1, k_1, d_1)$  и  $(n_2, k_2, d_2)$  соответственно. Информационная часть итеративного кода представляет собой матрицу, имеющую  $k_1$  столбцов и  $k_2$  строк. Каждая строка матрицы кодируется кодом  $G_1$ . Получается матрица размера  $k_2 \times n_1$ . Затем каждый столбец кодируется кодом  $G_2$ , в результате чего образуется матрица размера  $n_2 \times n_1$ , которая является кодовым словом итеративного кода с параметрами  $(n_1 \times n_2, k_1 \times k_2, d_1 \times d_2)$ .

Все известные автору процедуры декодирования произвольных итеративных кодов, реализующие их минимальное расстояние, можно разбить на 2 этапа.

На первом этапе происходит декодирование столбцов принятой из канала матрицы с помощью кода  $G_2$ , работающего в режиме исправления ошибок. Здесь и далее предполагается, что декодер кода  $G_i$  исправляет  $t$  ошибок и  $S$  стираний только если  $2t+s < d_i$ . Формируется вектор  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n_1})$ , где  $\alpha_i$  — число ошибок, исправленных при декодировании  $i$ -го столбца.

На втором этапе происходит последовательная обработка каждой строки, полученной на первом этапе матрицы размера  $k_2 \times n_1$ . Рассмотрим обработку одной строки, так как остальные строки обрабатываются аналогично. Производится декодирование строки декодером кода  $G_1$ , работающим в режиме исправления ошибок.

Пусть результат декодирования отличается от исходной строки во множестве позиций  $\{i_1, i_2, \dots, i_t\}$ . Вычисляется значение суммы:

$$E = \sum_{i=1}^{n_1} \alpha_i + \sum_{i \in \{i_1, i_2, \dots, i_t\}} (\alpha_2 - 2 \alpha_i) \quad (1)$$

Если  $E \leq t = \lfloor (d_1 \times d_2 - 1) / 2 \rfloor$ , то обработка данной строки заканчивается. В противном случае производится стирание одного символа строки, соответствующего максимальному элементу вектора  $\alpha$ , и декодером кода  $G_1$  исправляются ошибки и стирания, после чего вычисляется новое значение (1) и проверяется условие  $E \leq t$ .

Если оно не выполнилось, то стираются два символа строки, соответствующие двум наибольшим элементам из  $\alpha$  и снова производится декодирование с исправлением ошибок и стираний и так далее.

Стирать более  $\alpha_1 - 1$  символов не имеет смысла, кроме того, можно показать, что стирать следует сразу по два символа, поэтому общее число декодирований строки достигает  $(\alpha_1 + 1)/2$ , а для всего массива из  $k_2$  строк –  $k_2(\alpha_1 + 1)/2$ . Ниже мы опишем улучшенную процедуру декодирования, требующую на втором этапе не более  $d_1 + k_2$  декодирований строк.

Рассмотрим декодирование первой строки. Если при первой попытке декодирования (без стираний) условие  $E \leq t$  не выполнилось, то это означает, что в данной строке содержится не менее  $t_1 + 1 = [(d_1 - 1)/2] + 1$  ошибок. Следовательно, после  $l > 1$  декодирований первой строки будут известны, по крайней мере,  $t_1 + 1$  столбцов, продекодированных на первом этапе неверно. При обработке последующих строк те позиции, которые соответствуют этим столбцам, всегда стираются. Стертые позиции для каждой новой попытки декодирования очередной строки определяются аналогично исходному алгоритму по множеству компонент векторе  $\alpha$ , соответствующих нестертым столбцам. Если к началу декодирования  $j$ -й строки в ней имеется  $S_j$  стертых символов, то возможны следующие две ситуации.

1. Эту строку мы декодируем с первой попытки (без внесения дополнительных стираний) и переходим к декодированию следующей строки.
2. Первая попытка оказалась неудачной, следовательно, не менее  $(d_1 - S_j)/2$  нестертых позиций этой строки ошибочны. Соответствующее количество дополнительных стираний мы внесем в следующие строки после успешного декодирования данной строки. Очевидно, что для декодирования  $j$ -й строки потребуется не более  $l = (d_1 - S_j + 1)/2$  попыток.

Таким образом, если первая строка потребовала  $1 < l \leq \frac{d_1 + 1}{2}$  попыток, то вторая строка потребует не более  $[(d_1 - t_1)/2] \leq \frac{d_1 + 1}{4}$  попыток декодирования. Если обе строки потребовали более одной попытки декодирования, то третья строка требует не более  $(d_1 + 1)/8$  попыток и так далее.

### Литература

[1] Reddy S.M., Robinson J.P. Random error and burst correction by iterated codes, IEEE Trans. Info. Theory 51, 2015, p.131-140

**Кудряшова Екатерина Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kattya.cat-kat@yandex.ru

**Чухраева Анастасия Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.А. Кузнецова, А.К. Горбунов

## СЛОЖНОСТЬ ДЕКОДИРОВАНИЯ НИЗКОСКОРОСТНЫХ КОДОВ РИДА-МАЛЛЕРА

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Коды Рида-Маллера (РМ), находят широкое применение из-за простоты их кодирования и декодирования и достаточно высокой корректирующей способности. Наиболее распространенным методом декодирования кодов РМ является мажоритарный, сложность реализации которого пропорциональна  $n \log^r n$ , где  $n$  - длина кода, а  $r$  - его порядок. Использование обобщенного каскадного представления этих кодов позволяет построить алгоритмы их кодирования и декодирования со сложностью пропорциональной произведению длины кода на его порядок.

Пусть  $R(r, m)$  - код Рида-Маллера  $r$  - го порядка длины  $n = 2^m$  с  $K(r, m) = \sum_{i=0}^m C_m^i$  информационными символами и минимальным расстоянием  $d = 2^{m-r}$ . Алгоритм кодирования  $R(r, m)$  обозначим через  $\varphi(r, m)$ , а алгоритм декодирования в пределах, гарантируемых оценкой кодового расстояния, -  $\Psi(r, m)$ . Сложность реализации алгоритмов кодирования  $C_\varphi(r, m)$  и декодирования  $C_\Psi(r, m)$  будем оценивать в числе операций сложения вычитания действительных чисел  $C_\varphi^{(1)}(C_\Psi^{(1)})$ , определения модуля числа  $C_\varphi^{(2)}(C_\Psi^{(2)})$ , сравнения двух чисел  $C_\varphi^{(3)}(C_\Psi^{(3)})$  и смены знака числа на противоположный  $C_\varphi^{(4)}(C_\Psi^{(4)})$ . При оценке сложности алгоритмов не учитываются затраты на операции присвоения, изменения индексных переменных и т.п. Осуществим в кодовых словах замену нулей на единицы и единиц на минус единицу. Такую же замену совершим в символах информационного вектора  $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{K(r, m)})$ .

Алгоритм кодирования  $\varphi(r, m)$ :

1. Если  $r = 0$ , то кодовый вектор  $\bar{V} = (u_1, u_1, \dots, u_1)$  является  $2^m$ -кратным повторением единственного информационного символа  $u_1$ .
2. Если  $r = m$ , то кодовый вектор  $\bar{V}$  совпадает с информационным вектором  $\bar{u}$ .
3. Информационный вектор  $\bar{u} = (u_1, u_2, \dots, u_{K(r, m)})$  размерности  $K(r, m)$  разобьем на две части  $\bar{u}^{(1)} = (u_1^{(1)}, \dots, u_{K(r-1, m-1)}^{(1)})$  и  $\bar{u}^{(2)} = (u_1^{(2)}, \dots, u_{K(r, m-1)}^{(2)})$ .
4. Закодируем вектор  $\bar{u}^{(1)}$  с помощью алгоритма  $\varphi(r-1, m-1)$ . В результате получим вектор  $\bar{V}^{(1)} = (V_1^{(1)}, V_2^{(1)}, \dots, V_{2^{m-1}}^{(1)})$  размерности  $2^{m-1}$ .

5. Закодируем вектор  $\bar{V}$  с помощью алгоритма  $\varphi(r, m - 1)$ . В результате получим вектор  $\bar{V}^{(2)} = (V_1^{(2)}, V_2^{(2)}, \dots, V_{2^{m-1}}^{(2)})$  размерности  $2^{m-1}$ .
6. Кодовый вектор  $\bar{V}$  получается из векторов  $\bar{V}^{(1)}$  и  $\bar{V}^{(2)}$  следующим образом:  $\bar{V} = (V_1^{(2)}, V_1^{(1)} \times V_1^{(2)}, V_2^{(2)}, V_2^{(1)} \times V_2^{(2)}, \dots, V_{2^{m-1}}^{(2)}, V_{2^{m-1}}^{(1)} \times V_{2^{m-1}}^{(2)})$ .

Сложность алгоритма кодирования определяется следующим рекуррентным соотношением:

$$C_\varphi(r, m) = C_\varphi^{(4)}(r, m) = C_\varphi(r - 1, m - 1) + C_\varphi(r, m - 1) + 2^{m-1}$$

с краевыми условиями  $C_\varphi(0, m) = C_\varphi(m, m) = 0$ , решением которого является  $C_\varphi(r, m) = r2^m$ . Отсюда следует:

Утверждение 1. Сложность кодирования кодов РМ пропорциональна произведению длины кода на его порядок.

Пусть по каналу связи передавался вектор  $\bar{V} \in R(r, m)$ , а на приёмной стороне получен возможно искаженный вектор  $\bar{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_n)$ ,  $\omega_i \in \{1, -1\}$ . Результатом декодирования является информационный вектор  $\bar{y}$  размерности  $K(r, m)$ , а также кодовый вектор  $\bar{z}$  кода  $R(r, m)$ , соответствующий информационному вектору  $\bar{y}$ .

Алгоритм декодирования  $\Psi(r, m)$ :

1. Если  $r = m$ , то декодируемые вектора  $\bar{y}$  и  $\bar{z}$  совпадают с вектором  $(\text{sign}(\omega_1), \text{sign}(\omega_2), \dots, \text{sign}(\omega_n))$ .
2. Если  $r = 0$ , то определяется знак величины  $\sum_{i=1}^n \omega_i$ , который совпадает со знаком декодируемого символа  $\bar{y}$ ,  $\bar{z} = (\bar{y}, \dots, \bar{y})$ .
3. Принятый вектор  $\bar{W}$  представляется в виде матрицы  $W$  размерности  $2 \times 2^{m-1}$ , содержащей две строки, в первой – элементы  $\bar{W}$  с нечётными, во второй - с чётными номерами.
4. Вычисляется матрица  $S = H_2 W$  размерности  $2 \times 2^{m-1}$ , где  $H_2$  - матрица Адамара размерности два,
$$H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
5. Находится вектор  $\bar{S}$  размерности  $2^{m-1}$ , равный разности модулей элементов первой и второй строки матрицы  $S$ .
6. Вектор  $\bar{S}$  декодируется по алгоритму  $\Psi(r - 1, m - 1)$ . Результатом являются вектора  $\bar{y}^{(1)}$  размерности  $K(r - 1, m - 1)$  и  $\bar{z}^{(1)} \in R(r - 1, m - 1)$  размерности  $2^{m-1}$ .
7. Из матрицы  $S$  выбираются элементы, образующие вектор  $\bar{\omega}' = (\omega_1', \omega_2', \dots, \omega_{2^{m-1}}')$  размерности  $2^{m-1}$ , причем  $\omega_i'$  равняется  $i$ -му элементу первой строки  $S$ , если  $z_i^{(1)} = 1$  и  $i$ -му элементу второй строки, если  $z_i^{(1)} = -1$ .
8. Вектор  $\bar{\omega}'$  декодируется по алгоритму  $\Psi(r, m - 1)$ . Результатом декодирования являются  $\bar{y}^{(2)}$  размерности  $K(r, m - 1)$  и вектор  $\bar{z}^{(2)} \in R(r, m - 1)$  размерности  $2^{m-1}$ .

9. Результатом декодирования вектора  $\bar{w}$  являются вектор  $\bar{y} = (\bar{y}^{(1)}, \bar{y}^{(2)})$  размерности  $K(r, m)$  и вектор  $z = (z_1^{(2)}, z_1^{(1)} \times z_1^{(2)}, z_2^{(2)}, z_2^{(1)} \times z_2^{(2)}, \dots, z_{2^{m-1}}^{(2)}, z_{2^{m-1}}^{(1)} \times z_{2^{m-1}}^{(2)})$  размерности  $2^m$ .

Сложность алгоритма декодирования определяется системой рекуррентных соотношений:

$$C_{\psi}^{(1)}(r, m) = 3 * 2^{m-1} + C_{\psi}^{(1)}(r-1, m-1) + C_{\psi}^{(1)}(r, m-1)$$

$$C_{\psi}^{(2)}(r, m) = 2^m + C_{\psi}^{(2)}(r-1, m-1) + C_{\psi}^{(2)}(r, m-1)$$

$$C_{\psi}^{(3)}(r, m) = C_{\psi}^{(3)}(r-1, m-1) + C_{\psi}^{(3)}(r, m-1)$$

$$C_{\psi}^{(4)}(r, m) = 2^{m-1} + C_{\psi}^{(4)}(r-1, m-1) + C_{\psi}^{(4)}(r, m-1)$$

с краевыми условиями  $C_{\psi}^{(i)}(m, m) = 0, i = 1, \dots, 4; C_{\psi}^{(1)}(0, m) = 2^m - 1, C_{\psi}^{(2)}(0, m) = 0, C_{\psi}^{(3)}(0, m) = 1, C_{\psi}^{(4)}(0, m) = 0$ .

Решением системы являются соотношения:

$$C_{\psi}^{(1)}(r, m) \leq (3r - 1) 2^m, C_{\psi}^{(2)}(r, m) \leq r 2^{m+1}, C_{\psi}^{(3)}(r, m) \leq C_{m-1}^r,$$

$$C_{\psi}^{(4)}(r, m) \leq r 2^m.$$

из которых следует:

Утверждение 2. Сложность декодирования кода Рида-Маллера, в пределах гарантируемых кодовым расстоянием, пропорциональна произведению длины кода на его порядок. Отметим возможность использования описанного алгоритма декодирования в полунепрерывном канале связи.

### Литература:

[1] Мак-Вильямс Ф.Дж.А. Теория кодов, исправляющих ошибки. М.: "Связь", 1995 г.

**Кузнецова Анна Андреевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: 521annakuznetsova@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.К. Горбунов, Р.Р. Байманов

## СОВЕРШЕННЫЕ КОДЫ В МЕТРИКЕ ВЫПАДЕНИЙ И ВСТАВОК

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Пусть  $B^n$  – множество двоичных слов длины  $n$  и  $B^* = \bigcup_{n=0}^{\infty} B^n$ . На множестве  $B^*$  была введена метрика  $\rho(\alpha, \beta)$ , равная минимальному числу выпадений и вставок, преобразующих слово  $\alpha$  в слово  $\beta$ . Если назначить  $l(\alpha)$  длину слова  $\alpha$ , через  $\underline{l}(\alpha, \beta)$  максимальную длину общей последовательности слов  $\alpha$  и  $\beta$ , а через  $\bar{l}(\alpha, \beta)$  минимальную длину общей последовательности слов  $\alpha$  и  $\beta$ , то можно показать, что  $\rho(\alpha, \beta) = l(\alpha) + l(\beta) - 2\underline{l}(\alpha, \beta) = 2\bar{l}(\alpha, \beta) - l(\alpha) - l(\beta)$  и следовательно,  $\rho(\alpha, \beta) = \bar{l}(\alpha, \beta) - \underline{l}(\alpha, \beta)$ . Метрика  $\rho(\alpha, \beta)$  и ее обобщения широко используется во многих приложениях. Для любого  $\alpha \in B^n$  обозначим через  $\underline{A}_s(n)$  множество различных последовательностей длины  $n - s$  слова  $\alpha$  (т.е. множество слов получаемых из  $\alpha$  выпадением  $s$  символов), а через  $\bar{A}_s(n)$  множество различных последовательностей длины  $n + 3$  слова  $\alpha$  (т.е. множество слов, получаемых из  $\alpha$  вставкой  $s$  символов)

Множество  $W \subset B^*$  называется кодом с исправлением  $s$  выпадений и вставок, если  $\rho(\alpha, \beta) > 2s$  для любых различных  $\alpha, \beta \in W$ . Множество  $W \subset B^*$  называется кодом с исправлением  $s$  выпадений, если попарно не пересекаются множества  $\bar{A}_s(\alpha)$ ,  $\alpha \in W$ . Для кодов, состоящих из слов одной и той же длины эти определения равносильны. Поэтому, например, код  $W \subset B^n$  с исправлением  $s$  выпадений позволяет исправить в каждом кодовом слове все ошибки типа выпадения и вставок, если их суммарное число не превышает  $s$ . Максимальную мощность (число слов) кода  $W \subset B^n$  с исправлением  $s$  выпадений и вставок обозначим через  $M_s(n)$ . Будем говорить что множество  $W \subset B^n$  продолжает покрытие множества  $B^{n-3}$  (множества  $B^{n+3}$ ), если для любого  $\beta \in B^{n-3}$  ( $\beta \in B^{n+3}$ ) существует слово  $\alpha \in W$  такое, что  $\beta \in \underline{A}_s(\alpha)$ . Минимальную мощность кода  $W \subset B^n$  порождающего покрытие множества  $B^{n-3}$  (соответственно  $B^{n+3}$ ). В настоящей работе рассматривается только случай  $s = 1$ .

Для исправление одной не симметричной ошибки типа  $0 \rightarrow 1$  были предложены коды  $W(n, z) = \{\alpha = a_1 \dots a_n \in B^n \mid \sum_{i=1}^n i a_i = z \pmod{n+1}\}$  (3), где  $z$ - любое из чисел  $0, 1, \dots, n$ . Так же мы знаем что, коды  $W(n, z)$  являются также кодами с исправлением одного выпадения и вставки, и было установлено, что  $M(n) \sim \frac{2^n}{n}$  при  $n \rightarrow \infty$ . Как оказалось  $W(n, z)$  порождают покрытия множества  $B^{n-1}$

Теорема 1.

При любом  $n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) каждый из  $n + 1$  кодов  $W(n, z)$ ,  $z = 1, 2, \dots$  является совершенным кодом длины  $n$  с исправлением одного выпадения.

Таким образом при любом  $z$  для любого слова  $\gamma \in B^{n-1}$  существует единственное слово  $\alpha = \alpha(n, z, \gamma) \in W(n, z)$  такое что  $\rho(\gamma, \alpha) = I$ .

Следствие.

$$\underline{M}(n) \leq \frac{1}{2^{(n+1)}} \sum_{\alpha} 2^{\frac{n+1}{\alpha}} \mu(\alpha) \leq \frac{1}{2^{(n+1)}} \sum_{\alpha} 2^{\frac{n+1}{\alpha}} \varphi(\alpha) \leq M(n),$$
 где суммы по всем нечетным делителям  $\alpha$  числа  $n+1$ , а  $\mu(\alpha)$  и  $\varphi(\alpha)$ -функции Мебиуса и Эйлера соответственно.

Это следствие показывает парадоксальную на первый взгляд особенность метрики выпадений и вставок: мощность минимального покрытия множества  $B^{n-1}$  единичными чарами с центрами в  $B^n$ , вообще говоря, меньше мощности его максимальное упаковки. Однако, как показывает следующие утверждения, это уменьшение не существенно в асимптотическом смысле.

Теорема 2.

$$\underline{M}(n) \sim \frac{2^n}{n} \text{ при } n \rightarrow \infty.$$

Код  $\{OO, II\}$  является совершенным кодом длины 2 с исправлением одной вставки. Таких кодов не может существовать при достаточно больших  $n$ .

Теорема 3.

При  $n \geq 3$  имеет место  $m(n) = 3$ , причем каждое подмножество из трех слов  $B_{n-1}^n$  является полным.

Данная теорема определяет минимальное число фиксированных окон таких, что любую последовательность  $\alpha \in B^n$  можно восстановить по неупорядоченной совокупности ее фрагментов, соответствующих этим окнам. Чтобы рассмотреть подобные экстремальные задачи без условия фиксации окон обозначим через  $m_1(n)$  минимальное число  $m$  такое, что для любых множеств  $V_1 \subset B^n$  и  $V_2 \subset B^n$  мощности  $m$  и любых различных слов  $\alpha$  и  $\beta$  из  $B^n$  имеет место  $V_1(\alpha) \neq V_2(\beta)$ .

### Литература:

[1] *Kruskal J.B.* An overview of sequence comparison time warps. String edits, and macromolecules. 2013

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Байманов Роман Русланович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: sufirt2@yandex.ru

А.А. Юдаева, В.И. Кодубенко, А.Д. Мизина, А.К. Горбунов

## СОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ ОЦЕНКИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Пусть  $\xi(x) = \zeta(x) + f(x)$  - (вещественное) случайное поле на  $m$ -мерном евклидовом пространстве  $R^m$ , причем  $\zeta(x)$  - измеримое случайное поле с  $\sup E[\xi(x)]^2 < \infty (x \in R^m)$  и  $E\xi(x) \equiv 0$ , а  $f(x)$  - детерминированный тренд; *a priori* известно, что  $f$  принадлежит данному  $r$ -мерному линейному пространству измеримых функций  $M (1 \leq r < \infty)$  или, иначе говоря,  $f(x) \equiv \sum_{i=1}^r a^i f_i(x)$ , где  $\{f_1, \dots, f_r\}$  - базис  $M$ , а  $a_i$  - неизвестные «коэффициенты регрессии». Требуется оценить тренд  $f$  по наблюдаемой реализации поля  $\xi$  на множестве  $A \subset R^m$ .

Рассмотрим произвольную функцию  $p(\cdot)$ , обладающую свойствами: 1)  $p(x) \geq 0$  на  $A$  и  $p(x) = 0$  вне  $A$ ; 2) функция  $p(\cdot)$  измерима и  $\int p(x) dx = 1$ ; 3)  $\int [f(x)]^2 p(x) dx < \infty$  для любой функции  $f \in M$ . Обозначим:  $L_p^2$  - гильбертово пространство всех измеримых функций  $f$ , для которых  $\int [f(x)]^2 p(x) dx < \infty$ ; если  $\{f_1, \dots, f_r\}$  - базис в  $M$ , то  $g^{ij} = \langle f_i, f_j \rangle$ ;  $\zeta = \{g^{ij}\}$  (матрица Грама этого базиса) и  $D = \{d^{ij}\} = \zeta^{-1}$ . С вероятностью 1  $\xi(\cdot) \in L_p^2$  и для любой функции  $f$  из  $L_p^2$  определено скалярное произведение  $\langle \xi, f \rangle = \int \xi(x) f(x) p(x) dx$ . С функцией

$p(\cdot)$  мы можем связать несмещенную оценку тренда  $f(x) : \hat{f}(x) = \sum_{i=1}^r \hat{a}^i f_i(x)$ ,

где  $\hat{a}^i = \sum_{j=1}^r d^{ij} \langle \xi, f_j \rangle$  (с вероятностью 1  $\hat{f}(\cdot)$  является проекцией функции  $\xi(\cdot)$  на пространстве  $M$ ). В дальнейшем  $\{p_n, n=1, 2, \dots\}$  - последовательность функций со свойствами 1) - 3):  $\hat{f}_n, \hat{a}_n^i, g_n^{ij}$  и  $\zeta_n$  строятся, как и раньше, при  $p = p_n$ .

Последовательность оценок  $\{\hat{f}_n(\cdot), n=1, 2, \dots\}$  называется состоятельной, если, каков бы ни был тренд  $f$  из  $M$ , при любом  $x \in R^m$   $\lim_{n \rightarrow \infty} E[\hat{f}_n(x) - f(x)]^2 = 0$ , и сильно состоятельной, если с вероятностью 1  $\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{f}_n(x) \equiv f(x)$ : разумеется, это равносильно состоятельности в соответствующем смысле оценок  $\{\hat{a}_n^i\}$  при  $i=1, 2, \dots, r$ . Мы укажем для некоторых типов пространств  $M$  условия, при которых последовательность  $\{p_n\}$  определяет состоятельную или сильно состоятельную последовательность оценок  $\{\hat{f}_n\}$ . По мере надобности мы будем вводить следующие условия:

(A) последовательность  $\{p_n\}$  «не вырождает» базис  $\{f_1, \dots, f_r\}$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\det \zeta_n^r}{\prod_{i=1}^r g_n^{ii}} > 0$$

(при  $r=2$  фигурирующая здесь дробь равна квадрату синуса угла между  $f_1$  и  $f_2$  в  $L_p^2$ );

(B) при любом  $y \in R^m$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int |p_n(x+y) - p_n(x)| dx = 0;$$

(C) существует последовательность положительных чисел  $k_1, k_2, \dots$  такая, что  $k_n p_n(x)$  - возрастающая последовательность функций;

(D) существует константа  $K < \infty$  такая, что  $|B_n - B_n| \leq K$  при всех  $n$ ; здесь  $|A|$  - внешняя мера Лебега множества  $A$ ,

$$B_n = \{(x, t) : x \in R^m, t \in R, 0 < t < p_n(x)\},$$

$$B_n - B_n = \{z : z \in R^{m+1}, z = x - y, x \in B_n, y \in B_n\}.$$

Будем говорить, что последовательность  $\{p_n\}$  регулярна, если существуют последовательность функций  $\{\tilde{p}_n\}$  со свойствами 1) – 3), (C) и (D) и константа  $K' < \infty$  такие, что  $p_n(x) \leq K' \tilde{p}_n(x)$  при всех  $x \in R^m$ . Разумеется, всякая последовательность  $\{p_n\}$  со свойствами (C) и (D) регулярна. Регулярная последовательность обладает свойством (D).

Напомним, что для любой равномерно почти периодической функции  $f(\cdot)$  при любом  $\lambda \in R^m$  определен коэффициент Фурье

$$\hat{f}(\lambda) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{|\Sigma_n|} \int_{\Sigma_n} e^{-i(\lambda, x)} f(x) dx \quad (\Sigma_n - \text{шар радиуса } n \text{ в } R^m).$$

Счётное множество  $S_f = \{\lambda : \hat{f}(\lambda) \neq 0\}$  назовём спектром функции  $f$ . Спектром семейства почти

периодических функций  $\Phi$  назовём множество  $S_\Phi = \bigcup_{f \in \Phi} S_f$ . Спектр пространства почти периодических функций  $M$  совпадает со спектром любого его базиса. Если  $\xi(x)$ ,  $x \in R^m$ , - однородное в широком смысле случайное поле, то  $S_\xi$  означает множество точек разрыва его спектральной меры  $F(\cdot) : S_\xi = \{\lambda : F(\{\lambda\}) \neq 0\}$ .

Теорема 1. Пусть пространство  $M$  состоит из почти периодических функций. Если поле  $\xi(x)$  однородно в широком смысле и  $\{p_n\}$  удовлетворяет условию (B), то условие  $S_m \cap S_\xi = \emptyset$  необходимо и достаточно для состоятельности последовательности  $\{\hat{f}_n\}$ . Если поле  $\xi(x)$  однородно в узком смысле, а последовательность  $\{p_n\}$  регулярна и обладает свойством (B), то

условие  $S_m \cap S_\xi = \emptyset$  необходимо и достаточно и для сильной самостоятельности  $\{\hat{f}_n\}$ .

Следующие ниже теоремы могут быть полезны, например, при степенных и экспоненциальных моделях тренда.

**Теорема 2.** Пусть в  $M$  имеется базис  $\{f_1, \dots, f_r\}$  со свойствами: (А),  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int [f_i(x)]^2 p_n(x) dx > 0$  и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int |f_i(x+y)p_n(x+y) - f_i(x)p_n(x)| dx = 0$  при любом  $y \in R^m, i=1, \dots, r$ . Если поле  $\xi(x)$  однородно в широком смысле и  $O \notin S_\xi$ , то последовательность  $\{\hat{f}_n\}$  состоятельна; если поле  $\xi(x)$  однородно в узком смысле,  $O \notin S_\xi$  и  $\{p_n\}$  регулярна, то последовательность  $\{\hat{f}_n\}$  сильно состоятельна.

**Теорема 3.** Пусть некоторый базис  $\{f_1, \dots, f_r\}$  в  $M$  обладает свойством (А) и  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int [f_i(x)]^2 p_n(x) dx = \infty$  ( $i=1, \dots, r$ ). Тогда последовательность  $\{\hat{f}_n\}$  состоятельна; если поле  $\xi(x)$  однородно в узком смысле и  $\{p_n\}$  регулярна, последовательность  $\{\hat{f}_n\}$  сильно состоятельна.

Аналогичные теоремы справедливы и для полей на конечномерных численных решетках.

### Список литературы

[1] И. И. Гихман, А. В. Скороход. Теория случайных процессов. «Наука», М., 1991.

**Юдаева Анастасия Алексеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: anast.yudaeva@yandex.ru

**Кодубенко Виктория Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: vkodubienko@yandex.ru

**Мизина Анастасия Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: shackighammi@gmail.com

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

А.В. Назаров, И.Е. Малышев, А.К. Горбунов

## СТАТИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ О СИГНАЛАХ В УСЛОВИЯХ МАРКОВСКИХ ПОМЕХ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Решаются параметрические статистические задачи для общих марковских процессов. Находятся условия, при которых метод максимального правдоподобия дает оптимальное или асимптотически оптимальное решение этих задач.

1. Рассмотрим одномерное стохастическое дифференциальное уравнение вида

$$dX(t) = a(t, X(t); \alpha, \beta)dt + \sigma(t, X(t))d\omega(t) + \int_{|x| \leq 1} xq(dt, dx) + \\ + \int_{|x| > 1} xp(dt, dx), X(0) = X_0, (I)$$

где  $a(t, x; \alpha, \beta)$  и  $\sigma(t, x)$  – не случайные функции,  $x \in R, t \in [0, T], \omega(t)$  – стандартный винеровский процесс,  $p(dt, dx)$  – не зависящая от  $\omega(t)$  пуассоновская случайная мера с параметром  $\Pi(t, dx; \beta)dt, q(dt, dx)$  – центрированная пуассоновская случайная мера,  $\alpha$  и  $\beta$  неизвестные вещественные параметры из некоторого допустимого множества. Параметр  $\alpha$  будем интерпретировать как некоторую неизвестную характеристику системы, а  $\beta$  – как параметр скачкообразной составляющей случайных помех, оказывающих воздействия на работу системы.

Предположим, что для всех допустимых значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$  существует и единственно решение уравнения (I) и это решение  $X(t)$  доступно наблюдению. По имеющейся реализации процесса  $X(t), t \in [0, T]$  требуется делать выводы о значениях параметров  $\alpha$  и  $\beta$ .

В докладе будет показано, что выводы, основанные на методе максимального правдоподобия (ММП), при определенных условиях будут асимптотически оптимальными, а в отдельных случаях оказываются эффективными, даже если они делаются на основании фиксированного отрезка траектории процесса  $X(t)$ .

2. Применение ММП опирается на формулы (см. 2) для плотностей мер, соответствующих марковским процессам, являющимся решениями уравнений вида (I). Пусть  $L^T = L^T(\alpha, \beta; X(\cdot))$  – логарифмы плотности меры  $\mu_{\alpha, \beta}^T$ , соответствующей решению уравнения (I), относительно «опорной» меры  $\mu_0^T$ , соответствующей некоторому специально подобранному марковскому процессу. Предположим, что  $\mu_{\alpha, \beta}^T \ll \mu_0^T$  для всех допустимых  $\alpha$  и  $\beta$

и всех  $T > 0$  – дифференцируемая функция по  $\alpha$  и  $\beta$ . Оказывается, что информант  $(\frac{\partial L^T}{\partial \alpha}, \frac{\partial L^T}{\partial \beta})$  представляет собой векторный стохастический интеграл по мартингалу и важнее для рассматриваемых статистических задач его асимптотическое поведение (при  $T \rightarrow \infty$ ) определяется поведением стохастических интегралов вида

$$J_f^T = \int_0^T f(t) d\omega(t) \text{ и } J_\varphi^T = \iint \varphi(t, x) q(dt, dx).$$

Вопрос о предельном поведении нормированного некоторым образом стохастического интеграла вида  $J_f^T$  рассматривался относительно интеграла вида  $J_\varphi^T$  можно сформулировать следующее:

Утверждение I: Пусть  $\Pi(t, dx; \beta)dt$  – структурная функция случайной меры  $q(dt, dx)$ . Если при  $T \rightarrow \infty$

$$b(T) = \int_0^T \int_R^T [\varphi(t, x)]^2 \Pi(t, dx) dt \rightarrow \infty, (II)$$

$$[b(T)]^{-\frac{3}{2}} = \int_0^T \int_R^T [\varphi(t, x)]^3 \Pi(t, dx) dt \rightarrow 0, (III)$$

то случайная величина  $[b(T)]^{-\frac{1}{2}} J_\varphi^T$  асимптотически нормальна с параметрами  $(0, 1)$ .

Наложение в соответствии с утверждением I и результатами работы условий на функции  $a(t, x; \alpha, \beta)$ ,  $\sigma(t, x)$ ,  $\Pi(t, A; \beta)$  обеспечивающих асимптотическую нормальность информанта, а так же некоторых дополнительных условий позволяем утверждать существование состоятельной оценки максимального правдоподобия (ОМП) неизвестного вектора  $(\alpha, \beta)$ , являющейся асимптотически оптимальным будет также основанный на «отношении правдоподобия» критерий для проверки параметрических гипотез.

### Литература

[1] *И.И. Гихман, А.В. Скороход. Стохастические дифференциальные уравнения «Науки». Москва, 1992.*

**Назаров Александр Васильевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: awwrq@yandex.ru

**Мальшев Илья Евгеньевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

Н.В. Кирюхина, Л.Н. Сережкин, И.Н. Овчаренко

## **УТИЛИЗАЦИЯ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА ИЗ ПАРОВАЗОВОЙ СМЕСИ МЕТОДОМ АБСОРБЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВОДЫ В КАЧЕСТВЕ ПОГЛОТИТЕЛЯ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

При создании энергоблока с ультрасверхкритическими параметрами пара становится актуальной проблема утилизации неконденсирующихся примесей из паровозовой смеси. Использование традиционных способов в этом случае затруднено особенностью процессов, обусловленной большим содержанием неконденсирующихся газов в составе смеси (объемное содержание углекислоты и водяного пара примерно равны). Наиболее доступным методом утилизации является абсорбция углекислого газа водой.

Исследования макета устройства абсорбции углекислого газа водой из паровозовой смеси проводились в лаборатории Калужского государственного университета им. К.Э. Циолковского. Основными элементами стенда были баллон  $\text{CO}_2$  с трубчатым электронагревателем, электропарогенератор, абсорбер, датчики, модули, преобразователи, линии связи, компьютер. В ранее опубликованных работах [1], [2] описаны программа испытаний, методика обработки и обобщения экспериментальных данных. Произведено экспериментальное исследование растворимости углекислого газа в смеси с водяным паром на макете устройства абсорбции. Представлены сравнительные результаты различных режимов работы абсорбера.

При использовании воды в качестве поглотителя процессу абсорбции сопутствует конденсация пара. Это приводит к дополнительному нагреву поглотителя, ухудшая растворимость углекислого газа.

На рисунке 1 приведено тепловое поле абсорбера в одном из режимов, из которого видно, что нагретый пар в основном отдает тепло в двух нижних ступенях абсорбера. Данная ситуация являлась характерной при всех рабочих режимах абсорбера. Для сравнения на рисунке 2 приведен нерабочий режим, когда в абсорбер подаются только пар и  $\text{CO}_2$ .

Другой фактор, влияющий на процесс – химическая реакция взаимодействия  $\text{CO}_2$  с водой с образованием его гидрата  $\text{H}_2\text{CO}_2$  (угольной кислоты). При протекании реакции в жидкой фазе скорость хемосорбции выше, чем при физической абсорбции. Это объясняется тем, часть абсорбируемого компонента вступает в реакцию с поглотителем, в результате чего концентрация свободного компонента уменьшается, что приводит к повышению концентрационного градиента. Это ускорение тем выше, чем быстрее

протекает реакция. В работе [3] приводятся формулы, позволяющие рассчитать коэффициент ускорения для необратимой реакции. Анализ полученных решений позволяет выделить три основные области режимов хемосорбции - медленной, быстрой и мгновенной реакции. Описанные выше исследование проводились в предположении, что при использовании воды в качестве растворителя скорость реакции мала по сравнению со скоростью диффузии, что соответствует режиму медленной реакции. В этой области коэффициент ускорения  $\kappa \approx 1$ , то есть влияние реакции на абсорбцию незначительно.

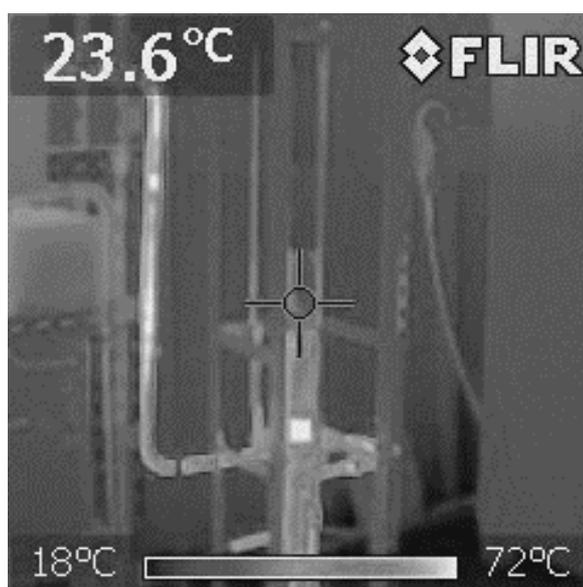


Рис. 1. Тепловое поле абсорбера в рабочем режиме (расход воды  $G_w = 0,054$  кг/с, расход  $\text{CO}_2$   $G_r = 0,0035$  кг/с)

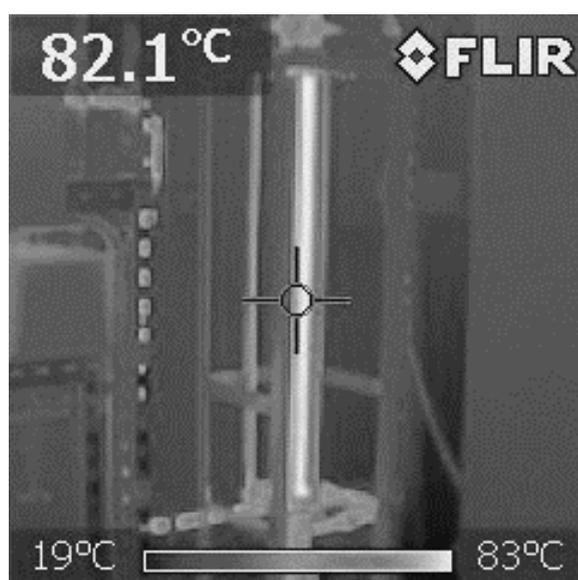


Рис. 2- Тепловое поле абсорбера в нерабочем режиме

### Список литературы

[1] *Кирюхина Н.В., Нагдалиева О.В., Сerezжкин Л.Н.* Выбор и обоснование способа удаления неконденсирующейся примеси из парогазовой смеси в конденсационном устройстве энергоблока с ультрасверхкритическими параметрами пара // Вестник Калужского университета, 2014, №3. С. 55-60.

[2] *Карпушин А.Г., Сerezжкин Л.Н., Кирюхина Н.В.* Экспериментальное исследование макета устройства абсорбции углекислого газа из парогазовой смеси // Электронный журнал: наука, техника, образование, №1, 2016 г. <http://nto-journal.ru/issues/5/>

[3] *Рамм В. М.* Абсорбция газов. – М.: Химия, 1976. – 655 с.

**Кирюхина Наталия Владимировна** – канд. пед. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: 79158975732@yandex.ru

**Сerezжкин Леонид Николаевич** – и.о. зав. кафедрой общей физики КГУ им. К.Э. Циолковского. E-mail: serezhkinleon@mail.ru

**Овчаренко Игорь Николаевич** – ст. преп. КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: ino1963@yandex.ru

Л.С. Симонова, А.Н. Куликов, А.К. Горбунов, И.Н. Овчаренко

## ФУНКЦИЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ПЛАНОВОЙ СТАЦИОНАРНОЙ РАДИАЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ДИСПЕРСИИ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

При решении задач массопереноса и построении решений соответствующих дифференциальных уравнений при заданных краевых условиях может быть использован метод функций Грина [1], [2], [3], который имеет наглядную физическую интерпретацию. Для получения поля, созданного распределенными в пространстве источниками, на основании принципа суперпозиции складываются эффекты от элементарных частей источников.

Рассмотрим процесс распространения нейтральной примеси от точечного источника в радиальном фильтрационном потоке однородной жидкости.

Для исследования будем пользоваться уравнением гидродинамической дисперсии [4], [5], которое получено в предположении, что фильтрационные течения подчиняются закону Дарси, а массоперенос осуществляется диффузией и механической дисперсией, причем коэффициент диффузии линейно зависит от скорости потока.

Для одномерного случая это уравнение имеет вид [5]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( a_1 + \frac{D_m}{v} \right) \frac{\partial c}{\partial r} \mp \frac{\partial c}{\partial r} = 0, \quad (1)$$

Здесь  $r$  – расстояние от источника течения,  $a_1$  – дисперсность среды,  $D_m$  – коэффициент молекулярной диффузии,  $c$  – относительная концентрация примеси, знак перед первой производной соответствует расходящемуся фильтрационному течению.

Если предположить, что фильтрационное течение создается одиночной совершенной скважиной в горизонтальном однородном пласте и ввести безразмерные параметры  $\rho = \frac{r}{a_1}$ ,  $b = \frac{2\pi B n D_m}{Q}$ , где  $B$  – мощность пла-

ста,  $n$  – пористость среды,  $Q$  – расход (дебит) скважины, тогда  $v = \frac{Q}{2\pi n r}$  и

уравнение (1) принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} (1 + b\rho) \frac{\partial c}{\partial \rho} \mp \frac{\partial c}{\partial \rho} = 0, \quad (2)$$

Для этого уравнения построим функцию  $G\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$ , удовлетворяющую неоднородному уравнению  $\frac{\partial}{\partial \rho} \left[ (1+b\rho) \frac{\partial G}{\partial \rho} \right] \mp \frac{\partial G}{\partial \rho} = -4\pi\delta(\rho - \rho_0)$ , где  $\delta(\rho - \rho_0)$  – дельта-функция Дирака.

Решение задачи ищем в виде [1]

$$G\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -\frac{4\pi}{\Delta(y_1, y_2)_{\rho_0}} \times \begin{cases} y_1(\rho)y_2(\rho_0), \rho \leq \rho_0 \\ y_2(\rho)y_1(\rho_0), \rho \geq \rho_0 \end{cases},$$

где  $y_1$  и  $y_2$  - линейно независимые решения однородного уравнения

$$\frac{\partial}{\partial \rho} (1+b\rho) \frac{\partial y}{\partial \rho} \mp \frac{\partial y}{\partial \rho} = 0, \quad (3)$$

После нахождения этих решений получим для функции Грина данной задачи:

а) для расходящегося фильтрационного потока

$$G\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = 4\pi(1+b\rho_0)^{1-\frac{1}{b}} \times \begin{cases} (1+b\rho)^{\frac{1}{b}}, \rho \leq \rho_0 \\ (1+b\rho)^{\frac{1}{b}}, \rho \geq \rho_0 \end{cases}, \quad (4)$$

б) для сходящегося фильтрационного потока

$$G\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = 4\pi(1+b\rho_0)^{1+\frac{1}{b}} \times \begin{cases} (1+b\rho)^{\frac{1}{b}}, \rho \leq \rho_0 \\ (1+b\rho)^{-\frac{1}{b}}, \rho \geq \rho_0 \end{cases}, \quad (5)$$

Из выражений (4) и (5) могут быть получены частные случаи  $b\rho \ll 1$  и  $b \rightarrow 0$  доминирующей роли диффузии или механической дисперсии соответственно в общем явлении гидродинамической дисперсии в условиях данной задачи.

Графическое представление решений указывает на доминирующую роль механической дисперсии в широком диапазоне изменения параметра  $b$ . На рис. 1 приведены зависимости  $G(\rho)$ : 1 – с учетом механической дисперсии и молекулярной диффузии; 2 – с учетом только механической дисперсии; 3 – с учетом только молекулярной диффузии

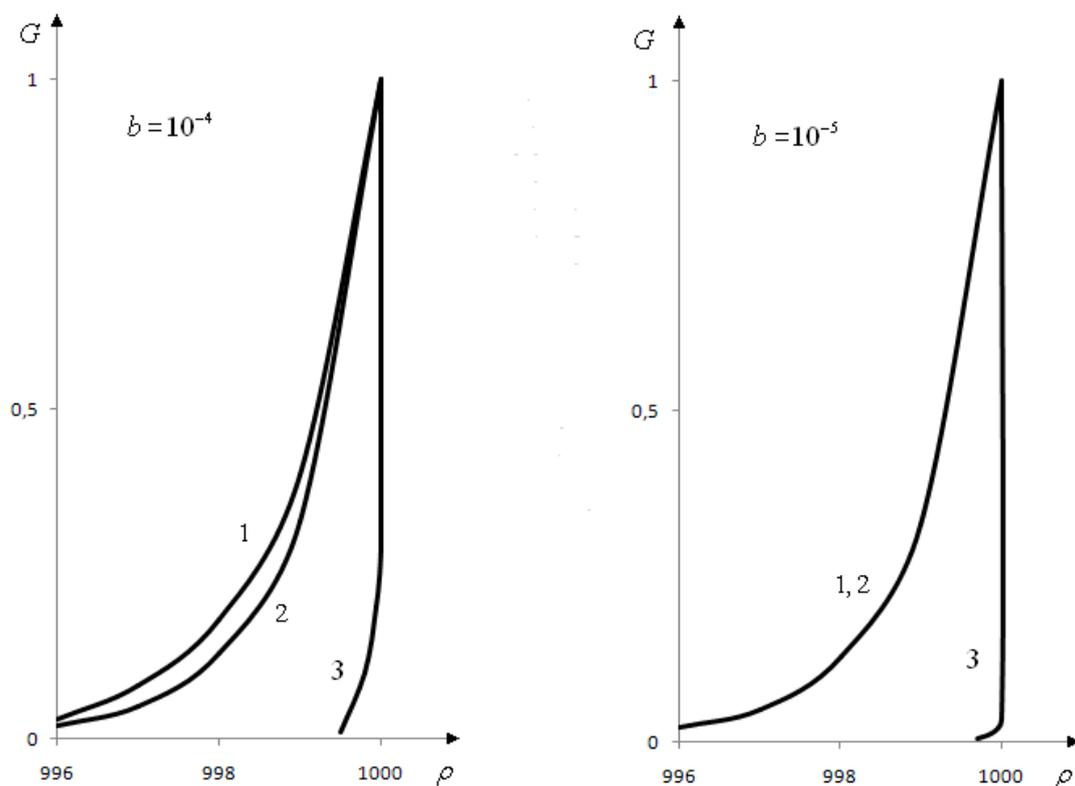


Рис. 1. Одномерная функция Грина уравнения одномерной плановой гидродинамической дисперсии (течение расходящееся)

### Список литературы

- [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1997. – 639 с.
- [2] Лыков А.В. Тепломассообмен. – М.: Энергия, 1972, – 560 с.
- [3] Куликов А.Н., Горбунов А.К., Овчаренко И.Н., Симонова Л.С. Функция влияния точечного источника нейтральной примеси в условиях стационарной поперечной гидродинамической дисперсии. //Электронный журнал: наука, техника и образование. – 2016. – №2.
- [4] Scheidegger A.E. Statistical Hydrodynamics in porous media. //J. Appl. Phys. – 1954, – v.25, – №8, – p.994-1001.
- [5] Куликов А.Н. Уравнение радиальной гидродинамической дисперсии и его общие интегралы. В кн.: Движение растворимых примесей в фильтрационных потоках. – Тула, 1983, – С.15–20.

**Симонова Любовь Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: simonolyuba@yandex.ru

**Куликов Анатолий Николаевич** – канд. физ.-мат. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: ivk-60@mail.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

**Овчаренко Игорь Николаевич** – ст. преп. КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: ino1963@yandex.ru

А.В. Нестерова, А.К. Горбунов

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВОИЧНЫХ БАЛАНСНЫХ БЛОЧНЫХ КОДОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Рассмотрим исходный блок длины  $l$ , состоящий из единиц и нулей. Все нули блока заменяются на символ «-1» и блок представляется в виде графа, в котором звенья с наклоном  $+1$  соответствуют позициям блок равным  $1$ , а звенья с наклоном  $-1$  соответствуют нулевым позициям. Узлы графа представляют значения блоковой текущей цифровой суммы. Граф, соответствующей блоку длины интерпретируется как путь. Двоичный балансный блочный код при этом определяется как совокупность всех путей, узлы которых представляют значения блоковой текущей цифровой суммы  $S_i$  не превышающие величины хода небаланса. Граф, представляющий совокупность путей удовлетворяющих этому условию, является графом переходов. Значение  $\max[|S_n|]$  определяется как диспаратетность, - как мода.

Пусть выделяется участок графа переходов ДББ кода между всеми узлами с индексом  $m$  и всеми узлами с индексом  $m+2$ , который является графом изменения состояний. Доказывается, что граф изменения состояний  $G_m$  для  $m$ -ой позиции блоков ДББ кода с ходом небаланса  $l$  определяется матрицей изменения состояний  $A$  порядка  $l$ , которая представляет линейный оператор, ставящий вектору  $\delta(m)$  в соответствие вектор  $\delta(m+2)$ , где координаты векторов  $\delta_s(m)$  и  $\delta_s(m+2)$  – суммы путей, проходящих из точки  $(0,0)$  через точки  $(m, S_m)$  и  $(m+2, S_{m+2})$  соответственно. Причем

$$S_m = 0, \pm 2, \pm 4, \dots, \pm(l-1), \text{ если } - \text{четно, } - \text{нечетно,}$$

$$S_m = \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(l-1), \text{ если } - \text{нечетно, } - \text{четно.}$$

Матрица изменения состояний

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & & & \\ 1 & 2 & 1 & \vdots & & 0 \\ 0 & 1 & 2 & & & \\ \dots & & \dots & \ddots & & \dots \\ & & & & 2 & 1 & 0 \\ 0 & & & \vdots & 1 & 2 & 1 \\ & & & & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

имеет  $l$  различных собственных значений  $\lambda_q$  таких, что

$$\lambda_q = 2 - 2 \cos \frac{\pi q}{l+1}, \forall q \in [1, l] \quad (2)$$

На основании этого получим оценки скоростей для различных конструкций кодов.

Для традиционных ДББ кодов, где избыточность вносится с целью балансировки, скоростные характеристики зависят от способа введения в блок дополнительных символов. Однако, существует возможность вычислить точные значения мощностей и следовательно скоростей традиционных ДББ кодов. Для ДББ кода с ходом небаланса 1 и диспаритетностью  $L$  существует точная верхняя граница

$$R = \frac{k}{n} = \frac{1}{n} \log_2 M = \frac{1}{n} \log_2 \sum_{t \leq Sn \leq L} \sigma_s(n), \quad (3)$$

где  $M$ -мощность кода,  $R$ -скорость кодов,  $k$ -количество информационных символов.

Отсюда асимптотическая верхняя граница определяется такой, что скорость  $(n, k)$  ДББ кода с ходом небаланса 1 и достаточно большим  $\Pi$  не превышает  $\frac{1}{2} \log_2 \lambda_1$ , где  $\lambda_1$ -максимальное собственное значение линейного оператора  $A$

$$R = \frac{k}{n} \leq \frac{1}{2} \log_2 \lambda_1 \quad (4)$$

В качестве корректирующего ДББ кода рассмотрим пересечение исходного традиционного ДББ кода и какого-либо из смежных классов двоичного  $(n, k, d)$  линейного корректирующего кода, где  $d$ -минимальное кодовое расстояние по Хэммингу. Исходя из этого определяется, что существует  $(n, k)$  нелинейный корректирующий ДББ код с минимальным расстоянием по меньшей мере  $d$ , ходом небаланса 1 максимальным собственным значением матрицы изменения состояний  $\lambda_1$ , которой при достаточно большом удовлетворяет следующему неравенству

$$\frac{k_1}{\Pi} \geq \frac{1}{2} \log_2 \lambda_1 - H\left(\frac{d-2}{n}\right), \quad (5)$$

где  $H\left[\frac{d-2}{n}\right] = -\frac{d-2}{\Pi} \log_2 \frac{d-2}{\Pi} - \left(1 - \frac{d-2}{\Pi}\right) \log_2 \left(1 - \frac{d-2}{\Pi}\right)$  - энтропия.

Выражение (5) характеризует нижнюю границу корректирующего ДББ кода. Оно справедливо при малых  $d$ , а также при  $d \rightarrow \infty$  и  $n \rightarrow \infty$  таких, что  $d/n = \text{const}$

Результат (4) является более точным и конкретным, чем полученный результат. В качестве примера приведем значения асимптотических верхних границ традиционных ДББ кодов с различными значениями. Так для  $l=2$  скорость кода  $R=0,79$  и  $1/R=1,26$ , а для не менее важного случая кода с  $l=3$  скорость кода  $R=0,89$  и  $1/R=1,08$ .

Вопрос о нижней границе корректирующих кодов рассматривается для случая, когда не выполнялись условия балансировки по длине блока. Результат (5) поэтому является более общим, так как он справедлив для любых корректирующих ДББ кодов. Изложенное позволяет оценивать характеристики кодов исходя их предъявляемых к цифровой системе передачи информации требований.

### Литература

[1] Knuth Donald E. Efficient Balanced Codes. IEEE Transactions on Information Theory. Vol.IT-60, №1, January, 2014, pp.51-53.

**Нестерова Алевтина Владимировна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: alevtinis@yandex.ru

**Горбунов Александр Константинович** – д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой «Физика» КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kf\_MGTU\_FIZ@mail.ru

## **СЕКЦИЯ 13.**

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И СИСТЕМЫ;  
ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ**

Н.А. Борсук, В.И. Шевела

## **АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ 3DS MAX ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИНТЕРЬЕРОВ ЗДАНИЙ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Благодаря более понятному визуальному представлению конечного результата, в настоящее время моделирование интерьеров с использованием компьютерной графики стало наиболее актуально. Была поставлена задача создания интерьера жилого помещения, включая различную мебель, обстановку, подбор цветовой гаммы, текстур и т.д.

3Ds max – одна из самых распространенных программ для создания дизайна различных архитектурных сооружений или 3d интерьеров. Она имеет ряд преимуществ. Во-первых, это универсальный редактор, позволяющий создать абсолютно все. В ней можно отобразить любой интерьер, где самостоятельно определить отдельные элементы, расположение мебели, структуру декора и многое другое. [1] Во-вторых, данный редактор имеет высокую степень реалистичности изображения. Работу над поставленной задачей можно разделить на несколько этапов. Следует иметь в виду, что это деление по этапам несколько условное, так как многое приходится делать параллельно. Основные этапы работы над проектом в 3Ds Max:

1. Подготовка исходных материалов. Этот этап включает в себя сбор или разработку материалов, необходимых для выполнения проекта, а именно — эскизы, чертежи, текстуры и т.д.
2. Моделирование. На этом этапе создаются геометрические модели. Каждую модель или набор моделей, объединенных по смыслу, необходимо создавать в отдельном файле [2].
3. Сборка сцены. Необходимо структурировать сцену, используя информативные имена для объектов, слоев и в последствии материалов.
4. Постановка света выбор ракурсов. На этом этапе потребуется настроить все элементы рендеринга (глобальное освещение и т. д.)
5. Создание и присвоение материалов, текстурирование. На этом этапе очень важно свести применение сложных по структуре материалов к минимуму. [3]
6. Анимация. Анимация позволяет создавать круговой обзор или подвижную сцену.
7. Настройка рендеринга и рендеринг. Необходимо произвести вывод необходимых элементов — глубины, масок наиболее критичных объектов, масок для создания эффектов в пакетах для постобработки.

8. Постобработка. Благодаря постобработке созданная сцена приобретает более реалистичный вид.

В 3Ds Max используется полигональный метод моделирования, подразумевающий использование редактируемой поверхности и редактируемого полигона. Он считается самым удобным и прогрессивный и подходит для создания разнообразных по сложности моделей. Двумерные формы можно использовать в качестве отправной точки для создания редактируемых сплайнов и каркасов, и преобразования их в трехмерные модели. Рассмотрим методы моделирования, с помощью которых будет реализован данный проект. 3Ds Max поддерживает такие методы моделирования, как моделирование при помощи неоднородных B-сплайнов, моделирование посредством простых сплайнов и модификаторы Surface, моделирование при помощи различных встроенных библиотек стандартных объектов, моделирование при помощи Editable patch, а также множество других менее известных методов, которые также будут полезны для проектирования нашего интерьера, благодаря своей гибкости и широким функциональным возможностям. Не маловажным нововведением является оператор Cache Selective, предоставляющий дизайнерам возможность использовать кэш, содержащий только определенный тип данных. С его помощью скорость прорисовки интерьера увеличивается в разы. Для работы с трехмерной графикой в программе используются 15 средств визуализации. Самые популярные из них – Mental Ray и V-Ray. Мы будем использовать последний, т.к. проведя сравнения конечная прорисовка сцены получилась более детализованной, и мало отличной от фотографии.

Итак, выше были рассмотрены возможности пакета 3Ds Max для моделирования интерьеров. Данное ПО подходит для полноценного создания интерьеров различных помещений, т.к. включает ряд многочисленных инструментов, которых вполне будет достаточно для создания поставленной задачи.

### Список литературы

[1] *Семак Р.* 3Ds Max для дизайнеров интерьеров – М.: ФЦИЛИС, 2008г. – 318с.

[2] *Миловская О.* 3Ds Max Design 2014. Дизайн интерьеров и архитектуры – М.: ДМК пресс, 2014г. – 416с.

[3] *Горелик А.Г.* Основы моделирования и визуализации в 3Ds Max – М.: ДМК пресс, 2009г. – 398с.

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

**Шевела Владислав Игоревич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: superv12011@yandex.ru

О.О. Козеева, Н.А. Борсук

## **АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕПЛИКАЦИИ БАЗ ДАННЫХ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ОНЛАЙН-СЕРВИСА**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Сегодня различные предприятия, в том числе и промышленные, предоставляют потенциальным заказчикам возможность ознакомиться с выпускаемой продукцией, ее спецификациями удаленно, посредством сети Интернет. Для этого разрабатываются виртуальные каталоги или сайты, с помощью которых реализуются товары и услуги. Процесс создания таких сервисов предполагает ряд этапов по проектированию, непосредственной разработке, тестированию и запуску:

- Определение задач и функций сервиса,
- Установка платформы проектирования,
- Заполнение сервиса информацией о продуктах,
- Проектирование интерфейсной части и оформление,
- Настройка виртуального каталога («витрины»),
- Настройка авторизации и аутентификации,
- Обеспечение обратной связи,
- Настройка способов доставки и оплаты,
- Регистрация домена и настройка на нем корпоративной почты.

Однако, часто перед разработчиками также встает задача обеспечения дополнительного функционала, связанного со спецификой выпускаемой продукции, работы предприятия или другими факторами. Так, возможно, что для оптимизации работы с интернет-сервисом потребуется организовать систему взаимодействующих баз данных (БД). Например, при наличии локальной базы, на которую должна поступать актуальная информация с сайта – каталога продукции предприятия. В этом случае речь может идти о репликации данных, обрабатываемых в процессе функционирования web-сервиса.

Репликация – это технология масштабирования баз данных. Масштабирование применяется при больших нагрузках на СУБД, которые могут отразиться на производительности веб-приложений, и обеспечивает способность системы сохранять работоспособность в таких условиях. Различают вертикальное и горизонтальное масштабирование. В первом случае производительность системы поддерживается благодаря увеличению эффективности каждого отдельно взятого ее элемента, а во втором – их распределению на серверах, работающих параллельно. Репликация относится ко второму виду масштабирования и реализует копирование и передачу

данных между несколькими серверными машинами, то есть синхронизирует их работу. С помощью этой техники доступ к данным могут иметь пользователи удаленных, локальных или мобильных систем через различные соединения (коммутируемые, беспроводные, сеть Интернет).

Суть репликации состоит в копировании информации с основного сервера базы данных («мастера»), обеспечивающего работоспособность сервиса и на котором происходит обработка данных, на подчиненный сервер («слейв»), отправляющий запросы на чтение. В такой системе может быть несколько «слейвов», что позволяет распределить нагрузку, а в случае выхода из строя одного из них можно переключиться на другой. Обновление данных на «слейв»-сервере может происходить с некоторой задержкой. Это необходимо иметь ввиду при настройке соединения (использовать мастер-соединение). Такой подход к организации репликации более всего подходит в случае именно необходимости передачи данных для их хранения с одного сервера на другой (локальный, например). [2]

При репликации, в основе которой лежит схема с несколькими серверами типа «мастер», процессы записи и чтения данных происходят на всех машинах, и в этом случае обеспечивается их согласованная работа с актуальными данными. Такой подход требует поддержания каждого элемента системы в работоспособном состоянии, иначе возможна потеря данных.

Существуют следующие виды репликации:

- «снимок»: все реплицируемые данные периодически копируются с сервера-«мастера» на каждый «слейв»-сервер;
- репликация транзакций («журнальный»): на «слейв» поступают только измененные данные, посредством отслеживания изменений в журнале транзакций;
- репликация сведениями: анализируются и объединяются изменения реплицируемых данных на сервере-«мастере» и «слейвах». [3]

В целом для реализации репликации используются встроенные средства СУБД. Существуют различные инструменты репликации, например, в СУБД Firebird это расширение HQBird Enterprise, которое имеет ряд и других функций по работе с БД (мониторинг, профилирование, оптимизация производительности, сбор и анализ статистики, аварийное восстановление), а также IBReplicator, PeerDirect, Replication Suite.

В СУБД Oracle возможно использование репликации, основанной на технологии материализованных представлений - физических представлений в БД, в которых содержится результат выполнения запроса и которые могут включать в себя соединения и составные значения. Материализованные представления используются для улучшения времени ответа на запрос путем предварительного вычисления дорогостоящих соединений и операций агрегирования еще до их выполнения в реальном запросе. Также

существует решение Oracle Stream, которое обладает более высокой скоростью работы, поддерживает репликацию между разными версиями БД и между разными платформами, имеет возможность фильтрации данных на основе правил и ряд других преимуществ. [1]

Таким образом, репликация используется для распределения нагрузки с применением нескольких серверов, а также применима и при необходимости обеспечения их согласованной работы для актуализации информации на одном из них, что может быть необходимо при разработке web-сервисов для представления продукции того или иного предприятия, когда данные о совершаемых операциях на сайте должны быть зафиксированы на некотором локальном сервере.

### **Список литературы**

[1] Маллинс Крейг С. Администрирование баз данных. Полное справочное руководство по методам и процедурам. – М.: КУДИЦ-Образ, 2008, 752 стр.

[2] Шпеник М. Руководство администратора баз данных Microsoft SQL Server 7.0. – М.: «Вильямс», 2008. – 912 с.

[3] Алапати Сэм Р. Oracle Database 11g: руководство администратора баз данных. – М.: «Вильямс», 2009. – 1440 с.

**Козеева Ольга Олеговна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: blueelectricat@gmail.com

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

А.С. Седнева, Н.А. Борсук

## **АНАЛИЗ НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ HTML5 И CSS3.0**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Для решения задачи создания сайта-визитки необходимо, в первую очередь определиться с языком программирования и языком описания внешнего вида сайта. Было принято решение произвести сравнительный анализ двух разных версий спецификаций (HTML5 с HTML4.0) и (CSS3.0. с CSS2.0.).

Каждый день в интернете появляются большое количество разных сайтов. С помощью таких сайтов люди могут узнавать множество интересной и полезной информации, не выходя из дома. Сейчас трудно найти компанию, которая не имела бы собственный сайт. Целью сайта предприятия является в первую очередь реклама, а также информация о нем, его услугах, которые оно осуществляет или описание продукции, которую изготавливает.

Сфера веб-дизайна меняется столь стремительно, что технологии и программы, которыми пользовались всего несколько лет назад, безнадежно устарели и были заменены на более совершенные. Внешняя сторона веб-дизайна также претерпела изменения, связанные с модернизацией кода и процесса его написания, а также современными тенденциями, в корне отличающимися от предшествующих.

Чтобы дать разработчикам сайтов больше гибкости и совместимости, сделать их приложения более интерактивными и захватывающими, вводят и расширяют диапазон возможностей с помощью создания таких спецификаций как HTML5 и CSS3.0.

Рабочий проект HTML5 начал разрабатываться в 2004 году с попытки изучения современных реализаций HTML и созданных с помощью них HTML-документов [1]. Рабочий проект:

- описывает отдельный язык, названный HTML5, который может использовать синтаксис HTML или XML;
- определяет подробные модели обработки для развития способных к взаимодействию реализаций;
- совершенствует разметку для HTML-документов;
- внедряет разметку и API для зарождения идиом, таких как Web-applications.

Новая возможность, появившаяся в языке HTML5 - добавление новых элементов, которые добавляют логику и семантику на страницу. Основным конструктивным элементом в HTML4.0 был элемент «div». По сути «div» – это просто прямоугольная область на странице, которая может содержать в себе все, что угодно. В HTML5 «div» никуда не исчез, но появляются новые элементы, которые сами по себе несут какой-то логический смысл.

Также, появилась новая технология построения оглавления веб-страницы (outline). Теперь для каждой веб-страницы, можно построить его оглавление и увидеть ее каркас или структуру. Планируется, что в будущем, эта новая возможность будет внедряться в браузеры [1].

Появились другие новые элементы, которые выполняют разные специфические задачи. В качестве примера, некоторые из этих элементов представлены ниже:

- section представляет часть документа или раздел;
- article представляет независимую часть содержания для включения в документ статей;
- aside представляет часть содержания, которая только частично связана с остальной страницей;
- footer – нижний колонтитул, может содержать информацию об авторе, авторском праве и так далее;
- nav представляет раздел документа, предназначенный для навигации;
- dialog может использоваться для выделения диалогов.

HTML5 добавляет новые правила, которые делают язык более строгим.

Язык программирования HTML 5 и поддерживающие его браузеры способны выполнить задачи, касающиеся работы с изображениями и графикой. Некоторые из важнейших задач представлены ниже:

- графика помещается на веб-страницу с помощью одного простого тега;
- также есть возможность вставлять картинку, находящуюся в самостоятельном файле;
- графика может создаваться на уровне веб-сценариев с помощью определенных программ;
- нет необходимости в дополнительных программах – браузер уже содержит все необходимые элементы.

Тем не менее, и у HTML5 есть недостатки. К примеру, вся без исключения графика создается программным путем, посредством веб-сценариев. А если нужно просто вставить изображение, находящееся в постороннем файле, удобнее воспользоваться знакомым тегом IMG[1].

CSS – формальный язык описания внешнего вида документа, написанного с использованием языка разметки.

При разработке спецификации CSS3.0 появились новые возможности:

1. При использовании CSS3.0 больше не требуется производить загрузку фоновых изображений, на смену стандартному расширению изображений .PNG приходят соответствующие инструменты, для работы с изображениями.

2. С каждым месяцем, всё больше сайтов переходят на использование новой технологии CSS3.0, таким образом обновленная версия языка очень уверенно, но хоть и медленно, адаптируется в сети интернет. Обновлённая технология языка CSS версии 3.0 способствует увеличению скорости загрузки интернет – страниц, связано это с тем что из-за уменьшения размером файлов значительно сокращается количество HTTP запросов. Произвести отслеживание времени загрузки страниц интернет ресурсов можно с помощью Pingdom [2].
3. Еще одним важным результатом использования обновленного языка CSS3.0 является время на разработку одной и той же страницы. Время на разработку страницы с CSS составляет 73-78 минут, с помощью языка CSS3.0 45 минут, в итоге время на разработку сократилось на 35%.
4. В обновленной версии языка CSS3.0 реализована возможность создания анимации: данная функция поддерживается лишь с помощью языка SVG, не реализована поддержка в создании анимации с помощью языка CSS. В языке CSS версии 3.0 было внедрено несколько свойств, которые отвечают за создание анимации и полностью реализовано использование, и управление ею [2].

Современные сайты должны быть, в первую очередь, удобными для пользователя, многофункциональными и иметь приятный дизайн, а будущее разработки сайтов напрямую зависит от развития веб-технологий и своевременного применения их на сайтах. *Современные тенденции меняются и подход к разработке проектов тоже. Если в прежние годы были популярны классические подходы разработки, то в современное динамичное время такие сроки разработки проектов к моменту запуска проект уже будет устаревшим. Сейчас применяются гибкие методологии разработки. С одной стороны, они позволяют быстро запускать проекты, а затем активно его развивать, с другой стороны, быстро корректировать вектор развития, таким образом, повышая шансы проекта на успех.*

### Список литературы

- [1]. Фрейн Б. HTML5 и CSS3. Разработка сайтов для любых браузеров и устройств. – СПб.: БХВ-Петербург, 2014. – 304 с.
- [2]. Макфарланд Д. Новая большая книга CSS. – СПб.: БХВ-Петербург, 2016. – 720 с.

**Седнева Анна Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: anna.sedneva.14@yandex.ru

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

И.В. Соскин, Д.С. Звирбуль, Н.А. Борсук

## **АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ЭТАПОВ РАЗРАБОТКИ ПРИЛОЖЕНИЯ ПОД ANDROID**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Для анализа основных этапов разработки приложения для мобильных телефонов, а именно, приложения «Планировщик тренировок для спортсменов» необходимо, в первую очередь, решить следующие подзадачи:

1. Выполнить сравнительный анализ языков программирования для разработки приложения под Android (в статье будет рассмотрена эта операционная система);

2. Проанализировать инструментальные средства для разработки.

Рассмотрим одну из подзадач – сравнительный выбор языков программирования для мобильных устройств. В частности, Java, C/C++, PhoneGap. Выбор будет проходить по критериям: кроссплатформенность, простота и удобство языка, программная среда для языка, наличие библиотек. Инструментарий выбирается по принципу: бесплатное программное обеспечение, легкая доступность, интуитивно-понятный интерфейс, наличие библиотек для выбранного языка.

Java для Android. Основным языком для разработки программ на Android (одна из операционных систем мобильных телефонов) является Java. Чтобы создать разметку приложений и элементы интерфейса, используется язык разметки XML. Писать программы для Android на Java можно практически в любой программной среде, однако разработчики операционной системы предлагают программистам использовать Eclipse. В функционал компилятора включен режим создания мобильных приложений через плагин Android Development Tools (ADT). Аналогичный плагин имеется для таких популярных сред, как NetBeans и IntelliJ IDEA. Кроме этого, для написания кода на Java может использоваться пакет Motodev Studio for Android, созданный на основе Eclipse и позволяющий программировать непосредственно на основе Google SDK.

C/C++. Для написания некоторых программ и участков кода, выполнение которых требует максимальной скорости, могут быть использованы библиотеки C/C++. Это возможно через специальный пакет для разработчиков Android Native Development Kit, ориентированный специально для создания приложений с использованием C++. Пакет Embarcadero RAD Studio XE5 также позволяет писать нативные приложения для Android. При этом для тестирования программы достаточно одного Android-устройства или установленного на компьютере эмулятора. Разработчику также предлагается возможность писать на C/C++ низкоуровневые модули путем использования некоторых стандартных библиотек Linux и разрабо-

танной для Android библиотеки Bionic. Кроме C/C++, программисты имеют возможность использовать C#, средства которого пригодятся при написании нативных программ для платформы. Работа на C# с Android возможна через интерфейс Mono или Monotouch.

PhoneGap. PhoneGap дает возможность разрабатывать приложения с использованием таких языков, как HTML, JavaScript (jQuery) и CSS. При этом программы, создаваемые на данной платформе, подходят для других операционных систем и могут быть модифицированы под другие девайсы без дополнительного внесения изменений в программный код. С использованием PhoneGap разработчики программ на Android могут применять средства JavaScript для написания кода и HTML с CSS в качестве средств для создания разметки. Решение SL4A дает возможность использовать в написании и скриптовые языки. При помощи среды планируется введение таких языков программирования, как Python, Perl, Lua, BeanShell, JRuby и т.п. Тем не менее, количество разработчиков, которые на сегодняшний день используют SL4A для своих программ, невелико, а проект до сих пор находится в стадии альфа - тестирования[1].

В конечном итоге, лучшим языком для разработки приложения под Android является Java. Вот основные преимущества этого языка программирования:

1. Кроссплатформенность (лёгкая переносимость написанного кода на любую ОС, поддерживающую JVM);
2. Простота и удобство самого языка;
3. Garbage Collector (обнаруживать «мусор», очищать память от «мусора»);
4. Доступны исходники JDK (всегда можно заглянуть что где и как работает, если сомневаетесь);
5. Очень большой ассортимент бесплатных и открытых библиотек на все случаи жизни [2].

Рассмотрим еще одну подзадачу - выбор инструментальных средств для разработки приложения под Android. Перечислим необходимые инструменты:

1. JDK – набор для разработки на языке Java;
2. Android SDK and AVD Manager – набор утилит для разработки + эмулятор;
3. IDE с поддержкой разработки для Android:
  - 3.1. Eclipse + ADT plugin;
  - 3.2. IntelliJ IDEA Community Edition;
  - 3.3. Netbeans + nbandroid plugin;

JDK - комплект разработчика приложений на языке Java, включающий в себя компилятор Java, стандартные библиотеки классов Java, примеры, документацию, различные утилиты и исполнительную систему Java.

Android SDK - это специальный пакет, в который входит вся нужная документация, эмуляторы устройств и некоторые другие полезные программы. Android SDK и AVD Manager являются инструментом, который используется для установки и обновления SDK компонентов в среде разработки. Получить доступ к инструменту можно из Eclipse UI при разработке в Eclipse с ADT плагином.

IntelliJ IDEA – интегрированная среда разработки программного обеспечения на многих языках программирования, в частности Java.

NetBeans IDE – свободная интегрированная среда разработки приложений (IDE) на языках программирования Java, Python, PHP, JavaScript, C, C++, Ада и ряда других[3].

После того, как выбран язык программирования приложения под Android и выбран необходимый инструментарий для выбранного языка, можно смело приступать к разработке приложения.

### Список литературы

[1]. *П. Дейтел.* Android для программистов. Создаем приложения. - Спб.: Питер, 2013.- 560с.

[2]. *С. Хашими.* Разработка приложений для Android. - Спб.: Питер, 2011.- 738 с.

[3]. *Рето Майер.* Android 2. Программирование приложений для планшетных компьютеров и смартфонов. - М.: Эксмо, 2011. - 671 с.

**Соскин Иван Вячеславович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: ivansoskin@yandex.ru

**Звирбуль Данила Сергеевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: Jormungand.dz@gmail.com

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

М.В. Иванов, Н.А. Борсук

## **АНАЛИЗ ЭТАПОВ РАЗРАБОТКИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ ПОДДЕРЖКИ HELPDESK.**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Передо мной была поставлена задача: обеспечить предприятие АО «КЗТА» информационной системой HelpDesk. Для того, чтобы обеспечить предприятие данной системой необходимо определиться с основными этапами разработки программы. Актуальность данной работы состоит в том, что данное программное обеспечение позволит отделу технической поддержки оперативней обрабатывать запросы пользователей и, тем самым, быстрее устранять неполадки.

На сегодняшний момент большинство предприятий имеет свою замкнутую локальную сеть. Эти сети необходимы для различного документооборота, либо связи отделов друг с другом. Такие локальные сети, как правило, имеют большое число пользователей. Для предприятия очень важно поддерживать инфраструктуру и поэтому, такие сети необходимо постоянно администрировать и нанимать отдельный штат сотрудников, которые будут за это отвечать.

Огромную роль играют сервера, которые стоят на предприятии, ведь на них и лежит большая часть работы, по обеспечению сети предприятия. Перед администраторами встаёт сразу несколько проблем:

- Операционная система, на которой будут работать сервера;
- Необходимый набор программного обеспечения;
- Постоянный контроль за серверами;
- Обучение персонала;

Большинство предприятий решают эти проблемы простым способом – нанимают дополнительный штат системных администраторов.

Такой выход подходит не для каждого предприятия, поэтому с целью упрощения и автоматизации на сервера под управлением операционной системы Windows разрабатывается информационная система поддержки HelpDesk [1].

Helpdesk, иногда service desk (от англ. help desk, справочный стол) – информационная система технической поддержки, решения проблем пользователей с компьютерами, аппаратным и программным обеспечением. Helpdesk является важной составляющей ИТЦ. Такие системы позволяют выявить проблемные сферы инфраструктуры ИТ и подвергать тщательному анализу эффективность деятельности ИТ-отдела.

Среди запросов, обслуживаемых системами HelpDesk, стоит особенно выделить следующие:

- запросы на обслуживание (стандартные запросы на поддержку работы системы)
- запрос на обработку инцидентов (недопустимых отклонений, например, серьёзных неполадок в системе или необработанных в срок и создающих серьёзные препятствия для функционирования организации)
- запросы на изменение состояния системы, например, установку нового оборудования и программного обеспечения.

Система обычно строится по общему принципу, но некоторые решения включают расширенный функционал. В результате каждый заказчик может выбрать строго индивидуальное решение [2]. Стандартная система Help desk состоит из следующих логических компонентов:

- база данных заявок
- модуль регистрации заявок об инцидентах
- система отслеживания статуса заявки и оповещения
- база знаний
- панель администрирования
- модуль отчетности

База данных заявок состоит из хорошо структурированных записей заявок с достаточно сложной логикой обработки - классификации, поиска дублей и т.д. Кроме структурированной информации в заявке могут быть прикреплены неструктурированные документы - снимки экрана, исходные данные, текстовое описание порядка получения ошибки.

Модуль регистрации заявок об инцидентах - это интерфейс к базе данных заявок, доступный как конечному потребителю услуги, так и сотруднику службы поддержки. Этот интерфейс может быть организован в самом клиенте для удобства работы сотрудников службы поддержки или на основе веб-приложений, которые доступны конечным пользователям.

С модулем регистрации заявок тесно связана система отслеживания статуса заявки и оповещения, т.к. решение проблемы происходит не ментально и пользователю важно уметь отследить текущее состояние заявки. При изменении статуса ему могут приходить оповещения о том, что сделано по его заявке, когда ожидаются результаты, какие уже есть рекомендации.

База знаний необходима для быстрого отыскания решения проблемы, если она уже случалась. База знаний также организуется на базе справочников в СЭД и архива документов, и использует механизмы полнотексто-

вого и атрибутивного поиска в справочниках, документах, статьях, материалах.

Панель администрирования позволяет управлять доступом пользователей к модулю регистрации заявок, настройкой полей в карточке заявки и инцидента и т.д.

Модуль отчетности - модуль, позволяющий классифицировать проблемы - по источникам, по инициаторам, по областям, по продуктам и т.д.

Системы Help Desk могут также сочетаться со средствами учёта компьютерного оборудования. Таким образом, можно контролировать количество и типы оборудования. Вследствие этого всегда имеется информация о том, имеется ли в организации оборудование, отвечающее определённым требованиям (например, для замены вышедшего из строя) [3].

Таким образом был произведен анализ этапов разработки информационной системы Help Desk, позволяющей автоматизировать процесс сбора, обработки информации от пользователей крупных локальных сетей.

### **Список литературы**

[1] *Филиппов В. А.* Многомерные СУБД при создании корпоративных информационных систем. - М.: Едиториал УРСС, 2001. - 484 с.

[2] *Мухин О. И.* Моделирование систем. – Пермь: ПГТУ 2010. – 300 с.

[3] *Шкрыль А. А.* РНР – это просто. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 368 с.

**Иванов Михаил Владимирович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: Milsyatinka@yandex.ru

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

И.А. Крысин

## **АРХИТЕКТУРА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ СЛЕПЫХ И СЛАБОВИДЯЩИХ НА ПРИМЕРЕ ТИФЛОТЕХНИЧЕСКОГО КАТАЛОГА**

ГКУК КО “Областная специальная библиотека для слепых  
им. Н. Островского”, Калуга, 248000, Россия

Современные технические средства могут помочь незрячим и слабовидящим и следует делать, чтобы техника и программы работали так, как нужно пользователю с ограничением по зрению.

Тифлотехника, отрасль приборостроения специального назначения, относящаяся к разработке технических средств для обучения, производственной подготовки, трудовой деятельности и культурно-бытового обслуживания слепых, слабовидящих и слепоглухих, а также для коррекции, развития, восстановления зрения. В современных условиях глобальной информатизации общества создание без барьерной информационной среды для незрячего пользователя требует наличия специальной тифлоинформационной техники [1].

Интернет сервис “Тифло - каталог” представляет собой поисковый сайт. При помощи каталога можно просмотреть фонды библиотеки. Цель проекта систематизировать имеющиеся фонды библиотеки, реализуя оперативный поиск, идентификацию, отбор описаний как электронных, так и традиционных ресурсов. Также обеспечение доступа к фондам библиотеки средствами интернет для удаленных пользователей, в том числе для пользователей с ограничением по зрению.

Интернет сервис включает функции, которые помогают незрячим и слабовидящим пользователям получить доступ к фондам библиотеки такие как:

- Совместимость с программами экранного доступа JAWS, NVDA,
- Масштабирование шрифтов,
- Инверсия цвета фона,
- Синтезатор речи,
- Система распознавания речи.

Интернет сервис “Тифло - каталог” объединяет в себе несколько баз данных таких как:

- База данных “ИРБИС”,
- База данных “Говорящие книги”.

Интернет сервис “Тифло - каталог” имеет следующую архитектуру, представленную на рисунке 1.



Рис. 1. Архитектура интернет сервиса “Тифло - каталог”

Интерфейс Каталог - внешний вид (html-шаблон) программного обеспечения для слабовидящих и незрячих, должен обладать поддержкой речевых синтезаторов, то есть необходимо чтобы основные элементы навигации были сделаны в виде ссылок, так как используя клавишу «ТАВ» незрячий человек получает доступ к элементам навигации при помощи речевого синтезатора, который озвучивает выделенную ссылку.

Возможность масштабирования шрифтов и обращения фона на черный, а текста на высококонтрастный яркий, позволяет прочесть информацию с интерфейса слабовидящему пользователю. Обращения цвета вызываться по нажатию клавиши пробел, а увеличение уменьшение шрифта по нажатию на клавиши стрелки вправо-влево.

Тем самым комбинируя эти методы мы получаем интерфейс с поддержкой пользователей инвалидов по зрению.

Класс каталог - это набор всех функций каталога: поиск, сортировка, детали, выгрузка в док и т.д. Все эти функции прикреплены к интерфейсу каталога и вызываться в соответствии с требуемой операцией. Так же в классе каталог включены синтезаторы речи и системы распознавания речи, для получения доступа к интересующей информации за счет голосовых команд, например: «Привет каталог - Пушкин - найти» - говорит пользователь; «Найдено:148 записей по запросу Пушкин» - говорит каталог при помощи синтезатора речи.

База данных - в структуре каталога имеется база данных из трех таблиц: основной каталог, фильтры (носители), статус.

Таблица основной каталог объединяет в себе несколько баз данных - это база данных ИРБИС (основная, статьи) и база данных Говорящих книг, объединение сделано для удобства обработки.

Таблица статус хранит настройки администратора и текущее состояние базы данных.

Таблица фильтры хранит носители информации, по которым сортируется каталог и логически разделяет базы данных ИРБИС и Говорящие книги.

Класс Базы данных - осуществляет методы подключения отключения от сервера базы данных. При обращении к базе данных этот класс открывает подключение, получает данные и закрывает подключение чтобы экономить ресурсы и обеспечить защиту базы данных.

Класс администратор - это класс реализует настройку каталога. Класс защищен паролем и доступ предоставляется только администратору каталога. Администратор может включать выключать речевой синтезатор и другие функции тифло - каталога. Администратор может выбрать цветовые модели текста ссылок. А также добавлять новые поступления за счет импорта из базы данных Ирбис и импорта из базы данных Говорящих книг.

При разработки программного обеспечения для слепых и слабовидящих необходимо тестировать непосредственно с инвалидами по зрению, тем самым можно заметить недостатки программного обеспечения на этапе разработки и исправить их в зависимости от пожелания пользователей. Особенно важно подбор цветовых схем для слабовидящих для высококонтрастного режима и удобство навигации.

Основным результатом данного проекта является интернет сервис по созданию электронного тифлотехнического каталога для библиотек, то есть администратор библиотеки заходит на сайт, регистрирует библиотеку, оплачивает каталог, выполняет начальную настройку и получает конечный продукт - страничка каталога и страничка администратора [2].

Страничка каталога - это собственно каталог библиотеки с функциями поиска, фильтрации по носителям (текст, диск) и выгрузки в word документ карточки.

Страничка администратора - это настройка внешнего вида каталога, импорт баз данных, импорт новых поступлений.

Основная цель использования программных тифлотехнических средств в работе специализированной библиотеки - улучшение обслуживания людей с ограниченными возможностями, их реабилитация и адаптация в обществе.

### **Список литературы**

[1]. Гришин Ю.К., Онуфриева Т.А., Мазин А.В. Современное состояние и проблемы развития тифлоинформационной техники. Радиопромышленность. 2013. № 3. С. 133-144.

[2]. Крысин И. А., Онуфриева Т. А. Структура электронного (тифло) каталога для библиотек, в том числе специализированных // Международный научный журнал «Символ науки» №2-2/2016. - Уфа: Издательство «ОМЕГА САЙНС» – 58 с.

**Крысин Иван Александрович** – ГКУК КО “Областная специальная библиотека для слепых им. Н. Островского”. E-mail: imouse101@gmail.com

А.М. Донецков, М.И. Калупин, Д.В. Бурсин

## ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРОГРАММ НА MFC И WINAPI.

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В 1992 году Microsoft выпустила библиотеку Microsoft Foundation Classes (MFC), которая предназначалась значительно упростить разработку графических приложений для Microsoft Windows.

Библиотека MFC предоставляла разработчику каркас для разработки приложения, который брал на себя множество задач, таких как пересылка данных между буферами, обработка различных оконных сообщений и многое другое. Также достоинствами MFC являлись: существенное сокращение размеров кода и возможность использования ООП возможностей C++. [1]

Предполагалось, что MFC сможет во многом заменить трудоемкий WinApi. Отчасти так и случилось, но WinApi по-прежнему обладает рядом преимуществ, таких как более быстрое выполнение кода программы и меньший размер самой программы.

Из-за мощностей современных ПК эта разница не существенна, но это можно подтвердить на практике. Используем две одинаковые программы, выполняющие сортировку массива, заполняемого случайными числами. Код программы WinApi показан на рисунке 1. Программы с использованием библиотеки MFC имеет аналогичный код, за исключением MessageBox, и показана на рисунке 2.

```
#define count 30000
int WINAPI WinMain(HINSTANCE hInstance,
                  HINSTANCE hPrevInstance,
                  LPSTR lpCmdLine,
                  int nCmdShow)
{
    int* mas = new int[count];
    unsigned int start_time = clock();
    for (int i = 0; i < count; ++i)
    {
        mas[i] = rand();
    }
    for (int a = 1; a < count; ++a)
        for (int b = count - 1; b >= a; --b) {
            if (mas[b - 1] > mas[b]) {
                int t = mas[b - 1];
                mas[b - 1] = mas[b];
                mas[b] = t;
            }
        }
    unsigned int end_time = clock();
    unsigned int search_time = end_time - start_time;

    wchar_t buffer[256];
    wprintfW(buffer, L"%d", search_time);

    MessageBox(NULL, buffer, L"Оконная процедура", MB_OK);
    return NULL;
}
```

Рис 1. Код программы с использованием WinApi

```

#define count 30000
int* mas = new int[count];
unsigned int start_time = clock();
for (int i = 0; i < count; ++i)
{
    mas[i] = rand();
}
for (int a = 1; a < count; ++a)
for (int b = count - 1; b >= a; --b) {
    if (mas[b - 1] > mas[b]) {
        int t = mas[b - 1];
        mas[b - 1] = mas[b];
        mas[b] = t;
    }
}
unsigned int end_time = clock();
unsigned int search_time = end_time - start_time;

wchar_t buffer[256];
wprintfW(buffer, L"%d", search_time);
MessageBox(buffer, L"Оконная процедура", MB_OK | MB_ICONEXCLAMATION);

```

Рис 2. Код программы с использованием MFC

В результате выполнения программы на экран выведется окно с временем выполнения алгоритма. На рисунке 3 показана разница в скорости выполнения программы.



Рис 3. Скорость выполнения программы

Как видно из рисунка 3, скорость выполнения программы на WinAPI в 2 раза выше скорости выполнения аналогичной программы на MFC. Также существенно отличается размер программы: MFC - 200кб, WinAPI – 30 кб.

Но несмотря на меньшую скорость выполнения и объем программы, MFC широко используется программистами. Так как в разы упрощает написание больших проектов.

### **Список литературы**

[1] *Давыдов В.Г.* Разработка Windows-приложений с помощью MFC и API-функций. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. – 57 с.

**Донецков Анатолий Михайлович** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: dam@kaluga.ru

**Калупин Максим Игоревич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: maksim.kalupin@gmail.com

**Бурсин Дмитрий Витальевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: dimabursin@yandex.ru

А.М. Донецков, А.Д. Минина, Е.С. Смоляр

## МЕТОД РАБОТЫ С ТАБЛИЦАМИ В БИБЛИОТЕКЕ MFC

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Библиотека MFC, разработанная фирмой Microsoft, облегчает работу с Windows-приложением: создавая каркас приложения – так называемый «скелет», программисту остается только вписать код в места, где необходима обработка тех или иных специальных действий.

Очень часто программисты сталкиваются с необходимостью хранить данные в виде списков или массивов. Работа с данными также предполагает необходимость отображения их пользователю. Типичный способ работы обычно выглядит так:

1. создать массив данных;
2. создать элемент для отображения;
3. заполнить этот элемент данными;
4. при изменении данных в массиве изменить данные в элементе отображения.

Такой прямолинейный подход прост в реализации и удобен, но только до тех пор, пока данных не становится слишком много, или пока процесс постоянной необходимости синхронизации не становится слишком сложным. В итоге хранить одни и те же данные в двух разных местах неудобно, неэкономично с точки зрения расходования памяти и чревато появлением ошибок. В этом случае появляется необходимость при любом изменении данных в массиве или списке автоматически изменять их в элементе отображения. И это возможно. Некоторые элементы управления в Windows, такие, как CListCtrl, предоставляют возможность использования "виртуальных данных", то есть когда данные или их копии физически хранятся не в самом элементе, а в пользовательской структуре: массиве, списке и т.д. В самом же элементе происходит только их отображение. Причем сама система берет на себя управление отображением только тех строк данных, которые реально видны пользователю в данный момент, что сильно увеличивает скорость работы.

Однако, такой элемент управления не дает возможности изменения информации – CListCtrl поддерживает только редактирование первой колонки. Также, его нецелесообразно использовать при больших объемах информации – появляются трудности с поиском и выборкой каких-либо списков, массивов. Полностью отсутствует возможность отметки определенных элементов.

Решить эту проблему может MFC GRID CONTROL – полнофункциональный компонент для работы с таблицами. Автором компонента является Крис Маундер - программист из Канады.

В отличие от CListControl, MFC GRID CONTROL имеет следующие основные функции и возможности:

- Выбор ячеек с помощью мыши;
- Изменение размера строк и столбцов;
- Любое количество фиксированных строк и столбцов;
- Различные цвета текста и фонов в разных ячейках;
- Различные шрифты в разных ячейках;
- Возможность отметить отдельные ячейки форматом "только для чтения";
- OLE перетаскивания;
- Возможность использования комбинаций клавиш Ctrl+C, Ctrl+V, Ctrl+Z, Ctrl+A;
- Возможность перемещения фокуса с одной ячейки на другую при помощи клавиш-стрелок;
- Дополнительные линии сетки;
- Изображения в любой ячейке;
- Режим "Virtual" для больших наборов данных;
- Полная поддержка печати;
- Многочисленные виртуальные функции для ускорения работы с таблицей;
- Поддержка Unicode;
- Скрытые строки и столбцы. [1]

Обобщенно, основную функциональность Grid можно разбить на несколько классов:

- Lines – представляет набор колонок или строк.
- Range – описывает любую совокупность ячеек.
- Layout – позволяет размещать данные внутри ячейки.
- Model – определяет интерфейс доступа к данным для View и Controller.
- View – показывает информацию в ячейке.
- Controller – позволяет пользователю менять данные.
- CacheCell – кеширует данные для видимой ячейки.
- CacheGrid – кеширует данные для видимой части таблицы.

В состав каркаса сетки таблицы входит несколько объектов, каждый из которых выполняет свою определенную функцию. Например, объект CGridCtrl организует и контролирует сбор ячеек; объект CGridCellBase выполняет операцию обработки методов, применяемых к ячейкам. Работа с таблицей не ограничивается методами, применяемыми ко всей таблице. Существует несколько методов, которые позволяют создавать собственные классы ячеек, например, CGridCellCombo и CGridURLCell.

Существует два типа ячеек – фиксированные и нефиксированные. Фиксированные, как правило, находятся в левой и верхней частях, содержат в себе заголовки столбцов и строк, не прокручиваются и не редактируются. Нефиксированные, в свою очередь, могут изменяться программистом и пользователем (если есть право доступа).

Значения по умолчанию для различных свойств сетки хранятся в объекте `CGridDefaultCell`. Для того, чтобы установить свойство по умолчанию для сетки, необходимо использовать конструкцию `CGridCtrl::GetDefaultCell`. [1]

В ходе разработки таблицы код разбивается на множество небольших классов, каждый из которых выполняет четко определенную небольшую задачу. С одной стороны, может показаться, что для реализации таблицы представлено слишком много классов. Но, с другой стороны, классы получаются маленькими и простыми, с четкими взаимосвязями, что упрощает понимание кода и уменьшает его сложность. При этом всевозможные комбинации наследников классов `Range`, `Layout`, `View`, `Controller` и `Model` дают очень большую вариативность.

В ходе анализа было выявлено, что программа, написанная с помощью `CListCtrl` имеет существенные ограничения, не позволяющие оформлять и редактировать таблицу в зависимости от потребностей пользователя. Однако, программа с использованием `Grid Control` позволяет не только красиво и удобно оформить таблицу, но также позволяет редактировать данные, осуществлять выборку по табличным данным.

### Список литературы

[1] *Маудер К.* MFC GRID CONTROL 2.27. 6.05.2010. URL: <http://www.codeproject.com/Articles/8/MFC-Grid-control> (дата обращения: 12.10.16)

**Донецков Анатолий Михайлович** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: [dam@kaluga.ru](mailto:dam@kaluga.ru)

**Минина Александра Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: [alex16071607@gmail.com](mailto:alex16071607@gmail.com)

**Смоляр Екатерина Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: [smolyar1100@gmail.com](mailto:smolyar1100@gmail.com)

А.В. Родионов, И.В. Жукова

## ОБЗОР МЕТОДОВ ТЕСТИРОВАНИЯ МИКРОПРОЦЕССОРОВ

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

**Введение.** В настоящее время широкий спектр таких задач, как обработка изображений, цифровая фильтрация, телекоммуникация и цифровая звукотехника, решается при помощи цифровой обработки сигналов. Как в этих, так и в других областях цифровая обработка сигналов имеет общие особенности:

- большой объем вычислений,
- работа в реальном времени,
- обработка оцифрованных данных,
- гибкость системы ЦОС.

Для решения указанных задач широко применяются интегральные схемы различного уровня сложности. Устройства такого типа должны удовлетворять повышенным требованиям к надежности (устойчивость к вибрациям и перегрузкам, влажности, радиационным дозам и т.д.). Также, по данным различных источников, трудозатраты на верификацию и валидацию составляют до 70 % общих трудозатрат на разработку [1].

Актуальность выбранной темы объясняется тем, что в разработке любой интегральной схемы важную роль играет верификация и валидация.

**Постановка задачи.** Рассмотреть методы тестирования на примере микропроцессоров.

**Основная часть.** Существует три этапа тестирования микропроцессора:

1. Верификация RTL-модели
2. Верификация ПЛИС-прототипа микропроцессора
3. валидация тестового кристалла (first-pass silicon validation)
4. валидация серийно выпускаемых экземпляров СБИС (post-silicon validation).

**Стадия RTL-модели.**

Выявление ошибок на этом этапе является основным, так как исправление ошибок на этом уровне требует меньше времени и стоимости, чем на остальных. Недостатки верификации на этом уровне: низкая скорость выполнения инструкций на модели.

**Стадии ПЛИС-прототипа микропроцессора, валидация тестового кристалла, валидация серийно выпускаемых экземпляров СБИС.**

Данные стадии позволяют выполнить более объемные тесты, чем на стадии RTL-модели [2].

Существуют различные методы тестирования микропроцессоров. Их можно сравнить по следующим критериям:

- простота реализации;
- возможность применения на разных этапах тестирования;

- стоимость накладных расходов на один тест;
- избыточность;
- возможность получения дополнительной информации (например, о производительности);
- стоимость исправления пропущенной ошибки;
- наличие затруднений, связанных с выбором метода [3,4].

Для верификации микропроцессоров и их RTL-моделей существуют следующие виды тестов:

1. Переборные тесты (constraint-driven test generation) – тесты для одной или нескольких инструкций, которые создаются автоматически. Достоинства данного метода: легкость обнаружения локализации ошибки, почти отсутствующая избыточность. Недостатки: относительно небольшой объем тестирования, отсутствие возможности получения дополнительной информации [4].
2. Псевдослучайные тесты – тесты, созданные с помощью генератора тестов на основе шаблона. Метод основан на покомандном сравнении трасс RTL-модели с эталонным эмулятором, который называют golden model (золотая модель). Достоинства: большой объем тестирования, стоимость накладных расходов меньше, чем при переборных тестах, использование шаблонов облегчает процесс написания тестов. Недостатки: избыточность больше, чем при переборном тестировании [5].
3. Тесты разработчика – тесты, направленные на инструкцию, набор инструкций микропроцессора или на какой-либо функциональный блок. Такие тесты почти всегда создаются со встроенным механизмом самопроверки и развитой диагностикой ошибочных ситуаций. Как правило, разрабатываются на языке ассемблера или С. Достоинства: возможность контролировать, какие конкретно части устройства необходимо протестировать, возможность комбинировать переборные и псевдослучайные тесты, что позволит увеличить эффективность использования ресурсов, возможность получить любую нужную дополнительную информацию о работе устройства. Недостатки: относительная сложность реализации [5].
4. Запуск одной или нескольких ОС и приложений под ОС – самый перспективный из перечисленных методов, так как, по сравнению с предыдущими, обладает рядом преимуществ:
  - Простота процесса запуска ПО и тестов под него;
  - Невысокие накладные расходы на один тест;
  - Возможность изучения производительности процессора;
  - Возможность сделать выводы о стабильности работы системы, так как отсутствуют сбои на выбранных стрессовых тестах;
  - Возможность применить его для RTL-моделей, ПЛИС-прототипов, тестовых кристаллов и серийных СБИС [6].

По сравнению с предыдущими тремя методами запуск ОС имеет также ряд недостатков:

- Избыточность метода, так как используются большие массивы кода без увеличения тестового покрытия;
- Сложность ПО;
- Высокая стоимость ошибки, если она найдена на стадии валидации серийно выпускаемых СБИС.

Таким образом, данный метод эффективен только в том случае, если его применять, начиная с уровня RTL-модели. Его использование имеет смысл при больших объемах производства, так как он экономит время на валидацию. Этот более эффективен в сочетании с применением тестов разработчика для отдельных частей, поскольку это позволяет минимизировать риски пропущенных ошибок.

**Заключение.** В результате изучения методов тестирования микропроцессоров были рассмотрены этапы верификации, описаны основные особенности методов тестирования, выявлены их достоинства и недостатки. Поскольку в дальнейшем планируется разработка устройства, которое не будет выпускаться в масштабах массового производства, выбор метода запуска ОС и приложений под ОС будет нецелесообразным ввиду его большой избыточности. Наиболее эффективным будет тест разработчика, который позволит детально проработать все особенности устройства и соединить в себе псевдослучайные и переборные тесты.

### Список литературы

- [1] *Потехин Д.С., Тарасов И.Е.* Разработка систем цифровой обработки сигналов на базе ПЛИС. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007.
- [2] *Тарасов И.Е., Певцов Е.Ф.* Программируемые логические схемы и их применение в схемотехнических решениях. – М.: МГТУ МИРЭА. – 2012.
- [3] *Мосин С.Г.* Подход к выбору метода тестирования сложных интегральных схем на основе стоимостной модели. – Управление большими системами: сборник трудов, выпуск №41, 2013г., с. 344-355.
- [4] *Адамов Ю.Ф.* Проектирование систем на кристалле. – М.: МИЭТ, 2005. - 163 с.
- [5] *Тарасов И.Е.* Разработка цифровых устройств на основе ПЛИС Xilinx с применением языка VHDL, Горячая линия – Телеком, 2005.
- [6] *Чибисов П.А.* Тестирование микропроцессоров и их RTL-моделей приложениями пользователя под ОС Linux. – Программные продукты и системы, выпуск №3, 2012г., с. 112-116.

**Родионов Андрей Викторович** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: andviro@gmail.com

**Жукова Ирина Владиславовна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: zhuckizhuk@gmail.com

Т.А. Онуфриева, Л.А. Щавелев

## **ОБЗОР СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ОБЪЕКТОВ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Использование систем позиционирования объектов – одно из наиболее актуальных направлений в развитии технологических и бизнес процессов разной деятельности: мониторинг перемещения сотрудников и оборудования, местоположение инструментов на конвейере, поиск пострадавших при аварийной ситуации и т.д. Разнообразие областей применения и относительная новизна направления способствовали появлению разновидностей систем позиционирования.

Для различных отраслей деятельности требуется разная точность определения позиции объекта в пространстве и во времени. Во многих отраслях появляется необходимость в определении местоположения с максимальной разумной точностью – точность, соизмеримая с размерами объекта.

Аналогично обстоит дело с позиционированием во времени. Для определения местонахождения объекта в режиме реального времени необходимо установить промежуток времени между замерах, который должен быть таким, чтобы объект, двигаясь с характерной для него скоростью, успевал проходить расстояние не больше удвоенной точности позиционирования.

Позиционирование – это автоматизированное определение местоположения объектов, предполагающее:

- определение координат объекта,
- формирование сообщений, содержащих координатную информацию,
- организация обмена служебными сообщениями,
- документирование информации о перемещении объектов,
- визуализация информации.

При классификации систем позиционирования необходимо учесть следующие признаки:

- назначение,
- параметры зоны обслуживания,
- используемые технологии,
- способы создания координатной информации.

Основные используемые для позиционирования технологии:

- радиочастотные,
- спутниковая навигация (GPS, ГЛОНАСС),

- радиочастотные метки – RFID.

Радиочастотные технологии, в свою очередь, делятся на стандартные технологии передачи данных (Wi-Fi, Bluetooth, Zigbee), так или иначе приспособленные для измерения расстояний, и на те, которые, исходя из физических свойств модуляции, наиболее подходят для измерения расстояний (CSS/ISO24730-5, UWB, ISO24730-2, NFER и другие). [1]

Специально для целей навигации, в частности позиционирования, созданы и широко используются спутниковые радионавигационные системы GPS, ГЛОНАСС и другие. Для существующих спутников GPS характерна погрешность позиционирования 6 метров. Запускаемые в настоящее время спутники следующего поколения будут способны определять местоположение, как ожидается, с точностью не менее 60-90 см.

Общим недостатком использования всех радионавигационных систем является то, что сигнал, при определённых условиях, может не доходить до приемника или приходиться с искажениями или задержками. Рабочая частота GPS лежит в дециметровом диапазоне радиоволн. Исходя из этого, уровень приема сигнала от спутников может сильно ухудшиться из-за большой облачности или под плотной листвой деревьев. Так же многие наземные радиостанции создают помехи и могут исказить приём сигнала. Невысокий наклон орбит GPS (примерно 55 градусов) серьезно ухудшает точность в приполярных районах Земли, так как спутники GPS поднимаются относительно невысоко над горизонтом. Нельзя не отметить то, что благодаря более высокому наклону орбит спутников ГЛОНАСС (около 65 градусов) эта система хорошо работает на всей территории России. [2]

К основным недостаткам можно отнести и высокую стоимость таких систем позиционирования объекта.

Одной из первых технологий позиционирования является позиционирование в сотовых сетях. Это обусловлено тем, что миллиарды абонентов во всем мире пользуются сотовыми сетями. Так же, нельзя не отметить простоту изначально применяемого метода Cell Of Origin – определение местоположения соты, к которой подключен абонент. При использовании такого метода, точность позиционирования определяется радиусом действия соты. Для «пикосот» это 100-150 метров, для большей части базовых станций - километр и более. [3]

Для определения местоположения с большей точностью, используются данные от нескольких базовых станций. Существует несколько таких методов.

Метод Angle of arrival (направление на абонента) – позволяет вычислить приблизительное местонахождение по направлению на абонента в пределах площади, образованной пересечением секторов обслуживания антенных решеток. Базовая станция оснащена несколькими решетками (от

трёх до шести). Каждая антенная решётка обслуживает свой сектор. При этом, чем больше секторов, тем меньше угол каждого из них, и, следовательно, площадь пересечения секторов соседних сот уменьшается. В результате, точность определения координат увеличивается и обычно составляет от 100 до 200 метров.

Метод Time of arrival (время прибытия) основывается на измерении времени прохождения сигнала от абонента до трех ближайших базовых станций. Для достижения требуемой точности измерения, необходимо синхронизировать станции по времени с помощью атомных часов либо посредством сигналов со спутника. Данные обрабатываются, после чего вычисляется местонахождение абонента с точностью около 100м.[4]

Гибридный метод позиционирования основывается на использовании мобильного телефона, оснащённого приемником GPS. Технология опирается на систему GPS, которая обеспечивает точность 15-50 м. В городских условиях ее применение затруднено по причине многолучевого распространения сигнала. [1]

В технологии радиочастотной идентификации используются RFID-метки, которые, как и штрих-коды, в большинстве случаев представляют собой самоклеящиеся этикетки. Главным отличием является то, что на штрих-коде информация хранится в графическом виде, в то время как на метки данные наносятся и считываются под воздействием радиоволн. [5]

По способу применения выделяют два вида радиочастотной идентификации: пассивная и активная.

Работа пассивных RFID-меток заключается в том, что считыватель непрерывно генерирует радиоизлучение заданной частоты с определенной периодичностью или по команде. Чип метки, при попадании в зону считывания, использует это излучение в качестве источника электропитания и передает на считыватель идентификационный код.

Активные RFID-метки используются для отслеживания предметов на относительно больших расстояниях. Рабочие частоты активных RFID – 455МГц, 2,4ГГц или 5,8ГГц. Радиус действия таких меток доходит до ста метров. Питаются активные метки от встроенного аккумулятора.

Существует два типа активных меток: радиомаяки и транспондеры. Радиомаяки используются в системах позиционирования реального времени. Радиомаяк отправляет пакеты с уникальным идентификатором. Пакеты принимаются минимум тремя приемниками, расположенными в периметре контролируемой зоны.

Расстояние от маячка до приемника с фиксированными координатами определяются по углу направления на маячок Angle of arrival (AoA), по времени прихода сигнала Time of arrival (ToA) или по времени распространения сигнала от маячка до приемника Time-of-flight (ToF). [5]

В настоящее время существует большое количество технологий, решающих задачи позиционирования объектов на местности. Технологии базируются на разных методах, обеспечивают различные возможности: позиционирование на местности и в закрытом пространстве, точность позиционирования, масштабируемость системы позиционирования, по степени информативности позиций.

При принятии решения о разработке системы позиционирования необходимо изучить особенности и оценить возможности каждой технологии применительно к существующим задачам.

### Список литературы

[1] Громыко В.Д. Основы обработки и передачи информации. - М.: Воениздат, 1978. - 350с.

[2] Урличич Ю.М. ГЛОНАСС - российская национальная система. Состояние, перспективы развития и применения системы ГЛОНАСС, интернет-ресурс: <http://elibrary.ru/item.asp?id=12229664>

[3] Мельник И.Е. RFID-технология, интернет-ресурс: <http://www.rst-invent.ru/about/technology/>

[4] Татарников О.А. WEB Locator в сетях GSM, интернет-ресурс: <http://compress.ru/Archive/CP/2005/2/38/>

[5] Емельянов Е.В. Технология позиционирования в реальном времени, интернет-ресурс: <http://www.rtlsnet.ru/technology/view/4/>

**Онуфриева Татьяна Александровна** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: [onufrievata@mail.ru](mailto:onufrievata@mail.ru)

**Щавелев Леонтий Александрович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: [leon15shavelev@gmail.com](mailto:leon15shavelev@gmail.com)

И.В. Чухраев, П.И. Сенокосов

## **ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРФЕЙСОВ ETHERNET И МАНЧЕСТЕР II В СОСТАВЕ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В настоящее время для передачи данных в радиолокационных комплексах широко используются два интерфейса: Ethernet и магистральный последовательный интерфейс (Манчестер II). При этом, каждый интерфейс обладает своими особенностями.

При работе с магистральным последовательным интерфейсом, интерфейс должен работать асинхронно, в режиме «команда-ответ», передача информации должна осуществляться полудуплексным способом, при этом инициировании обмена информацией и управление передачей должен осуществлять только один контроллер шины. Поток информации, передаваемый по информационной магистрали должен состоять из сообщений, содержащих командное слово, ответное слово и слово данных.

Используя магистральный последовательный интерфейс, необходимо придерживаться определенной последовательности передачи информационных разрядов. В слове данных первыми должны быть переданы старшие информационные разряды, за которыми должны следовать менее значащие(младшие) разряды в порядке убывания. Число информационных разрядов слова данных, необходимых для определения значения передаваемой величины, зависит от требуемой точности представления значения передаваемой величины. Если точность представления требует более шестнадцати разрядов, то первым должно быть передано слово данных с наиболее значащими разрядами, затем слово данных, содержащее менее значащие разряды, в порядке убывания. Допускается объединять в одном слове данных информационные разряды различных величин [1].

Каждое слово в магистральном последовательном интерфейсе имеет свой формат.

Каждое командное (Рисунок 1) слово должно содержать

- Синхросигнал
- После «Адрес оконечного устройства»
- Разряд «Прием\передача»
- Поле «Подадрес/Режим управления»
- Поле «Число СД/код команды управления»
- Разряд контроля четности

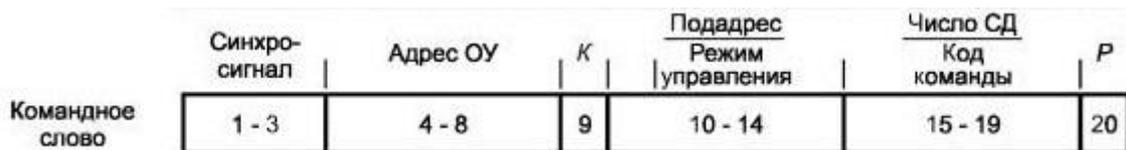


Рисунок 1. Формат командного слова

Ответное слово является словом состояния оконечного устройства и ответом на принятое оконечным устройством достоверное командное слово и определяет установление связи между устройствами интерфейса.

Его формат имеет следующий вид:

- Синхросигнал
- После адреса «Оконечного устройства»
- Поле разрядов признаков состояния, ошибки в сообщении Ю передача ответного слова, запрос на обслуживание резервные разряды, принята групповая комната, абонент занят, неисправность абонетка принято управление интерфейсом, неисправность ОУ.

Формат слова данных (Рисунок 2) отличается от формата командного слова, и имеет совсем иной вид:

- Синхросигнал
- Данные
- Разряд контроля четности

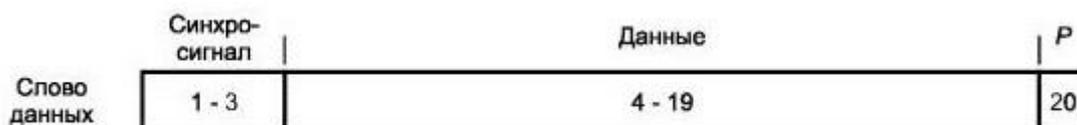


Рисунок 2. Формат слова данных

Стандартные протоколы Ethernet определяют многие аспекты сетевого обмена данными, включая формат и размер кадра, синхронизацию и кодировку.

Когда подключенные к сети Ethernet узлы отправляют сообщения, они форматируют их в соответствии со стандартами макета кадра. Кадры иначе называют протокольными блоками данных (PDU) [2].

Кадр можно разделить на 7 секций:

- 1) Преамбула
- 2) Разделитель начала кадра
- 3) MAC-адрес назначения
- 4) MAC-адрес источника
- 5) Длина/тип
- 6) Инкапсулированные данных
- 7) Контрольная последовательность кадров

Формат кадров Ethernet определяет положение MAC-адресов получателя и источника и дополнительную информацию, в том числе:

- Преамбула для последовательности и синхронизации;
- Разделитель начала кадра;
- Длина и тип кадра;
- Контрольная последовательность кадра (для обнаружения ошибок передачи).

Максимальный размер кадров Ethernet, начиная с поля MAC-адреса назначения до контрольной последовательности кадра, составляет 1518 байт, минимальный – 64 байта. Не входящие в этот диапазон кадры принимающие узлы не обрабатывают. Помимо форматов, размеров и синхронизации кадра стандарты Ethernet определяют кодирование бит кадра при передаче по каналу. По медному кабелю биты передаются в виде электрических импульсов, по оптоволоконному кабелю - в виде световых импульсов [3].

При работе с радиотехническими комплексами и передаче данных с использованием магистрального последовательного интерфейса и интерфейса Ethernet могут возникнуть проблемы в виде различных ошибок, прерываний. Так как данные проблемы не позволяют в полном объеме получать необходимую информацию, их необходимо нейтрализовать, и вместе с этим провести тестирование радиотехнического комплекса.

В связи с этим является актуальным разработка программно-математического комплекса проверки интерфейсов пульта оператора АРЛС.

### Список литературы

[1] Храпов Е.А., Зингер А.Г. Манчестер II, Изд-во АлтГТУ, Барнаул, 2010. - 131с.

[2] Марков А.С., Шмидт К.Ю. Технологии современных сетей Ethernet. Методы коммутации и управления потоками данных, Изд-во ПХВ-Петербург, Москва, 2013. - 512с.

[3] Фэллон Л. Простое познание Ethernet, Изд-во Питер, Санкт-Петербург, 2012. - 637с.

**Чухраев Игорь Владимирович** – канд. техн. наук, заведующий кафедрой "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: igor.chukhraev@mail.ru

**Сенокосов Павел Игоревич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: rouel.boom@gmail.com

С.А. Грос, А.В. Родионов

## **ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ СРЕДЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО И СЕТЕВОГО ОБОРУДОВАНИЯ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Телекоммуникации и сетевые технологии являются в настоящее время той движущей силой, которая обеспечивает развитие мировой цивилизации. Практически нет области производственных и общественных отношений, которая не использовала бы возможности современных информационных технологий на базе телекоммуникаций. Локальные сети, представляющие собой самую элементарную форму сетей, соединяют вместе группу персональных компьютеров (ПК) или связывают их с более мощным компьютером, выполняющим роль сетевого сервера. Все ПК в локальной сети могут использовать специализированные приложения, хранящиеся на сетевом сервере, и работать с общими устройствами: принтерами, факсами и другой периферией [1].

Локальные сети позволяют отдельным пользователям легко и быстро взаимодействовать друг с другом. Вот лишь некоторые задачи, которые позволяет выполнять ЛС:

- совместная работа с документами;
- сохранение и архивирование своей работы на сервере, чтобы не использовать ценное пространство на жестком диске ПК;
- простой доступ к приложениям на сервере;
- облегчение совместного использования в организациях дорогостоящих ресурсов, таких как принтеры, накопители CD-ROM, жесткие диски и приложения (например, текстовые процессоры или программное обеспечение баз данных) [2].

Самая простая сеть состоит как минимум из двух компьютеров, соединенных друг с другом кабелем. Это позволяет им использовать данные совместно. Все сети (независимо от сложности) основываются именно на этом принципе.

В рамках НИРС, на кафедре ЭИУ2-КФ нами ведется разработка методики расчета параметров среды функционирования телекоммуникационного и сетевого оборудования серверных комнат.

Актуальность исследований обусловлена тем, что в настоящее время во всех учреждениях и объектах Министерства образования РФ ведется внедрение и эксплуатация современных специализированных многопроцессорных и многомашинных вычислительных систем, в том числе и серверного типа, объединенных в локальную сеть. Применение современного телекоммуникационного и сетевого оборудования предъявляет особые требования к параметрам среды функционирования, к качеству проведения

технического обслуживания, а также оперативного выполнения ряда мероприятий в случае возникновения неисправностей и аварийных ситуаций.

Существует ряд факторов, по которым затруднено выполнение данных требований:

- низкая и недостаточная подготовка младших специалистов отделов вычислительных средств;
- отсутствие навыков работы этих же специалистов с эксплуатационной документацией на специализированные вычислительные системы;
- отсутствие единого подхода к оборудованию серверных комнат;

Таким образом, сложились все предпосылки для внедрения и эксплуатации на объектах Министерства образования РФ современного телекоммуникационного и сетевого оборудования. С другой стороны, перечисленные недостатки не позволяют эффективно эксплуатировать и проводить техническое обслуживание средств вычислительной техники.

Новизна работы состоит в разработке единой методики для расчета параметров среды функционирования. Ожидаемая научная и практическая значимость полученных результатов заключается в разработке программного комплекса для автоматизированного расчета параметров среды функционирования телекоммуникационного и сетевого оборудования. Разработка такого программного комплекса приведет к оптимальному решению проектирования серверной комнаты с учетом всех норм, ГОСТов и правил.

В настоящее время в проектировании типового помещения серверной комнаты не предусмотрено автоматизации данного процесса. Основное внимание уделяется администрированию, мониторингу, управлению конфигурациями, удаленному управлению серверным оборудованием и т.д. Большое количество времени уделяется на изучение норм, ГОСТов и правил проектирования серверного помещения. Следовательно, существует необходимость в создании программного комплекса, работающего в соответствии с разрабатываемой методикой, который позволит автоматизировать действия, связанные с вычислением параметров среды функционирования, проектированием серверного помещения, с учетом всех необходимых факторов. Разрабатываемый комплекс даст возможность выполнить оборудование комнаты качественным образом, и продлить работоспособность серверного помещения.

### **Список литературы**

[1] Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. – СПб.: Питер, 2001 – 672 с: ил.

[2] Гук М.Ю. Аппаратные средства локальных сетей: Энциклопедия. – СПб.: Питер, 2002. – 575с.

**Грос Сергей Анатольевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: sergey.gros@gmail.com

**Родионов Андрей Викторович** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: andviro@gmail.com

Е.О. Дерюгина, А.Д. Минина, Е.С. Смоляр, М.И. Калупин

## **ПРОЦЕСС РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Процесс разработки программного обеспечения представляет собой последовательность определенных этапов. Важно понимать, что переход процесса от одного этапа к другому не имеет чёткой границы. Как правило, работы следующего этапа начинаются по мере выполнения 80-90% работ по предыдущему этапу. Особенно это касается разработки требований, когда в ряде случаев снятие неопределенности происходит лишь к концу проекта. Безусловно, наличие такой неопределённости в проекте является существенным риском и должно находиться под постоянным контролем. [1]

Программное обеспечение может быть:

- Заказное;
- Инвестиционное;
- Встроенное.

**Процесс разработки заказного ПО.** Обзор процесса разработки начнем с наиболее общего случая – разработки заказного программного обеспечения. Схема процесса приведена на рисунке 1.

Работа над проектом начинается с подготовительного этапа. Целью данного этапа является создание концепции будущей системы. В основе этой концепции лежит предложение заказчика, и, отталкиваясь от нее, нужно провести оценку востребованности и реализуемости данного проекта. [1]

Проект, концепция которого выглядит приемлемой для реализации, выходит на этап разработки требований. Целями этого этапа являются выявление всех скрытых потребностей заказчика, решение конфликтов требований, формирование целостного технического задания и анализ реализуемости подготовленного задания.

Если техническое задание сформировано, исполнитель приступает к разработке архитектуры будущей системы. Цель этапа – определение логической и физической архитектуры, полностью выполняющая все требования заказчика.

Если получилось создать подходящую архитектуру системы, разработчик может переходить к реализации и поставке системы. Реализация может проходить в один или несколько этапов. Для небольших проектов

одноэтапной поставки всего функционала системы вполне достаточно. Однако, чем больше проект, тем выше зависимости подсистем внутри создаваемой системы. В этих условиях реализацию делят на несколько этапов так, чтобы в конце каждого этапа команда разработчиков имела готовый к поставке продукт. При этом самый важный, фундаментальный функционал должен разрабатываться на ранних этапах, а надстройки, работающие поверх этих основных компонентов, реализуются позднее.

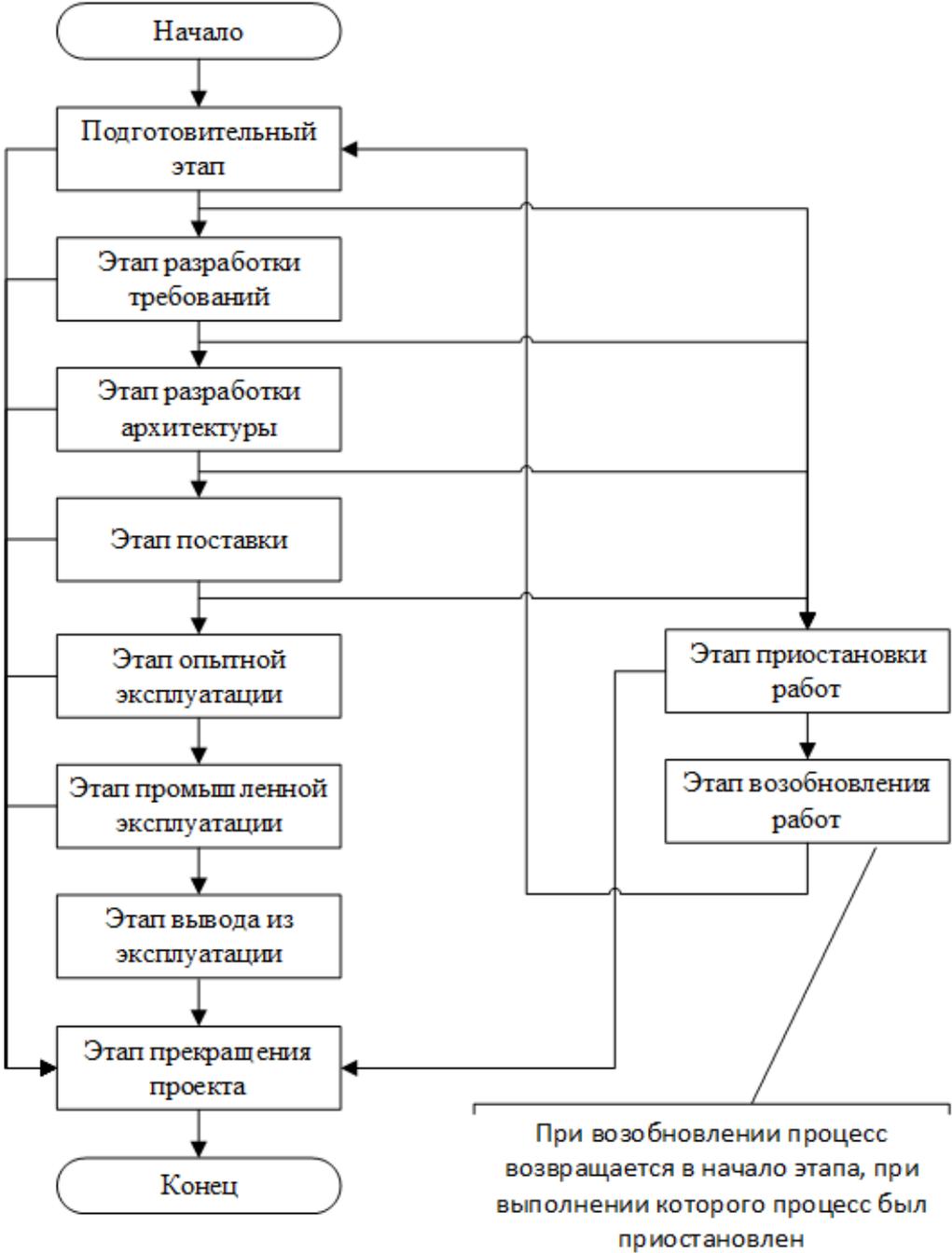


Рисунок 1. Процесс разработки заказного программного обеспечения

После поставки полностью завершённой системы проект заказанного ПО переходит к этапу опытной эксплуатации. Цель этого этапа заключается в проверке качества работы разработанной системы в реальных условиях эксплуатации. В первую очередь проверяются функциональные характеристики качества, затем – нефункциональные. При обнаружении несоответствий разработчик корректирует код системы.

Полностью отлаженная и настроенная система вводится в промышленную эксплуатацию. Как правило, разработчик должен сопровождать систему, по крайней мере, в течение срока гарантии.

Этап вывода системы из эксплуатации наступает тогда, когда система по какой-то причине перестаёт устраивать заказчика.

Осталось отметить два этапа процесса разработки. Бывает, что обстоятельства не позволяют продолжать реализацию проекта, но результаты проделанной работы показывают, что у проекта может быть будущее. Закрывать такой проект нецелесообразно. Поэтому вместо полной остановки работ исполнитель может временно приостановить деятельность по проекту, зафиксировав достигнутые результаты. Как только обстоятельства позволят вернуться к проекту, необходимо вернуть в него разработчиков и восстановить его состояние. Важно возобновлять работу с того этапа, на котором проект был прерван, повторно проведя проверку достигнутых результатов.

**Процесс разработки инвестиционного ПО.** Процесс разработки инвестиционного ПО отличается параллельной работой сразу над несколькими версиями продукта: пока первая версия сопровождается, вторая уже реализуется, а для третьей формулируются требования.

Как нетрудно заметить, при разработке инвестиционного ПО имеют место те же этапы, которые были рассмотрены выше для процесса разработки заказного программного обеспечения. Но отличие состоит в том, что этапы относятся не ко всему продукту, а к отдельной версии продукта. Исключение составляет этап прекращения проекта: проект не может завершиться, пока идёт работа хотя бы над одной версией продукта.

**Процесс разработки встроенного ПО.** Главное отличие встроенного ПО от заказного заключается в том, что его довольно сложно сопровождать. Поэтому, при разработке встроенного ПО возникает сразу несколько важных ограничений:

- во-первых, необходимость уделять огромное внимание качеству ПО, поскольку после внедрения его в устройство изменить что-либо будет слишком сложно;

- во-вторых, поставка выполняется в рамках только одного этапа: нет смысла встраивать в устройства частично работающую программу;
- в-третьих, после этапа внедрения ПО разработчик может внести в него изменения только в случае брака;
- в-четвертых, у встроенного ПО нет этапа вывода из эксплуатации.

Таким образом, соглашаясь на разработку программного обеспечения, исполнитель еще на начальном этапе реализации может узнать, какие этапы ему предстоит пройти, каково будущее программного продукта, а также имеется ли возможность работать со своим проектом после его выпуска.

#### **Список литературы**

[1] *Брауде Э.* Технология разработки программного обеспечения. – СПб.: Питер, 2004. – 655 с. – с.110-111, 127-129.

**Дерюгина Елена Олеговна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: DeruginaEO@yandex.ru

**Минина Александра Дмитриевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: alex16071607@gmail.com

**Смоляр Екатерина Сергеевна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: smolyar1100@gmail.com

**Калупин Максим Игоревич** – канд. техн. наук, доцент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: maksim.kalupin@gmail.com

Н.А. Борсук, В.М. Касатиков

## **РЕАЛИЗАЦИЯ ANDROID - ПРИЛОЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ПЛАТФОРМЫ APP INVENTOR И ЭМУЛЯТОРА ANDROID SDK.**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Для реализации "Андроид" приложения, представляющего из себя интеллектуальную игру "Миллионер", необходимо решить ряд задач:

1. Анализ и выбор инструментальных средств реализации проектирования;
2. Разработка основных модулей и реализация взаимосвязи между ними;
3. Размещение разработанного андроид-ресурса на платформу.

Ниже будет рассмотрена задача выбора инструментальной среды разработки.

Для этих целей используется Java. Следует отметить, что это довольно сложный язык программирования. Но для создания своих приложений все не обязательно совершенно знать его. Достаточно будет базовых знаний и навыков работы со справочной информацией, чтобы получать ответы на свои вопросы. К тому же существуют определённые заготовки, воспользовавшись которыми, можно будет сделать некоторые шаги по созданию приложения без значительных проблем [1].

Для начала следует определиться со средой разработки. Рассмотрим Eclipse и Android SDK. Они обе являются бесплатными. В целом следует отметить, что эти среды разработки – серьезные конкуренты, и каждая из них обладает рядом сильных и слабых сторон. Изучать стоит каждую из них.

Немного остановимся на одном аспекте Android SDK – эмуляторе. Он является программой, которая выдаёт себя за телефон или планшет, что работает на базе "Андроид". Эмулятор спокойно работает на обычном компьютере и на рабочем столе и выглядит как стандартное мобильное устройство. Существует единственная особенность - управляется он с помощью мышки и клавиатуры, а не пальцем. В эмуляторе можно будет проверить работоспособность приложения под различные расширения экрана, а также на разных версиях мобильной операционной системы "Андроид" [2].

Разработку можно разделить на три фазы, которые могут (и желательно) проходить параллельно:

- Разработка интерфейса
- Программирование
- Тестирование

Платформы можно использовать для нечто большего, чем для образовательных целей. Так как она предлагает все необходимые компоненты для создания продуманных приложений, вряд ли App Inventor можно называть несерьезным проектом. Программа включает в себя следующие технологии[3]:

1. GPS, определение направления устройства и его движения
2. SMS-сообщения
3. Сканирование штрих-кодов
4. WiFi, Bluetooth
5. Технологии распознавания речи и функции транскрибирования речи в текст
6. Технологии использования базы данных и подключения к веб-базам (при помощи облачных хранилищ).

Таким образом, выше была проанализирована одна из подзадач создания андроид-приложений с помощью языка Java и эмулятора Android SDK, а именно, подзадача выбора среды разработки. В дальнейшем будет выполнена работа по реализации модулей приложения и тестирование.

#### **Список литературы**

[1] Борисов С.В. 500 лучших бесплатных приложений для платформы Android (+ DVD-ROM) – М.: Наука, 2014. - 336 с.

[2] Коматинени С. Android 4 для профессионалов. Создание приложений для планшетных компьютеров и смартфонов // С. Коматинени. – М.: Наука, 2012. - 406 с.

[3] Майер, Р. Android 4. Программирование приложений для планшетных компьютеров и смартфонов // Р. Майер. – М.: Эксмо, 2013. - 599 с.

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

**Касатиков Виталий Михайлович** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: kasatikov005@yandex.ru

Н.А. Борсук, И.С. Цыганков

## **СОВРЕМЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОИСКОВЫХ ОПТИМИЗАЦИЙ ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

В настоящее время создано большое количество архитектур нейронных сетей и способов их обучения, наиболее распространенной является связка – многослойный персептрон и алгоритм обратного распространения ошибки, также применяются и другие методы, но все они в основном определяют стратегию подбора весов многослойной сети с применением градиентных методов оптимизации [1]. Недостатком такого подхода является то, что точные значения градиента не всегда доступны, кроме того решение задачи оптимизации в условиях большой размерности требует больших вычислительных и временных затрат. В связи с этим в последние годы активно развиваются алгоритмы поисковой оптимизации, которые называют поведенческими, роевыми, популяционными и т.д. Эффективность таких алгоритмов ничем не уступает, а даже иногда превосходит эффективность классических алгоритмов. Посредством популяционных алгоритмов весьма успешно решаются сложные оптимизационные задачи в разных сферах деятельности, сюда, к примеру, можно отнести задачи оптимизации в электроэнергетике, автоматизированном проектировании, синтезе химических соединений, в том числе и при обучении многослойных нейронных сетей, поэтому была поставлена задача исследовать наиболее популярные популяционные алгоритмы поисковой оптимизации.

**Генетические алгоритмы оптимизации.** Эти алгоритмы имитируют процессы наследования свойств живыми организмами и генерируют последовательности новых векторов  $w$ , содержащие оптимизированные переменные:  $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$  [1]. При этом выполняются операции трех видов: селекция, скрещивание и мутация.

Отдельные компоненты вектора  $w$  могут кодироваться в двоичной системе либо натуральными числами. При двоичном кодировании применяется обычный код или код Грея. После соответствующего масштабирования отдельные биты представляют конкретные значения параметров, подлежащих оптимизации. Каждому вектору  $w$  сопоставляется определенное значение целевой функции. Генетические операции (селекция, скрещивание и мутация) выполняются для подбора таких значений переменных  $w_i$  вектора  $w$ , при которых максимизируется величина так называемой функ-

ции приспособленности. Функция приспособленности  $F(w)$  определяется через целевую функцию  $E(w)$  путем ее инвертирования (целевая функция минимизируется, а функция приспособленности максимизируется). Например, она может иметь вид:  $F(w) = -E(w)$  [1].

На начальной стадии выполнения генетического алгоритма инициализируется определенная популяция хромосом (векторов  $w$ ). Она формируется случайным образом, хотя применяются также и самонаводящиеся способы (если их можно определить заранее). Размер популяции, как правило, пропорционален количеству оптимизируемых параметров. При случайном выборе векторов  $w$ , составляющих исходную популяцию хромосом, они статически независимы и представляют собой начальное погружение в пространство параметров. Одна часть этих хромосом лучше приспособлена к существованию, а другая часть хуже. Упорядочение хромосом в популяции, как правило, производится в направлении от лучших к худшим. Хромосомы отбираются для формирования очередного поколения по значениям функции соответствия.

Селекция хромосом для спаривания чаще осуществляется по принципу элитарности, в соответствии с которым наиболее приспособленные хромосомы сохраняются, а наихудшие отбраковываются и заменяются вновь созданным потомством, полученным в результате скрещивания пар родителей. На этапе скрещивания подбираются такие пары хромосом, потомство которых может быть включено в популяцию путем селекции. Существует большое количество методов спаривания, чаще используют метод турнирной системы, в котором случайно отбирается несколько хромосом, среди которых определяются наиболее приспособленные. Из победителей последовательно проведенных турниров формируются пары для скрещивания.

Процесс скрещивания основан на рассечении пары хромосом на две части с последующим обменом этих частей в хромосомах родителей. Место рассечения также выбирается случайно. Количество новых потомков равно количеству отбракованных при селекции.

Последняя генетическая операция – это мутация, состоящая в замене значений отдельных битов (при двоичном кодировании) на противоположные. Мутация обеспечивает защиту как от слишком раннего завершения алгоритма, так и от представления какой-либо конкретной позиции всех хромосом одного и того же значения.

В качестве окончательного решения принимается наиболее приспособленная хромосома, имеющая минимальное значение функции.

**Метод роя частиц.** В методе роя частиц каждое потенциальное решение представлено точкой в поисковом пространстве, называемой частицей.

Алгоритм метода роя частиц представляет итерационный процесс, который продолжается до тех пор, пока не будет выполнен критерий остановки. Такими критериями, например, могут быть достижение предельного числа итераций, достижение определенного значения целевой функции, сходимость алгоритма.

На первом шаге алгоритма создается множество решений, называемое популяцией. Текущее состояние частицы в пространстве решений характеризуется вектором координат и вектором скорости перемещения. Кроме обмена информацией с соседями каждая частица помнит собственное наилучшее положение, т.е. обладает памятью. На каждой итерации алгоритма направление и длина вектора скорости каждой из частиц в классическом алгоритме изменяются в соответствии со сведениями о найденных оптимумах [2]:

$$v_i = v_i + a_1 \cdot rand() \cdot (pbest_i - x_i) + a_2 \cdot rand() \cdot (gbest_i - x_i), \quad (1)$$

где  $v$  – вектор скорости частицы ( $v_i$  – его  $i$ -ая компонента),  $a_1, a_2$  – постоянные ускорения,  $pbest$  – лучшая найденная частицей точка,  $gbest$  – лучшая точка из пройденных всеми частицами системы,  $x$  – текущее положение частицы, а функция  $rand()$  возвращает случайное число от 0 до 1 включительно.

**Алгоритм гравитационного поиска.** Алгоритм оперирует двумя законами:

1. Тяготения: каждая частица притягивает другие и сила притяжения между двумя частицами прямо пропорциональна произведению их масс и обратно пропорциональна расстоянию между ними (следует обратить внимание на то, что в отличие от всемирного закона тяготения используется не квадрат расстояния);

2. Движения: текущая скорость любой частицы равна сумме части скорости в предыдущий момент времени и изменению скорости, которое равно силе, с которой воздействует система на частицу, деленной на инерциальную массу частицы.

Имея в арсенале эти два закона, метод работает по следующему плану:

1. Генерация системы случайным образом;
2. Определение приспособленности каждой частицы;
3. Обновление значений гравитационной постоянной, лучшей и худшей частиц, а также масс;
4. Подсчет результирующей силы в различных направлениях;
5. Подсчет ускорений и скоростей;
6. Обновление позиций частиц;
7. Повторений шагов 2 - 6 до выполнения критерия окончания (либо превышение максимального количества итераций, либо слишком

малой изменением позиций, либо что вашей душе угодно любой другой осмысленный критерий) [3].

Популяционные алгоритмы поисковой оптимизации в сравнении с классическими алгоритмами имеют неоспоримые преимущества, прежде всего, при решении задач высокой размерности и мультимодальных задач. В этих условиях популяционные алгоритмы могут обеспечить высокую вероятность локализации глобального экстремума оптимизируемой функции. Важно также, что популяционные алгоритмы позволяют эффективнее классических алгоритмов отыскать субоптимальное (близкое к оптимальному) решение. Часто достаточным является именно такое решение.

### Список литературы

[1] *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.

[2] *Kennedy J., Eberhart R.* Particle Swarm Optimization – Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV. – 1995. – С. 1942 – 1948.

[3] *Esmat Rashedi* GSA: A Gravitational Search Algorithm // Department of Electrical Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman. – 2009. – 18 с.

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

**Цыганков Иван Сергеевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: killer.ziganok@yandex.ru

Д.И. Нарулева, Н.А. Борсук

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОГРАММ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ СЛОЖНЫХ МОДЕЛЕЙ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Для решения задачи моделирования сложных объектов необходимо, в первую очередь, определиться со средой моделирования. Ниже будут проанализированы возможности «SolidWorks» и «Компас-3D».

Базовым продуктом среды 3D-моделирования является, как правило, математическая модель твердого тела, обладающая топологией, геометрией, набором физико-механических свойств, необходимых для анализа поведения деталей и сборочных единиц и обеспечения их работоспособности на этапе проектирования.

Для создания моделей деталей, сборок и чертежей в виде 2D-образов трехмерных моделей с их размерами, ассоциативно связывающими чертежи с моделями, используют две САД среды «SolidWorks» и «Компас-3D». Однозначно сказать, какая из сред лучше – трудно.

SolidWorks – это полнофункциональное приложение для автоматизированного механико-машиностроительного конструирования, базирующееся на параметрической объектно-ориентированной методологии. Это позволяет легко получать твердотельную модель из двумерного эскиза, применяя очень простые и эффективные инструменты моделирования.

«Компас-3D» – система автоматизированного проектирования, разработанная компанией «АСКОН». Система позволяет реализовать классический процесс трехмерного параметрического проектирования – от идеи к ассоциативной объемной модели, от модели к конструкторской документации.

Самое главное для пользователя – это интерфейс. В «SolidWorks» он более простой, удобный и понятный. Все иконки в панели инструментов большего размера, чем в «Компас-3D», основные из них подписаны, т.е. не надо наводить курсив, чтобы посмотреть, что это за действие.

При построении каких-либо деталей в «SolidWorks» для изменения их размера, необходимо навести курсор на ту часть, которую нужно изменить, щелкнуть два раза левой клавишей мыши, затем проставить размер и нажать «Enter». Для такого действия в «Компас-3D», необходимо проделать почти такие же действие, только плюс при каждом изменении необходимо нажимать на стрелку "Создать объект" в панели оформления[3].

Еще немало важным, на мой взгляд, является то, что в самой программе «SolidWorks» есть учебное пособие, где рассматривается построение самых разных деталей, элементов с разными функциями. И плюсом

данного пособия является то, что, если не представляется возможным найти какой-то элемент в панели инструментов, то в пособии напротив каждого действия расположена иконка, при нажатии на неё произойдет поиск данного элемента в панели инструментов.

В «Компас-3D» есть возможность открыть или импортировать файлы других систем CAD: AutoCAD (\*.dwg), (\*.dxf), IGES (\*.igs), (\*.iges), текстовые файлы (\*.txt), текст в формате RTF (\*.rtf), ACIS (\*.sat), Parasolid (\*.x\_t), (\*.x\_b), (\*.xmt\_txt), (\*.xmt\_bin), (\*.xmp\_txt), (\*.xmp\_bin), STEP AP203), AP214 (\*.stp), (\*.step)[1].

«SolidWorks» включает в себя более 20 встроенных трансляторов, как нейтральных: IGES (\*.iges); ACIS (\*.sat); STL (\*.stl); STEP (\*.step, .stp); VDAFS ( \*.vda); VRML ( \*.wrl); Parasolid ( \*.x\_t, \*.x\_b, \*.xmt\_txt, \*.xmt\_bin), DXF, DWG, Pro/ENGINEER, CADKEY так для прямого импорта данных из популярных CAD-систем: AutoCad (\*.dxf, \*.dwg), Adobe Photoshop, Autodesk Inventor, IGES[2].

Выше были проанализированы возможности сред «SolidWorks» и «Компас-3D». Таким образом, для решения задачи моделирования сложных объектов была выбрана среда моделирования «SolidWorks».

### Список литературы

[1] Ганин Н.Б. Автоматизированное проектирование в системе КОМПАС-3D V12. – М.: ДМК Пресс, 2010 г. – 360с.

[2] Григорьева А.В. Компьютерная графика. – М.: МПГУ, 2012 г. – 298с.

[3] Рейнбоу В. Компьютерная графика. – СПб.: Питер, 2003. – 768с.

**Нарулева Дарья Игоревна** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: Naruleva.Dasha@yandex.ru

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

Р.В. Зайцев, Н.А. Борсук, И.В. Чухраев

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОГРАММ АРХИТЕКТУРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, Калуга, 248000, Россия

Передо мной была поставлена задача: смоделировать высотное сооружение со сложной конструкцией. Актуальность данной работы состоит в том, что в современное время нельзя обойтись без автоматизированного проектирования при проектировании сооружений. Для решения поставленной задачи необходимо выполнить ряд подзадач:

- Выбор ПО;
- Отрисовка 2D чертежей и планов;
- Создание трехмерной графики – виртуальных моделей проекта;
- Визуализация проекта;

В настоящее время для решения данной задачи необходимо провести сравнительный анализ между популярными средствами автоматизированного проектирования, а именно: ArchiCAD, AutoCAD, Revit.

Критериями сравнительного анализа являются:

- Большая библиотека;
- Русскоязычное сообщество;
- Простота использования;
- Удобство проектирования;

Ключевая разница между рассматриваемыми САПР состоит в различии принципов работы. Система AutoCAD обладает большим набором инструментов для разработки чертежей формата 2D (планы, сечения, разрезы), на основе которых уже потом создается 3D-модель. Однако, чтобы полностью использовать возможности для работы с трехмерным проектом, а также для его визуализации, потребуется экспорт в ПО для моделирования в 3D и рендеринга. Поэтому, если важна возможность оформления и детализации помещений в трех измерениях, стоит готовиться к необходимости изучения еще одной программы[1].

Иными словами, функции AutoCAD более ориентированы на инженерно-проектную деятельность – проработку чертежей и планов внутренних коммуникаций.

В основе работы системы автоматизированного проектирования ArchiCAD лежит совершенно другой принцип, а именно сразу «строится» здание в 3D из готовых элементов и «блоков», создавая стены, перекрытия, балки, проемы, окна и двери, задавая им форму, параметры, текстуру и прочие характеристики. Для этого у ArchiCAD есть обширная библиотека элементов, в которой можно выбрать и отредактировать функциональные и декоративные детали. Из получившейся трехмерной модели здания ав-

томатически извлекается вся необходимая проектная документация, чертежи (разрезы, фасады, планы) и подробные спецификации.

Поэтому ArchiCAD охотно используют дизайнеры и архитекторы, для которых на первый план выходят не конструкторские и инженерные решения, а общая концепция и визуальная составляющая. Такая система называется BIM – Building Informational Model[2].

Система автоматизированного проектирования Revit по принципу работы схожа с ArchiCAD и имеет свои достоинства.

Программа является удобной в использовании проектировщиком. Имеет схожий с Windows интерфейс. Но является относительно “сырой” по размерам community в сравнении с ArchiCAD.

Исходя из всего выше сказанного, следует сделать вывод, что программа 3D моделирования ArchiCAD больше подходит для решения поставленной задачи благодаря ее функциональным особенностям и большим библиотекам данных[3].

### Список литературы

[1] Элис Д. Компьютерное проектирование для архитекторов. Самые полезные функции всех основных программ. – СПб.: Питер, 2016. – 208 с.

[2] Талапов В. Технология BIM. Суть и особенности внедрения информационного моделирования зданий. – Москва: ДМК Пресс, 2015. – 410 с.

[3] Малова Н. ArchiCAD 18 в примерах. – СПб.: БХВ-Петербург, 2014. – 480 с.

**Зайцев Руслан Валерьевич** – студент КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: glhfrm@mail.ru

**Борсук Наталья Александровна** – канд. техн. наук, доцент кафедры "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана. E-mail: borsuk.65@yandex.ru

**Чухраев Игорь Владимирович** – канд. техн. наук, заведующий кафедрой "Компьютерные системы и сети" КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
E-mail: igor.chukhraev@mail.ru

## СОДЕРЖАНИЕ

### СЕКЦИЯ 15.

#### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ

#### И ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

#### ПРОЕКТИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ..... 3

*Меркулов М.В., Амеличев Г.Э., Горбунов А.К.*

Алгоритмы мажоритарного декодирования кодов максимальной длины ..... 4

*Дмитриев А.А., Зорина П.А., Горбунов А.К.*

Асимптотическая эффективность оценок наибольшего правдоподобия в усеченных выборках ..... 6

*Смирнов В.С., Чухраева А.И., Горбунов А.К.*

Асимптотически оптимальный метод исправления дефектов с простой реализацией ..... 8

*Назаров В., Малышев И.Е., Горбунов А.К.*

Асимптотически точная нижняя граница для спектра смежных классов линейных кодов ..... 10

*Кодубенко В.И., Юдаева А.А., Мизина А.Д., Горбунов А.К.*

Верхние границы вероятности ошибки при передаче с обратной связью для дискретных каналов без памяти..... 12

*Радченко И.Н., Китаев И.И.*

Визуализация расчетов параметров автоэлектронной эмиссии ..... 15

*Величко Д.Д., Горбунов А.К.*

Выбор кодов для обнаружения ошибок в системах с решающей обратной связью ..... 18

*Горбунов А.К., Хатамова К.А.*

Выбор структуры сети автоматов по усредненной энтропии внутренних состояний ..... 21

*Прокофьев М.Л., Горбунов А.К.*

Выделение сигнала на фоне случайной совокупности ложных сигналов ..... 23

*Кодубенко В.И., Юдаева А.А., Лукошков И.А., Мизина А.Д., Горбунов А.К.*

Границы скорости для кодов с дизъюнктивным расстройством ..... 25

*Меркулов М.В., Амеличев Г.Э., Горбунов А.К.*

Декодирование линейных кодов при разнесенном приеме ..... 27

*Ливинская А.Д., Горбунов А.К.*

Емкость памяти с однонаправленной записью ..... 29

<i>Кулюкина А.О., Лаковщиков И.В., Петросян О.П.</i> Измеритель остаточного хлора на основе амперометрического метода .....	33
<i>Смирнов В.С., Чухраева А.И., Горбунов А.К.</i> Использование кодов, локализирующих ошибки, для диагностики ЭВМ .....	35
<i>Мизина А.Д., Смоловик И.А., Горбунов А.К.</i> Использование модели составного источника для сглаживания изображения .....	37
<i>Кодубенко В.И., Юдаева А.А., Лукошков И.А., Горбунов А.К.</i> Исправление пакетов ошибок кодами с малой плотностью проверок на четность .....	40
<i>Горбунов А.К., Лысенко А.Л., Китаева Т.С., Лысенко А.А.</i> К вопросу о выводе закона Кулона для магнитных зарядов .....	43
<i>Горбунов А.К., Хатамова К.А.</i> К вопросу об адаптивном распознавании образов на основании наблюдения связанных с ними случайных сигналов .....	46
<i>Ясюкевич Ю.В., Горбунов А.К.</i> Класс линейных кодов с минимально возможными длинами.....	48
<i>Горбунов А.К., Анкуда Э.С.</i> Кодирование источников сообщений .....	51
<i>Кудряшова Е.С., Чухраева А.И., Горбунов А.К.</i> Кодирование сообщений в сети ЭВМ .....	53
<i>Сулова А.Н., Горбунов А.К.</i> Коды для специализированных БИС коррекции ошибок .....	55
<i>Алмазов Е.В., Амеличев Г.Э., Горбунов А.К.</i> Корреляционное декодирование кодов Рида-Маллера .....	58
<i>Кузнецова А.А., Горбунов А.К.</i> Косвенное измерение квантового электромагнитного сигнала с помощью гомодинного метода .....	60
<i>Горбунов А.К., Лысенко А.Л., Китаева Т.С., Лысенко А.А.</i> Методика вывода закона Кулона из феноменологического уравнения .....	63
<i>Кулюкина А.О., Лаковщиков И.В., Петросян О.П.</i> Методы измерения остаточного хлора в воде .....	66
<i>Алмазов Е.В., Амеличев Г.Э., Горбунов А.К.</i> Нормирование показателей надежности программных кодеков распределенных вычислительных систем .....	68

<i>Шкилев В.Д., Беккель Л.С.</i> О некоторых особенностях формирования идентификационных меток, полученных электроразрядным способом.....	70
<i>Камочкин А.А., Горбунов А.К.</i> О некоторых результатах в теории последовательного оценивания .....	75
<i>Белоногов Д.А., Горбунов А.К.</i> О непараметрическом оценивании некоторых информационных функционалов .....	77
<i>Копанова Е.Г., Петрухин Д.И., Горбунов А.К.</i> О применении матричных производящих функций к оценке верности передачи информации .....	80
<i>Шкилев В.Д., Коржавый А.П.</i> О торсионных полях и вихревых термоядерных реактора .....	83
<i>Горбунов А.К., Хатамова К.А.</i> Об одном методе анализа систем с переспросом .....	87
<i>Таирова К.К., Сафронов Н.М., Горбунов А.К.</i> Об оптимальном кодировании и декодировании в системах с обратной связью .....	89
<i>Трошкин К.Г., Зорина П.А., Горбунов А.К.</i> Об оптимальности метода декодеров в комбинационном блоке автомата .....	91
<i>Таирова К.К., Сафронов Н.М., Горбунов А.К.</i> Об оптимизации квазиизмерений квантовых наблюдаемых по информационному критерию .....	93
<i>Юдаева А.А., Кодубенко В.И., Лукошков И.А., Горбунов А.К.</i> Об оптимизации квазиизмерений квантовых наблюдаемых по информационному критерию .....	96
<i>Артемов Д.В., Малышев И.Е., Горбунов А.К.</i> Обнаружение сигналов на фоне немарковских помех и обесцвечивающие фильтры .....	98
<i>Мартынов И.А., Горбунов А.К.</i> Обнаружение сигналов на фоне помех по квантованным наблюдениям .....	101
<i>Богомоллов А.Ю., Горбунов А.К.</i> Одна задача управляемых измерений .....	104
<i>Артемов Д.В., Малышев И.Е., Горбунов А.К.</i> Оптимальное деквантование на выходе квантовых каналов в гауссовском случае .....	106

<i>Горбунов А.К., Богомолов А.Ю.</i> Оценка параметра сигнала в гауссовском белом шуме .....	108
<i>Горбунов А.К., Хатамова К.А.</i> Оценка структуры по изменению усредненной энтропии .....	110
<i>Богомолов А.Ю., Горбунов А.К.</i> Оценки сверху для основных параметров физических сигналов .....	113
<i>Трошкин К.Г., Зорина П.А., Горбунов А.К.</i> Оценки фазы сигнала в гауссовском белом шуме .....	116
<i>Кузнецова А.А., Горбунов А.К.</i> Помехоустойчивое хранение информации в памяти, работающей с ошибками .....	118
<i>Анкуда Э.С., Горбунов А.К.</i> Применение теории информации в одной модели метода случайного баланса .....	120
<i>Дмитриев А.А., Зорина П.А., Горбунов А.К.</i> Пропускная способность канала с большим аддитивным шумом .....	123
<i>Юдаева А.А., Кодубенко В.И., Лукошков И.А., Горбунов А.К.</i> Простое устройство кодирования и декодирования кода Рида-Соломона .....	125
<i>Кудряшова Е.С., Чухраева А.И., Горбунов А.К.</i> Простой алгоритм декодирования итеративных кодов .....	127
<i>Кузнецова А.А., Горбунов А.К.</i> Сложность декодирования низкоскоростных кодов Рида-Маллера .....	129
<i>Горбунов А.К., Байманов Р.Р.</i> Совершенные коды в метрике выпадений и вставок .....	132
<i>Юдаева А.А., Кодубенко В.И., Мизина А.Д., Горбунов А.К.</i> Состоятельные линейные регрессионные оценки .....	134
<i>Назаров А.В., Малышев И.Е., Горбунов А.К.</i> Статические выводы о сигналах в условиях марковских помех.....	137
<i>Кирюхина Н.В., Сержкин Л.Н., Овчаренко И.Н.</i> Утилизация углекислого газа из парогазовой смеси методом абсорбции с использованием воды в качестве поглотителя .....	139
<i>Симонова Л.С., Куликов А.Н., Горбунов А.К., Овчаренко И.Н.</i> Функция точечного источника плановой стационарной радиальной гидродинамической дисперсии.....	142
<i>Нестерова А.В., Горбунов А.К.</i> Характеристики двоичных балансных блочных кодов .....	145

## **СЕКЦИЯ 16.**

### **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ И СИСТЕМЫ; ЭЛЕМЕНТЫ И УСТРОЙСТВА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ..... 148**

*Борсук Н.А., Шевела В.И.*

Анализ возможностей 3Ds MAX для моделирования интерьеров  
зданий ..... 149

*Козеева О.О., Борсук Н.А.*

Анализ методов репликации баз данных при разработке  
онлайн-сервиса ..... 151

*Седнева А.С., Борсук Н.А.*

Анализ новых возможностей HTML5 и CSS3.0 ..... 154

*Соскин И.В., Звирбуль Д.С., Борсук Н.А.*

Анализ основных этапов разработки приложения под Android ..... 157

*Иванов М.В., Борсук Н.А.*

Анализ этапов разработки информационной системы технической  
поддержки HelpDesk ..... 160

*Крысин И.А.*

Архитектура программного обеспечения для слепых  
и слабовидящих на примере тифлотехнического каталога ..... 163

*Донецков А.М., Калупин М.И., Бурсин Д.В.*

Исследование скорости выполнения программ на MFC и WinAPI ..... 166

*Донецков А.М., Минина А.Д., Смоляр Е.С.*

Метод работы с таблицами в библиотеке MFC ..... 169

*Родионов А.В., Жукова И.В.*

Обзор методов тестирования микропроцессоров ..... 172

*Онуфриева Т.А., Щавелев Л.А.*

Обзор систем позиционирования объектов ..... 175

*Чухраев И.В., Сенокосов П.И.*

Особенности применения интерфейсов Ethernet и Манчестер II  
в составе радиотехнических комплексов ..... 179

*Грос С.А., Родионов А.В.*

Программный комплекс для расчета параметров среды  
функционирования телекоммуникационного и сетевого  
оборудования ..... 182

<i>Дерюгина Е.О., Минина А.Д., Смоляр Е.С., Калупин М.И.</i> Процесс разработки программного обеспечения .....	184
<i>Борсук Н.А., Касатиков В.М.</i> Реализация Android - приложения с помощью платформы App Inventor и эмулятора Android SDK .....	188
<i>Борсук Н.А., Цыганков И.С.</i> Современные алгоритмы поисковых оптимизаций для обучения многослойных нейронных сетей .....	190
<i>Нарулева Д.И., Борсук Н.А.</i> Сравнительный анализ возможностей программ твердотельного моделирования при построении сложных моделей .....	194
<i>Зайцев Р.В., Борсук Н.А., Чухраев И.В.</i> Сравнительный анализ программ архитектурного моделирования .....	196
<b>СОДЕРЖАНИЕ</b> .....	198

**НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ  
В ПРИБОРО - И МАШИНОСТРОЕНИИ  
И РАЗВИТИЕ ИННОВАЦИОННОЙ  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ВУЗЕ**

**Материалы  
Всероссийской научно-технической конференции**

**Том 4**

*Научное издание*

Все работы публикуются в авторской редакции. Авторы несут ответственность за подбор и точность приведенных фактов, цитат, статистических данных и прочих сведений

Подписано в печать 15.11.2016.  
Формат 60x90/16. Печать офсетная. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».  
Печ. л. 12,75. Усл. п. л. 11,86. Тираж 50 экз. Заказ № 175

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
107005, Москва, 2-я Бауманская, 5

Оригинал-макет подготовлен и отпечатан в Редакционно-издательском отделе  
КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана  
248000, г. Калуга, ул. Баженова, 2, тел. 57-31-87